

 Anna Gierusz  
Uniwersytet Gdański  
[anna.gierusz@ug.edu.pl](mailto:anna.gierusz@ug.edu.pl)

 Agnieszka Pobłocka  
Uniwersytet Gdański  
[agnieszka.poblocka@ug.edu.pl](mailto:agnieszka.poblocka@ug.edu.pl)

## PORZĄDKOWANIE LINIOWE Z WYKORZYSTANIEM WSKAŹNIKÓW FINANSOWYCH ZAKŁADÓW UBEZPIECZEŃ W POLSCE

<https://doi.org/10.18559/978-83-8211-131-6/8>

### Linear ordering applied to financial indicators of insurance companies in Poland

Abstract

Insurance companies play a very important role of investors and stabilizers in the economy of a country and of the world. In Poland, in 2019, 58 insurance companies conducted insurance activities. How to rate/evaluate insurance companies, their financial condition, using many technical and economic indicators at the same time? How to choose diagnostic variables? How to build a ranking of insurance companies according to a specific aggregation criterion of selected insurance characteristics? The aim of the study is to assess the financial condition of insurance companies according to synthetic objective functions containing simultaneously many technical and economic insurance values. Secondary goal is to determine the hierarchy of the surveyed insurance companies according to one of the synthetic measures applied. For this purpose, one of the methods of multidimensional comparative analysis will be used—linear ordering for pattern and non-pattern methods using set of insurance statistics from financial results published by The Polish Chamber of Insurance.

**Keywords:** insurance companies, ranking of insurance companies, linear ordering, pattern and non-pattern methods.

#### Sugerowane cytowanie:

Gierusz, A. i Pobłocka, A. (2022). Porządkowanie liniowe z wykorzystaniem wskaźników finansowych zakładów ubezpieczeń w Polsce. W: M. Lemkowska, M. Wojtkowiak (red.), *Sektor ubezpieczeń w obliczu wyzwań współczesności* (s. 118–137). Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.  
<https://doi.org/10.18559/978-83-8211-131-6/8>



Ta książka jest udostępniana na licencji Creative Commons – Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0 Międzynarodowe

## Wprowadzenie

Zakłady ubezpieczeń pełnią ważną funkcję inwestorów w gospodarce ekonomicznej danego państwa i świata<sup>1</sup>. W Europie w 2019 r. odnotowano 3906 zakładów ubezpieczeń, a w Polsce 58. Wybór najlepszego zakładu i ocena towarzystwa według kilku kryteriów jednocześnie, np. pod względem popularności (popytu na produkty), wypłacalności lub kondycji finansowej, wymaga badania wielu wskaźników, a więc zastosowania metod analizy wielowymiarowej (AW).

Przedmiotem badania były towarzystwa ubezpieczeniowe prowadzące działalność w dziale II ubezpieczeń w Polsce w 2019 r. Celem badania była ocena kondycji finansowej zakładów ubezpieczeń według wielu wskaźników techniczno-ubezpieczeniowych jednocześnie za pomocą wybranych metod porządkowania liniowego i rzeczywistych danych statystycznych. Dodatkowym celem była analiza doboru i transformacji zmiennych opisujących towarzystwa oraz analiza wyników rangowania.

Metody badawcze to statystyczne metody AW: dobór zmiennych (statystycznych i diagnostycznych) do badania, ich transformacja i unormowanie oraz wielowymiarowa analiza porównawcza (WAP): metody porządkowania liniowego (metoda wzorca i metody bezwzorcowe – metody sum i dystansu). W pracy wykorzystano rzeczywiste dane opublikowane przez Polską Izbę Ubezpieczeń.

Postawiono następujące hipotezy badawcze:

H1: Ocena kondycji finansowej towarzystw ubezpieczeń według wielu wskaźników techniczno-ubezpieczeniowych jednocześnie zależy od wyboru zmiennych diagnostycznych i wybranej metody porządkowania liniowego.

H2: Ranking zakładów ubezpieczeń według metod porządkowania liniowego nie zależy od wyboru funkcji porządkującej i sposobu transformowania zmiennych diagnostycznych.

Rozdział został podzielony na cztery części. W pierwszej zaprezentowano ideę i taksonomię metod porządkowania liniowego. W drugiej przedstawiono podstawy teoretyczne doboru cech badawczych i diagnostycznych, ich ważenie, rodzaj i transformację. W części trzeciej opisano zastosowane metody badawcze. Część czwartą poświęcono wynikom przeprowadzonych analiz statystycznych.

---

<sup>1</sup> W Europie w 2019 r. łączna wartość portfela inwestycyjnego towarzystw ubezpieczeniowych (*total value of insurers' investment portfolio*) wynosiła 10,43 bln EUR, a łączna składka przypisana brutto na krajowych rynkach (*gross direct premiums written on domestic market*) 1,25 bln EUR (Insurance Europe, 2021a). Największy przypis składki brutto odnotowano w Wielkiej Brytanii (264 mld EUR – 21% udział w rynku), Francji (224 mld EUR – 18% udział w rynku) i Niemczech (217 mld EUR – 17% udział w rynku) (Insurance Europe, 2021b).

## 1. Porządkowanie liniowe

Metody porządkowania obiektów należą do metod wielowymiarowej analizy porównawczej (Hellwig, 1981, s. 48) i metod taksonomicznych (Bąk, 2016, s. 24; Pocięcha Podolec, Sokołowski i Zając, 1988, s. 17). Metody te porządkują obiekty wielowymiarowe według pewnej miary, dzielą się na liniowe i nieliniowe. W metodach liniowych miarą jest funkcja liniowa, a w metodach nieliniowych – miara podobieństwa obiektów (np. odległości lub bliskości). Obie miary pozwalają grupować obiekty, ale tylko metody liniowe ustalają hierarchę obiektów (Panek i Zwierzchowski, 2013, s. 57; Siedlecka, 1998, s. 115)<sup>2</sup>.

Metodę porządkowania liniowego (MPL) jako metodę taksonomiczną zaprezentował po raz pierwszy w 1967 r. Zdzisław Hellwig (Bąk, 2018, s. 23; Hellwig, 1967, 1968). MPL na gruncie teorii decyzji zdefiniowali w 1980 r. Ching-Lai Hwang i Kwangsun Yoon jako *technique for order preference by similarity to ideal solution* (TOPSIS) (Bąk, 2016, s. 5–6, 2018, s. 4; Hwang i Yoon, 1981). Głównym celem tej metody jest określenie hierarchii (tzw. porangowanie) obiektów wielowymiarowych według pewnej liniowej funkcji (wypadkowej wielu zmiennych), tzw. miary syntetycznej (zmiennej agregatywnej, indykatora)<sup>3</sup>. MPL także pozwala pogrupować obiekty<sup>4</sup>.

Metody porządkowania liniowego dzielą się na metody bezwzorcowe i wzorcowe (Balicki, 2013, s. 318; Panek i Zwierzchowski 2013, s. 58; Siedlecka, 1998, s. 119). W bezwzorcowych (np. rang<sup>5</sup>, sum<sup>6</sup>, sumy punktów, dystansów) miarą porządkującą obiekty jest niemalejąca funkcja wypadkowa transformowanych zmiennych diagnostycznych, np. suma, średnia arytmetyczna, geometryczna lub harmoniczna (Balicki 2013, s. 330; Grabiński, 1984; Malina i Wanat, 1995). W metodach wzorcowych miarą tą jest tzw. miara rozwoju<sup>7</sup>, wyznaczana na podstawie idealnego obiektu (wzorca) i podobieństwa innych obiektów do niego (np. mierzonego odległością euklidesową). W pierwotnej metodzie Hellwiga miara rozwoju nie była unormowana na przedziale [0; 1], więc szukano

<sup>2</sup> Metody nieliniowe nie są przedmiotem dalszej analizy.

<sup>3</sup> Funkcja ta spełnia postulaty uporządkowania (Perkal, 1967, za: Balicki, 2013, s. 318) i nie jest bezpośrednio obserwowalna, ale jej realizacje są obserwowalne jako zmienne diagnostyczne (Bąk, 2018, s. 25).

<sup>4</sup> Grupowanie obiektów nie jest przedmiotem dalszej analizy.

<sup>5</sup> W metodzie rang zmienne są wyrażone w skali porządkowej i muszą być stymulantami (Panek i Zwierzchowski, 2013, s. 64–65).

<sup>6</sup> W metodzie sum zmienne są wyrażone w skali ilorazowej lub przedziałowej i są normalizowane przez unitaryzację (Panek i Zwierzchowski, 2013, s. 66).

<sup>7</sup> Nazywana taksonomiczną miarą rozwoju Hellwiga, gdyż pierwotnie była zastosowana do rozwoju gospodarczego (Siedlecka, 1998, s. 120).

innych – unormowanych<sup>8</sup>, np. miary zaproponowanej przez Andrzeja Młodaka<sup>9</sup> czy uogólnionej miary odległości Marka Walesiaka<sup>10</sup> (Kowalewski, 1993, za: Balicki, 2013, s. 318–319; Siedlecka, 1998, s. 120; Panek i Zwierzchowski, 2013, s. 69 i 71, Walesiak, 2016, s. 40–43, 83–88).

Metody porządkowania liniowego są popularne (Jajuga 1987; Panek i Zwierzchowski, 2013; Walesiak, 1993), gdyż znajdują szerokie zastosowanie w praktyce, np. do rangowania krajów czy przedsiębiorstw. Ich zwolennicy podkreślają, że to proste metody WAP, które w zrozumiały sposób pozwalają ustalać hierarchię badanych obiektów. Ich krytycy zarzucają im nadmierny subiektywizm, np. przy wyborze zmiennych czy funkcji porządkujących (Bąk, 2018). Dla polskiego rynku ubezpieczeń metody te stosowali m.in. Marta Borda (2005), Magdalena Chmielowiec-Lewczuk (2014), Anna Jędrzychowska i Ewa Poprawska (2009), Bogdan Jurkiewicz i Ewa Wycinka (2003), Patrycja Kowalczyk-Lizak (2002) oraz Tomasz Michalski (2001).

## 2. Zmienne badawcze i diagnostyczne, ich ważenie, rodzaj i transformacja

Z „wielkich zbiorów danych”, tzw. *Big Data* (Marz i Warren, 2016, s. 20), konstruuje się modele statystyczne i ekonometryczne opisujące zjawiska społeczno-ekonomiczne. W budowanych modelach (spełniających założenia statystyczne, stochastyczne i posiadających dobre właściwości prognostyczne) często weryfikacja prognozy *ex post* okazuje się niezadowolająca. Może to wynikać z nieodpowiedniego doboru zmiennych (Panek i Zwierzchowski, 2013, s. 18), gdyż ich wybór jest ważną i trudną decyzją, od której zależy wiarygodność wyników badań (Walesiak, 2006, s. 188, za: Tarka, 2012, s. 47).

Cechy (zmienne) badawcze w metodach porządkowania liniowego to tzw. zmienne statystyczne (potencjalne zmienne diagnostyczne). Powinny one być m.in. dostępne, kompletne i ekonomiczne. Pożądane jest również, aby były mierzalne (tzw. cechy twarde). Zmienne diagnostyczne to najważniejsze ze zmiennych statystycznych. Ich dobór powinien być różnorodny, ale niezbyt liczny, gdyż zbyt mały lub zbyt duży utrudnia (czasem uniemożliwia) poprawną taksonomię (Michalski, 2001, s. 17). Jeżeli zmiennych jest niewiele (kilkana-

<sup>8</sup> W metodzie wzorcowej TOPSIS (Hwang i Yoon, 1981) miarę porządkującą unormowaną na przedziale [0; 1] wyznacza się na podstawie odległości od wzorca (obiektu najlepszego – wzorca pozytywnego) i antywzorca (obiektu najgorszego – wzorca negatywnego).

<sup>9</sup> Wykorzystuje ona miary pozycyjne do normalizacji zmiennych.

<sup>10</sup> W tej metodzie funkcją porządkującą jest uogólniona miara odległości; nominanty mają być przekształcone w stymulanty; zmienne diagnostyczne powinny być w skali co najmniej porządkowej.

ście), to do badania można wybrać wszystkie. Jednak gdy zmiennych jest dużo, to należy wybrać tylko odpowiednie według kryteriów statystycznych i/lub niestatystycznych lub według ich uniwersalności, zmienności i ważności (Panek i Zwierzchowski, 2013, s. 20; Siedlecka, 1998, s. 116). Wśród wybranych zmiennych diagnostycznych preferowane są wskaźniki natężenia badanych zjawisk. W praktyce łączy się wymienione dwa podejścia i najczęściej najpierw korzysta się z kryteriów niestatystycznych, a następnie ze statystycznych (Michalski, 2001, s. 34–36; Tarka, 2012, s. 50–51). W dodatku przyjmuje się, że liczba zmiennych powinna być jak najmniejsza przy jak największym zasobie informacji (Zelaś, 2002, za: Tarka, 2012, s. 49).

Kryteria niestatystyczne (subiektywne, tzw. metody eksperckie, heurystyczne) bazują na merytorycznej wiedzy i opinii ekspertów<sup>11</sup> (Michalski, 2001 s. 33; Pajewska, 2001 s. 31–33). Kryteria statystyczne (obiektywne) korzystają z miar statystycznych (np. współczynnika korelacji i pojemności informacyjnej; współczynnika zmienności [wartości informacyjnej – zdolności dyskryminacyjnej] czy współczynnika asymetrii<sup>12</sup>) i z procedur numerycznych. Przyjmuje się w nich np., że zmienne diagnostyczne mają wysoką pojemność informacyjną<sup>13</sup> i charakteryzują się dużą zmiennością – wartością informacyjną, gdyż mała nie wnosi istotnych informacji (Nowak, 1997, s. 12; Siedlecka, 1998, s. 118). Wybrane zmienne powinny m.in. dobrze dyskryminować obiekty, być słabo skorelowane między sobą (informacje komplementarne), a silnie skorelowane z cechami odrzuconymi (informacje substytucyjne), jak np. w parametrycznej procedurze Hellwiga (Nowak, 1997, s. 11 i 19; Tarka, 2012, s. 48 i 50).

Określenie rodzaju (charakteru) zmiennych to zaklasyfikowanie ich do jednej z trzech grup: stymulant, destymulant i nominant. Pierwsze są „pozytywne” (wysokie wartości są pożądane, niskie nie), drugie „negatywne” (niskie wartości są pożądane, wysokie nie) (Hellwig, 1968), a trzecie „neutralne” (pożądane są konkretne wartości, np. z pewnego przedziału (Michalski, 2001, s. 20) i nie wpływają bezpośrednio na badane zjawisko) (Borys, 1978)<sup>14</sup>.

Ważenie zmiennych to określenie poziomu ważności zmiennych przez nadanie im odpowiednich wag (powinny być dodatnie i pożądane jest, aby sumowały się do jedności) (Panek i Zwierzchowski 2013, s. 29). Jeśli wagi zmiennych są równe, to wszystkie zmienne traktuje się równoważnie.

<sup>11</sup> W szczególności metody „grupowego myślenia”: burza mózgów czy metoda delficka (ankietowa burza mózgów).

<sup>12</sup> Współczynnik asymetrii można wykorzystać do określenia ważności cech (Siedlecka, 1998, s. 116–117).

<sup>13</sup> Sama pojemność informacyjna to niewystarczające kryterium wyboru zmiennych, gdyż grupa zmiennych silnie skorelowanych prezentuje tę samą informację.

<sup>14</sup> Szerzej: Walesiak (2016, s. 18).

Transformacja zmiennych (nazywana normalizacją) to przekształcenie zmiennych w celu ujednoczenia ich charakteru i doprowadzenie ich do porównywalności, tak aby spełnione były postulaty: jednolitej preferencji, addytywności, stałości rozstępu i dodatniości (Balicki, 2013, s. 256). Zależy ona od charakteru i skali pomiarowej zmiennych (Walesiak, 2016, s. 21) i opiera się na miarach klasycznych lub pozycyjnych (Balicki, 2013, s. 319–320; Michalski, 2001, s. 20; Siedlecka, 1998, s. 116–119). Wyróżnia się trzy etapy transformacji. Pierwszy – stymulacja<sup>15</sup> – to zamiana destymulant i nominant na stymulanty. Drugi – normalizacja – to ujednoczenie jednostek pomiarowych, zakresu wartości i zmienności zmiennych poprzez standaryzację<sup>16</sup>, unitaryzację<sup>17</sup> i przekształcenie ilorazowe<sup>18</sup>. Trzeci etap to eliminacja ujemnych wartości<sup>19</sup>.

### 3. Metody badawcze

Zmienne diagnostyczne w podejściu statystycznym wybiera się na podstawie miar (np. pojemności i wartości informacyjnej) lub procedur statystycznych. Pojemność informacyjną<sup>20</sup> zmiennej określa się za pomocą współczynnika korelacji tej zmiennej z pozostałymi. Zmienne o współczynniku korelacji większym od pewnej wartości krytycznej uważa się za silnie skorelowane i usuwa się je z badania. Wartość krytyczną ustala się na pewnym poziomie, np. arbitralnie 0,5 lub 0,7<sup>21</sup> lub korzystając z metod statystycznych (Blalock, 1975, za: Balicki, 2013, s. 34; Tarka, 2012, s. 51). W badaniu przyjęto poziom 0,7. Wartość informacyjną zmiennej określa się przez współczynnik zmienności (Makać i Urbanek-Krzysztofciak, 2006, s. 70), rośnie ona wraz z jego wartością. Zmienne o wartościach

<sup>15</sup> W stymulacji należy stosować jeden typ przekształceń (ilorazowe lub różnicowe) dla wszystkich zmiennych w badaniu.

<sup>16</sup> Metoda ta jest bardzo popularna. Nowe zmienne są niemianowane, nie są unormowane do przedziału [0; 1], jednak charakteryzują się jednakową średnią równą 0 i zmiennością (wariancją) równą 1.

<sup>17</sup> Nowe zmienne są niemianowane, należą do przedziału [0, 1] i wszystkie mają rozstęp równy 1.

<sup>18</sup> Nowe zmienne są niemianowane.

<sup>19</sup> Ta transformacja zapewnia postulat dodatniości zmiennych.

<sup>20</sup> Gwarantuje ona stabilność struktur (Siedlecka, 1998, s. 118), rośnie wraz ze spadkiem korelacji między pozostałymi zmiennymi diagnostycznymi używanymi w badaniu i wraz ze wzrostem korelacji między zmiennymi izolowanymi z badania.

<sup>21</sup> Jeżeli progowa wartość współczynnika korelacji jest równa 0,7, to współczynnik determinacji jest równy 0,49 i wtedy jedna zmienna w 49% wyjaśnia zmienność drugiej. Jeśli wartość współczynnika korelacji będzie równa 0,5, to tylko w 25% jedna zmienna wyjaśnia zmienność drugiej. Szerzej: Blalock (1975).

informacyjnych mniejszych (tzw. *quasi*-stałe) od pewnej małej wartości progowej usuwa się z badania, np. 0,1–0,2 dla niemałej lub 0,05 dla małej liczby cech (Nowak, 1997, s. 12; Siedlecka, 1998, s. 116; Tarka, 2012, s. 49). W parametrycznej metodzie Hellwiga dobiera się zmienne diagnostyczne nieskorelowane (Hellwig, 1981). Z macierzy korelacji  $R$  wyznacza się zmienną o największej pojemności informacyjnej, tzw. centralną  $R_{j_0}$ , którą opisuje kolumna o największej sumie wartości bezwzględnych współczynników korelacji z wierszy  $R_{j'}$ :

$$R_{j_0} = \max_{j'} \left\{ R_{j'} \right\} = \max_{j'} \left\{ \sum_{j=1}^m |r_{j,j'}| \right\}, \quad j, j' = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

gdzie:  $R_{j'} = \sum_{j=1}^m |r_{j,j'}|$ ,  $j, j' = 1, 2, \dots, m$ .

Dla zmiennej centralnej (kolumny  $R_{j_0}$ ) wyznacza się tzw. zmienne satelitarne, dla których wartości bezwzględne współczynników korelacji są większe od ustalonej wartości progowej  $r^*$ :

$$|r_{j,j'}| > r^* \quad j, j' = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

Zmienna centralna i zmienne satelitarne tworzą tzw. skupienie, czyli podzbiór zmiennych podobnych, dopuszczonych do badania (Michalski, 2001, s. 24). Zmienne poza skupieniem to tzw. zmienne izolowane (mało skorelowane, ale o specyficznych informacjach). Dla utworzonego skupienia tworzy się nową macierz korelacji, z której wyznacza się nową zmienną centralną i nowe zmienne satelitarne tworzące nowe skupienie, na podstawie którego wyznacza się kolejne skupienie itd. Do końcowego zbioru zmiennych diagnostycznych należą wszystkie zmienne centralne oraz izolowane<sup>22</sup>.

Przykładem MPL jest bezwzorcowa metoda standaryzowanych sum (Balicki, 2013, s. 322). Zmienne diagnostyczne są w niej standaryzowane<sup>23</sup> według wzorów:

<sup>22</sup> Wadą tej metody jest to, że uwzględnia tylko bezpośrednią współzależność zmiennych, pomijając pośrednie współzależności. Z tego powodu Andrzej Młodak (2006, s. 31) proponuje, by opierać badanie na miarach pozycyjnych współczynnika korelacji, a Tomasz Panek i Jan Zwierchowski (2013, s. 25) – na metodzie odwróconej macierzy korelacji.

<sup>23</sup> Dla zmiennych o rozkładach symetrycznych korzysta się z wyżej wymienionych miar klasycznych, a dla zmiennych o rozkładach asymetrycznych stosuje się przekształcenia oparte na miarach pozycyjnych. Standaryzacja zmienia zależności między nowymi zmiennymi a pierwotnymi, co powoduje popularność innych metod normalizacji (Balicki, 2013, s. 256; Michalski 2001, s. 33).

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s(x_j)} \text{ dla zmiennych pozytywnych (stymulant),} \quad (3)$$

$$z_{ij} = \frac{\bar{x}_j - x_{ij}}{s(x_j)} \text{ dla zmiennych negatywnych (destymulant),} \quad (4)$$

gdzie:

$x_{ij}$  to wartość  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tym obiekcie,

$\bar{x}_j$  to średnia arytmetyczna wartości  $j$ -tej zmiennej,

$s(x_j)$  to obciążone odchylenie standardowe  $j$ -tej zmiennej

lub normalizowane przez unitaryzację<sup>24</sup> zgodnie z wzorami:

– dla stymulant:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}^S - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}}, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m, \quad (5)$$

– dla destymulant:

$$z_{ij} = \frac{\max_i \{x_{ij}\} - x_{ij}^D}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}}, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m, \quad (6)$$

gdzie:

$x_{ij}$  to wartość  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tym obiekcie ( $x_{ij}^S$  to stymulanta,  $x_{ij}^D$  to destymulanta),

$z_{ij}$  to znormalizowana wartość  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tym obiekcie,

$\max_i \{x_{ij}\}, \min_i \{x_{ij}\}$  to maksymalna i minimalna wartość  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tym obiekcie.

Miarą porządkującą obiekty jest suma lub średnia arytmetyczna:

$$m_i = \sum_{j=1}^m z_{ij}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

$$m_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (8)$$

<sup>24</sup> Unitaryzacja normuje zmienne na przedziale [0, 1], ale zmienia zależności między nowymi zmiennymi a pierwotnymi.



gdzie:

$z_{ij}$  to standaryzowana wartość  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tym obiekcie,

$n$  to liczba obiektów,

$m$  to liczba zmiennych.

Inną MPL jest bezwzorcowa metoda dystansów (Balicki, 2013, s. 332–333). Zmienne są w niej normalizowane przekształceniem ilorazowym według wzorów<sup>25</sup>:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i(x_{ij})} \text{ dla zmiennych pozytywnych (stymulant),} \quad (9)$$

$$z_{ij} = \frac{\min_i(x_{ij})}{x_{ij}} \text{ dla zmiennych negatywnych (destymulant).} \quad (10)$$

Miarą porządkującą jest suma lub średnia arytmetyczna, zgodnie ze wzorami (7) i (8).

Wzorcową metodą porządkowania liniowego jest metoda wzorca (Kowalewski, 1993, za: Balicki, 2013, s. 318–322)<sup>26</sup>. W niej zmienne są standaryzowane lub normalizowane zgodnie z wzorami (3) i (5).

Miarą porządkującą jest dodatnia miara rozwoju określona na przedziale  $[0, 1]$  wzorem:

$$m_i = 1 - \frac{d_{i0}}{d_0}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (11)$$

gdzie:

$d_{i0} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{0j})^2}$ ,  $i = 1, \dots, n$  to odległość euklidesowa  $i$ -tego obiektu od wzorca opisująca podobieństwo obiektów (im mniejsza wartość, tym obiekt bardziej podobny do wzorca),

$d_0 = \sqrt{\sum_{j=1}^p (z_{0j} - z_{-0j})^2}$ ,  $i = 1, \dots, n$  to maksymalna możliwa odległość między obiektami (między wzorcem a tzw. antywzorcem – obiektem o najgorszych wartościach<sup>27</sup>),  $z_{ij}$  to znormalizowana wartość  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tym obiekcie,

<sup>25</sup> Przekształcenie ilorazowe normuje zmienne i nie zmienia zależności pomiędzy zmiennymi, tak jak standaryzacja, czy unitaryzacja.

<sup>26</sup> Miara  $d_0$  ze wzoru (11) pierwotnie była definiowana przez Hellwiga i nie była unormowana do jedności (Hellwig, 1968; Siedlecka, 1998, s. 120).

<sup>27</sup> Antywzorec dla stymulant ma wartości najmniejsze, a dla destymulant największe.

$z_{0j}$  to znormalizowana wartość wzorca (wartość najlepsza) w  $j$ -tej zmiennej,  $z_{-0j}$  to znormalizowana wartość antywzorca (wartość najgorsza) w  $j$ -tej zmiennej,  $p$  to liczba zmiennych.

Z kilku metod porządkowania liniowego otrzymuje się pewne rankingi obiektów. Można zbadać, czy uzyskane hierarchie są zgodne uporządkowane za pomocą odpowiedniej miary współzależności zależnej od rodzaju zmiennych i ich skali pomiarowej (np. uogólnionego współczynnika korelacji, który dla zmiennych w skali porządkowej przyjmuje postać współczynnika tau Kendalla, a dla zmiennych w skali ilorazowej lub przedziałowej – współczynnika korelacji liniowej Pearsona czy współczynnika korelacji rang Spearmana dla zmiennych ilościowych lub jakościowych w skali porządkowej) (Makać i Urbanek-Krzysztofiak, 2006, s. 113–114 i 126–127; Kendall, 1955, s. 19 za: Walesiak, 2016, s. 40, 89)<sup>28</sup>.

## 4. Wyniki badania

Obiekty badania to 34 zakłady ubezpieczeń prowadzące działalność ubezpieczeniową w dziale II ubezpieczeń w Polsce w 2019 r. Cechy zmienne to dane statystyczne – wskaźniki techniczno-ubezpieczeniowe (materiał wtórny) opublikowane przez Polską Izbę Ubezpieczeń w *Raporcie rocznym 2019* (PIU, 2020) według stanu na koniec 31.12.2019 r. zgodnie z tabelą 1.

W celu zbadania wpływu zmiennych na wyniki przeprowadzono dwa badania. W pierwszym zmienne diagnostyczne (zmienne X1–X21 z tabeli 1) dobrano, stosując tylko kryterium niestatystyczne – merytoryczne (wszystkie zmienne statystyczne wybrane przez ekspertów i publikowane przez PIU (2020), zmienne są skorelowane). W drugim zastosowano kryteria merytoryczne (jak w badaniu pierwszym) i statystyczne – skorzystano z metody parametrycznej Hellwiga. W efekcie zmienne Z1–Z7 są nieskorelowane (tabela 2).

W celu zbadania, czy transformacja zmiennych wpływa na wyniki, wybrano do analizy dwie metody bezwzorcowe (metodę sum i dystansów) i jedną metodę wzorcową (metodę wzorca). W ważeniu zmiennych przyjęto, że wszystkie zmienne są równe, więc ich wagi wynoszą 1. Normalizację zmiennych wykonano w metodzie sum przez standaryzację i dodatkowo przez unitaryzację, w metodzie dystansów – przez przekształcenie ilorazowe, a w metodzie wzorca – przez unitaryzację i dodatkowo poprzez standaryzację. Badano także zależność sposobu normalizacji zmiennych od wybranych funkcji porządkujących: sumy

<sup>28</sup> Współczynnika korelacji rang Spearmana nie należy stosować do badania zgodności uporządkowań obiektów w różnym czasie, gdyż wyniki nie będą miarodajne (Walesiak, 2016, s. 89, 91).

**Tabela 1. Cechy zmienne – zmienne diagnostyczne**

Nazwa	Jednostka	Charakter	Badanie 1	Badanie 2
Składka przypisana brutto	tys. zł	S*	X1	Z1
Odszkodowania i świadczenia wypłacone brutto	tys. zł	S	X2	–
Techniczny wynik ubezpieczeń	tys. zł	S	X3	–
Koszty działalności ubezpieczeniowej	tys. zł	D**	X4	–
Koszty akwizycji	tys. zł	D	X5	–
Koszty administracyjne	tys. zł	D	X6	–
Otrzymane prowizje	tys. zł	S	X7	Z2
Rezerwy techniczno-ubezpieczeniowe brutto	tys. zł	S	X8	–
Lokaty	tys. zł	S	X9	–
Dochody z lokat	tys. zł	S	X10	–
Rentowność z lokat	%	S	X11	Z3
Wynik finansowy brutto	tys. zł	S	X12	–
Wynik finansowy netto	tys. zł	S	X13	–
Reasekuracja bierna – udział reasekuratorów w składce przypisanej brutto	tys. zł	S	X14	–
Reasekuracja bierna – udział reasekuratorów w składce przypisanej brutto	%	S	X15	–
Współczynnik retencji	%	D	X16	Z4
Współczynnik szkodowości brutto	%	D	X17	Z5
Udział rezerw techniczno-ubezpieczeniowych brutto w składce przypisanej brutto	%	S	X18	Z6
Rentowność kapitałów własnych	%	S	X19	Z7
Rentowność majątku	%	S	X20	–
Wskaźnik zespolony	%	S	X21	–

\* S – stymulanta, \*\* D – destymulanta.

Źródło: opracowanie własne na podstawie (PIU, 2020).

**Tabela 2. Współczynniki korelacji dla zmiennych diagnostycznych Z1–Z7 z tabeli 1**

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7
Z1	1,00						
Z2	0,24	1,00					
Z3	0,41	0,05	1,00				
Z4	0,21	–0,34	0,02	1,00			
Z5	0,19	0,17	0,17	–0,29	1,00		
Z6	0,01	0,00	0,01	0,09	–0,64	1,00	
Z7	0,27	0,39	0,33	–0,01	0,10	0,01	1,00

Źródło: opracowanie własne na podstawie (PIU, 2020).

i średniej arytmetycznej<sup>29</sup> (w metodzie sum i dystansów) oraz ilorazu odległości euklidesowej od wzorca i maksymalnej odległości między obiektami (w metodzie wzorca). Dodatkowo zbadano wpływ funkcji porządkujących na wyniki badania.

W pierwszym badaniu cechami diagnostycznymi były wszystkie zmienne X1–X21 z tabeli 1. Na początek sprawdzano, jak normalizacja zmiennych przy danej funkcji porządkującej wpływa na wyniki rangowania (tabela 3).

Wyniki rangowania towarzystw ubezpieczeniowych z tabeli 3 różnią się w zależności od wybranej metody porządkowania liniowego i sposobu normalizacji zmiennych diagnostycznych (kolumny 2–9 w tabeli 3). W metodzie sum dla danego sposobu normalizacji (standaryzacji i unitaryzacji, kolumny 2–3 i 4–5) oraz metodzie dystansów (kolumny 6–7) wyniki są identyczne, tzn. nie zależą od wyboru funkcji porządkującej (średnia arytmetyczna jest wprost proporcjonalna do sumy wartości zmiennych znormalizowanych). A zatem wyniki rangowania zależą od metody i sposobu normalizacji.

W pierwszej analizie na pierwszym miejscu w rankingach według wszystkich metod porządkowania dla danych z 2019 r. odnotowano PZU SA, na drugiej pozycji Wartę SA (w metodzie sum przy standaryzacji i wzorca przy standaryzacji) i Partnera SA (w metodzie dystansów), Generali SA (w metodzie sum przy unitaryzacji i wzorca przy unitaryzacji), a na trzecim miejscu PKO TU SA (w metodzie sum przy unitaryzacji), Wartę SA (w metodzie wzorca przy unitaryzacji) i Generali SA (w metodzie sum przy standaryzacji, dystansów i wzorca przy standaryzacji). Na ostatnim miejscu w rankingu znalazły się towarzystwa D.A.S. SA (w metodzie wzorca i sum) i Santander Aviva SA (w metodzie dystansów). Wynik PZU SA nie dziwi, gdyż zakład odnotował w 2019 r. m.in. największy przypis składki, największe odszkodowania i świadczenia wypłacone, wynik techniczny i wynik finansowy. Na drugiej lub trzeciej pozycji w rankingach plasował się zakład Generali SA i Warta SA. Jednak zadziwiające jest drugie miejsce w rankingach Partnera SA (z najniższym przypisem składki brutto), a także najniższe pozycje dla D.A.S. SA (ze stratą 5,7 mln zł) i Santander Aviva SA (zysk 65 mln zł), podczas gdy Nationale Nederlanden TU SA odnotowało największą stratę (ponad 12 mln zł).

W badaniu drugim cechy diagnostyczne po opinii ekspertów (zmienne X1–X21 z tabeli 1) poddano kryterium statystycznemu według metody parametrycznej Hellwiga. W efekcie ograniczono zbiór zmiennych do siedmiu zmiennych diagnostycznych Z1–Z7 (tabela 1), które nie były skorelowane między sobą (tabela 2). Zastosowano MPL jak w badaniu pierwszym i wyniki badania przedstawiono w tabeli 4.

<sup>29</sup> Średnia arytmetyczna to najbardziej popularna miara przeciętnego poziomu badanego zjawiska (Makać i Urbanek-Krzysztofia, 2006, s. 53).

**Tabela 3. Ranking towarzystw ubezpieczeniowych prowadzących działalność w Polsce w dziale II ubezpieczeń w 2019 r. na podstawie zmiennych diagnostycznych X1–X21 (wybranych według kryterium merytorycznego) z tabeli 1**

Towarzystwo	Metoda sum		Metoda dystansów		Metoda wzorca			
	Sposób normalizacji							
	standaryzacja		unitaryzacja		p. ilorazowe*		unitaryzacja	standaryzacja
	średnia	suma	średnia	suma	średnia	suma	odległość od wzorca**	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Allianz Polska SA	7	7	15	15	8	8	9	6
Aviva – Ogólne SA	22	22	25	25	23	23	22	25
Axa Ubezpieczenia SA	5	5	8	8	7	7	4	5
Compensa SA	11	11	11	11	11	11	10	10
Concordia Polska SA	18	18	17	17	22	22	16	18
Credit Agricole TU SA	30	30	28	28	33	33	26	28
Cuprum TUW	33	33	32	32	26	26	33	33
D.A.S. SA	34	34	34	34	31	31	34	34
Ergo Hestia SA	4	4	18	18	5	5	8	4
Euler Hermes SA	15	15	9	9	20	20	15	16
Europa SA	26	26	26	26	29	29	23	19
Generali SA	3	3	2	2	3	3	2	3
Inter Polska SA	19	19	22	22	24	24	19	15
Interrisk SA	12	12	13	13	12	12	11	11
KUKE SA	21	21	19	19	18	18	18	22
Link4 SA	9	9	4	4	6	6	6	12
Medicum TUW	23	23	20	20	16	16	24	30
Nationale Nederlanden TU SA	31	31	30	30	32	32	29	27
Partner SA	24	24	21	21	2	2	28	23
PKO TU SA	6	6	3	3	28	28	5	7
Pocztowe TUW	20	20	14	14	15	15	17	21
Polski Gaz TUW	25	25	16	16	21	21	20	26
PTR SA	29	29	31	31	25	25	30	29
PZU SA	1	1	1	1	1	1	1	1
PZUW TUW	13	13	5	5	9	9	12	14
Saltus TUW	27	27	27	27	30	30	25	20
Santander Aviva SA	17	17	23	23	34	34	27	24
Signal Iduna Polska SA	32	32	33	33	27	27	32	32

cd. tabeli 3

Towarzystwo	Metoda sum				Metoda dystansów		Metoda wzorca	
	Sposób normalizacji							
	standaryzacja		unitaryzacja		p. ilorazowe*		unitaryzacja	standaryzacja
	średnia	suma	średnia	suma	średnia	suma	odległość od wzorca**	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
TUW TUW	14	14	10	10	14	14	14	13
TUZ TUW	8	8	6	6	13	13	13	9
Unia SA	10	10	7	7	10	10	7	8
Warta SA	2	2	12	12	4	4	3	2
Wiener SA	16	16	24	24	17	17	21	17
Zdrowie SA	28	28	29	29	19	19	31	31

\* Przekształcenie ilorazowe, według wzorów (9) i (10).

\*\* Według wzoru (11).

Źródło: opracowanie własne na podstawie (PIU, 2020).

**Tabela 4. Ranking towarzystw ubezpieczeniowych prowadzących działalność w Polsce w dziale II ubezpieczeń w 2019 r. na podstawie zmiennych diagnostycznych Z1–Z7 (wybranych według kryterium statystycznego – parametrycznej metody Hellwiga) z tabeli 1**

Towarzystwo	Metoda sum				Metoda dystansów		Metoda wzorca	
	Sposób normalizacji							
	standaryzacja		unitaryzacja		p. ilorazowe*		unitaryzacja	standaryzacja
	średnia	suma	średnia	suma	średnia	suma	odległość od wzorca**	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Allianz Polska SA	8	8	10	10	7	7	9	8
Aviva – Ogólne SA	26	26	24	24	19	19	25	25
Axa Ubezpieczenia SA	7	7	7	7	11	11	4	9
Compensa SA	14	14	13	13	10	10	10	13
Concordia Polska SA	19	19	18	18	20	20	16	22
Credit Agricole TU SA	27	27	27	27	33	33	27	27
Cuprum TUW	32	32	30	30	27	27	32	31
D.A.S. SA	34	34	34	34	28	28	34	33
Ergo Hestia SA	6	6	6	6	4	4	7	7

cd. tabeli 4

Towarzystwo	Metoda sum				Metoda dystansów		Metoda wzorca	
	Sposób normalizacji							
	standaryzacja		unitaryzacja		p. ilorazowe*		unitaryzacja	standaryzacja
	średnia	suma	średnia	suma	średnia	suma	odległość od wzorca**	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Euler Hermes SA	12	12	11	11	25	25	11	14
Europa SA	25	25	26	26	29	29	26	21
Generali SA	5	5	2	2	3	3	1	3
Inter Polska SA	18	18	20	20	22	22	17	11
Interrisk SA	16	16	15	15	9	9	12	17
KUKE SA	24	24	23	23	17	17	22	26
Link4 SA	9	9	5	5	5	5	8	16
Medicum TUW	30	30	28	28	21	21	29	34
Nationale Nederlanden TU SA	29	29	32	32	32	32	28	28
Partner SA	2	2	8	8	1	1	19	2
PKO TU SA	3	3	1	1	30	30	2	4
Pocztowe TUW	21	21	17	17	18	18	18	24
Polski Gaz TUW	20	20	19	19	24	24	21	23
PTR SA	31	31	31	31	23	23	30	29
PZU SA	1	1	3	3	2	2	3	1
PZUW TUW	13	13	12	12	14	14	15	18
Saltus TUW	23	23	25	25	31	31	24	15
Santander Aviva SA	15	15	21	21	34	34	23	12
Signal Iduna Polska SA	33	33	33	33	26	26	33	32
TUW TUW	17	17	16	16	15	15	13	19
TUZ TUW	4	4	4	4	8	8	5	5
Uniq SA	11	11	9	9	12	12	6	10
Warta SA	10	10	14	14	6	6	14	6
Wiener SA	22	22	22	22	13	13	20	20
Zdrowie SA	28	28	29	29	16	16	31	30

\* Przekształcenie ilorazowe według wzorów (9) i (10).

\*\* Według wzoru (11).

Źródło: opracowanie własne na podstawie (PIU, 2020).

Wyniki rangowania z tabeli 4 różnią się w zależności od wybranej metody porządkowania liniowego i sposobu normalizacji zmiennych diagnostycznych (kolumny 2–9). W metodach bezwzorcowych dla danego sposobu normalizacji (standaryzacji, unitaryzacji, przekształcenia ilorazowego) wyniki są identyczne, tzn. nie zależą od wyboru funkcji porządkującej (kolumny 2–7). W metodzie wzorcowej hierarchie różnią się w zależności od sposobu normalizacji (kolumny 8–9). A zatem wyniki rangowania zależą od wybranej metody oraz sposobu normalizacji. Oznacza to, że transformacja zmiennych wpływa na wyniki rangowania.

W drugiej analizie na pierwszym miejscu nie odnotowano jednego zakładu we wszystkich badanych metodach. Na pierwszej pozycji w rankingach dla danych z 2019 r. znalazły się: PZU SA (w metodzie sum przy standaryzacji i wzorca przy standaryzacji), PKO TU SA (w metodzie sum przy unitaryzacji), Partner SA (w metodzie dystansów) i Generali SA (w metodzie wzorca przy unitaryzacji), na drugim miejscu PZU SA (w metodzie dystansów), PKO TU SA (w metodzie wzorca przy unitaryzacji), Generali SA (w metodzie sum przy unitaryzacji) i Partner SA (w metodzie sum przy standaryzacji i wzorca przy standaryzacji), a na trzeciej pozycji PZU SA (w metodzie sum przy unitaryzacji i metodzie wzorca przy unitaryzacji), PKO TU SA (w metodzie sum przy standaryzacji) i Generali SA (w metodzie dystansów i wzorca przy standaryzacji). Na ostatnim miejscu w rankingu znalazły się towarzystwa: D.A.S. SA (w metodzie sum i wzorca przy unitaryzacji), Medicum TUW (w metodzie wzorca przy standaryzacji), Santander Aviva S.A. (w metodzie dystansów). Wyniki dla PZU SA, Generali SA i PKO TU SA nie dziwią, gdyż to jedne z największych towarzystw ubezpieczeniowych. Jednak pierwsza i druga pozycja dla Partnera SA zaskakuje, gdyż firma odnotowała m.in. najniższy przypis składki brutto. Najniższe pozycje dla D.A.S. SA (strata – ponad 5,7 mln zł) i Medicum TUW (ponad 3 mln zł straty) nie dziwią, jednak niski wynik dla Santander Aviva SA z ponad 65 mln zł zysku trudno wytłumaczyć.

Reasumując, uzyskane hierarchie obiektów w badanych metodach dla różnych danych diagnostycznych (zdefiniowanych w tabeli 1) z tabeli 3 (X1–X21) i z tabeli 4 (Z1–Z7) różnią się istotnie, co świadczy, że wyniki rangowania w metodach porządkowania liniowego zależą od wyboru zmiennych diagnostycznych, a także od sposobu transformacji. Dla oceny wyników przeprowadzonej analizy (weryfikacji, czy uzyskane wyniki są podobne) obliczono współczynniki korelacji rang Spearmana badanych metod (na podstawie tabeli 4) i zaprezentowano je w tabeli 5.

Z tabeli 5 wynika, że dla uzyskanych wyników rangowania istnieje pewna zgodność uporządkowań obiektów, jednak na tej podstawie nie można stwierdzić, że uzyskane hierarchie towarzystw są podobne (identyczne będą dla współczynnika korelacji równego 1). Współczynnik korelacji rang Spearmana określa pewną zgodność uporządkowań. Na jego podstawie nie można określić, którą



**Tabela 5. Współczynniki korelacji rang Spearmana dla metod porządkowania liniowego stosowanych do zmiennych Z1–Z7**

Metoda, sposób normalizacji, miara porządkująca	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Sum: standaryzacja, średnia (1)	1,00							
Sum: standaryzacja, suma (2)	1,00	1,00						
Sum: unitaryzacja, suma (3)	0,97	0,97	1,00					
Sum: unitaryzacja, średnia (4)	0,97	0,97	1,00	1,00				
Dystansów: p. ilorazowe*, suma (5)	0,67	0,67	0,69	0,69	1,00			
Dystansów: p. ilorazowe, średnia (6)	0,67	0,67	0,69	0,69	1,00	1,00		
Wzorca: unitaryzacja (7)	0,92	0,92	0,96	0,96	0,64	0,64	1,00	
Wzorca: standaryzacja (8)	0,95	0,95	0,89	0,89	0,59	0,59	0,86	1,00

\* Przekształcenie ilorazowe według wzorów (9) i (10).

Źródło: opracowanie własne na podstawie tabeli 4 i (PIU, 2020).

metodę porządkowania liniowego należy wybrać do analizy oraz czy istnieje najlepsza metoda porządkowania liniowego.

## Podsumowanie

Z przeprowadzonych analiz wynika, że badane metody porządkowania liniowego różnią się między sobą (sposobami wyboru zmiennych diagnostycznych oraz ich transformacji). Uzyskane wyniki zależą m.in. od wyboru zmiennych diagnostycznych, wybranej metody porządkowania liniowego i zastosowanej transformacji zmiennych. A zatem ocena kondycji finansowej zakładu ubezpieczeń na podstawie analizy wielowymiarowej zależy od wyboru zmiennych diagnostycznych, sposobu ich normalizacji, zastosowanej metody porządkowania. To potwierdza pierwszą hipotezę badawczą i zaprzecza drugiej. Różne wyniki badania wskazują, że nie można wskazać jednego najlepszego towarzystwa ubezpieczeń według kondycji finansowej dla wielu wskaźników techniczno-ubezpieczeniowych jednocześnie we wszystkich metodach porządkowania liniowego. Można jednak przy budowie rankingów dokonać wyboru zbioru zmiennych diagnostycznych, metody porządkowania liniowego i rodzaju normalizacji, co wpłynie na wyniki analiz. Jest to potwierdzenie tezy Karola Linneusza z 1737 r.: „Cała realna wiedza, którą posiadamy, zależy od metody, według której odróżniamy to, co jest podobne, od tego, co podobne nie jest” (Everitt, 1993, za: Balicki, 2013, s. 205). Reasumując, problem rangowania obiektów jest niezwykle istotny i wymaga kontynuacji badań w przyszłości.

## Bibliografia

- Balicki, A. (2013). *Analiza wielowymiarowa*. Gdańsk: Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego.
- Bąk, A. (2016). Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i Topsis – analiza porównawcza. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 426, 22–31. <https://doi.org/10.15611/pn.2016.426.02>
- Bąk, A. (2018). Analiza porównawcza wybranych metod porządkowania liniowego. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 508, 19–28. <https://doi.org/10.15611/pn.2018.508.02>
- Blalock, H. M. (1975). *Statystyka dla socjologów*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Borda, M. (2005). Ocena sytuacji finansowej zakładów ubezpieczeń na życie wybranymi metodami taksonomicznymi. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej imienia Oskara Langego we Wrocławiu*, 1075, 396–406.
- Borys, T. (1978). Metody normowania cech statystycznych w badaniach porównawczych. *Przegląd Statystyczny*, 25(2), 227–239.
- Chmielowiec-Lewczuk, M. (2014). Analiza najważniejszych pozycji wynikowych według grup ubezpieczeń działu II w Polsce dla lat 2009–2011. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 342, 44–56. <https://doi.org/10.15611/pn.2014.342.04>
- Everitt, B. S. (1993). *Cluster Analysis* (3<sup>rd</sup> ed.). London: Edward Arnold.
- Grabiński, T. (1984). *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*. Kraków: Akademia Ekonomiczna w Krakowie.
- Hellwig, Z. (1967). *Procedure of evaluating high-level manpower data and typology of countries by means of the taxonomic method*, COM/WS/91, Warsaw, 9 December, 1967, UNESCO working paper.
- Hellwig, Z. (1968). Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju i strukturę wykwalifikowanych kadr. *Przegląd Statystyczny*, 15(4), 307–327.
- Hellwig, Z. (1981). Wielowymiarowa analiza porównawcza i jej zastosowanie w badaniach wielocechowych obiektów gospodarczych. W: W. Welfe (red.), *Metody i modele ekonomiczno-matematyczne w doskonaleniu zarządzania gospodarką socjalistyczną* (s. 46–68). Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWE.
- Hwang, C. L. i Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making: Methods and applications*. New York: Springer-Verlag.
- Insurance Europe. (2021a). *European insurance in figures. 2019 data*. Pobrane z: <https://insuranceeurope.eu/publications/689/european-insurance-in-figures-2019-data/EIF%202021.pdf>
- Insurance Europe. (2021b). *European insurance industry database. Total insurance. DatabaseMarch2021-Total.xls*. Pobrane z: <https://www.insuranceeurope.eu/statistics>
- Jajuga, K. (1987). Metoda tworzenia zmiennych syntetycznych na podstawie klasyfikacji rozmytej. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, 360, 67–82.

- Jędrzychowska, A. i Poprawska, E. (2009). Analiza dynamiki rozwoju zakładów ubezpieczeń działających na rynku polskim z wykorzystaniem metod porządkowania liniowego. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 60, 121–130.
- Jurkiewicz, B. i Wycinka, E. (2003). Rangowanie i porządkowanie liniowe w ocenie kondycji finansowej instytucji ubezpieczeniowych. *Wiadomości Statystyczne*, 6, 52–64.
- Kendall, M.G. (1955). *Rank correlation methods*. London: Griffin.
- Kowalczyk-Lizak, P. (2002). Ocena działalności lokacyjnej i klasyfikacja zakładów ubezpieczeń. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej imienia Oskara Langego we Wrocławiu*, 492, 177–188.
- Kowalewski, G. (1993). Wielowymiarowa analiza porównawcza. W: S. Bartosiewicz (red.), *Komputerowa analiza ekonometryczna* (s. 15–96). Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. O. Langego we Wrocławiu.
- Makać, W. i Urbanek-Krzysztofiak, D. (2006). *Metody opisu statystycznego*. Gdańsk: Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego.
- Malina, A. i Wanat, S. (1995). Przestrzenna analiza rozwoju Polski. *Wiadomości Statystyczne*, 5, 20–25.
- Marz, N. i Warren, J. (2016). *Big Data. Najlepsze praktyki budowy skalowanych systemów obsługi danych w czasie rzeczywistym*. Gliwice: Wydawnictwo Helion.
- Michalski, T. (2001). Metody doboru cech diagnostycznych. W: T. Michalski (red.), *Ubezpieczenia gospodarcze w Polsce i w Unii Europejskiej* (s. 17–36, 83–106). Warszawa: Wydawnictwo Difin.
- Młodak A. (2006), *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*. Warszawa: Wydawnictwo Difin.
- Nowak, E. (1997). *Zarys metod ekonometrii. Zbiór zadań*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Pajewska, R. (2001). Wybrane cechy diagnostyczne – opis i charakterystyka. W: T. Michalski (red.), *Ubezpieczenia gospodarcze w Polsce i w Unii Europejskiej* (s. 39–82). Warszawa: Wydawnictwo Difin.
- Panek, T. i Zwierzchowski, J. (2013). *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej. Teoria i zastosowania*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.
- Perkal, J. (1967). *Matematyka dla przyrodników i rolników*. Cz. 2. Warszawa: Wydawnictwo PWN.
- PIU. (2020). *Raport roczny 2019*. Pobrane z: <https://piu.org.pl/wp-content/uploads/2021/03/Raport-roczny-PIU-2019.pdf>
- Pociecha, J., Podolec, B., Sokołowski, A. i Zając, K. (1988). *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*. Warszawa: Wydawnictwo PWN.
- Siedlecka, U. (1998). Metody porządkowania i klasyfikacja obiektów wielocechowych. Metody porządkowania liniowego. W: W. Ostasiewicz (red.), *Statystyczne metody analizy danych* (s. 114–127). Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. O. Langego we Wrocławiu.
- Tarka, D. (2012). Wpływ metody doboru cech diagnostycznych na wyniki klasyfikacji obiektów na przykładzie danych dotyczących ochrony środowiska. Część 2. *Ekonomia i Zarządzanie*, 4, 47–57.

- Walesiak, M. (1993). *Statystyczna analiza wielowymiarowa w badaniach marketingowych*. Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. O. Langego we Wrocławiu.
- Walesiak, M. (2006). Rekomendacje w zakresie strategii postępowania w procesie klasyfikacji zbioru obiektów. W: A. Zelaś (red.), *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych* (s. 185–203). Kraków: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie.
- Walesiak, M. (2016). *Uogólniona miara odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Zelaś, A. (2002). Uwagi na temat wyboru metody unormowania zmiennych diagnostycznych. W: T. Kufel i M. Piłatowska (red.), *Analiza szeregów czasowych na początku XXI wieku*. Toruń: Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika.