

Helena Gaspars-Wieloch

Podejmowanie decyzji w warunkach niepewności

Planowanie scenariuszowe,
reguły decyzyjne i wybrane
zastosowania ekonomiczne



WYDAWNICTWO UEP



UNIwersytet
EKONOMICZNY
W POZNANIU

Helena Gaspars-Wieloch

Podejmowanie decyzji w warunkach niepewności

**Planowanie scenariuszowe,
reguły decyzyjne i wybrane
zastosowania ekonomiczne**

WYDAWNICTWO UEP



UNIwersytet
EKONOMICZNY
W POZNANIU

Poznań 2018

Komitety Redakcyjny

Szymon Cyfert, Elżbieta Golata (przewodnicząca), Jacek Lisowski, Ewa Maluszyńska, Jerzy Schroeder (sekretarz), Krzysztof Walczak, Ryszard Zieliński

Recenzenci

Stefan Grzesiak, Józef Stawicki

Projekt okładki

Piotr Gołębiak

Redakcja

Magdalena Kraszewska

Korekta

Parola Grażyna Jeżewska

Podrozdziały 1.2.1, 1.2.2, 2.2.1, 2.2.2, 2.5.2, 2.5.3, 2.5.4, 2.6, 2.7, 3.3.3, 3.3.4, 4.3, 4.4 i 4.6 powstały w ramach projektu finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki (numer grantu: UMO-2014/15/D/H54/00771)

ISBN 978-83-7417-990-4, eISBN 978-83-66199-81-1

<https://doi.org/10.18559/978-83-66199-81-1>

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
Poznań 2018



Ta książka jest udostępniana na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0 Międzynarodowe (CC BY-NC-ND 4.0)

WYDAWNICTWO UNIwersytetu Ekonomicznego w POZNANIU

ul. Powstańców Wielkopolskich 16, 61-895 Poznań

tel. 61 854 31 54, 61 854 31 55

www.wydawnictwo.ue.poznan.pl, e-mail: wydawnictwo@ue.poznan.pl

adres do korespondencji: al. Niepodległości 10, 61-875 Poznań

Skład: eMPI²

Druk: Zakład Graficzny Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu

ul. Towarowa 53, 61-896 Poznań, tel. 61 854 38 06, 61 854 38 03

*Ukochanemu Mężowi Karolowi,
Kochanym Dzieciom i Rodzicom*

WSTĘP

Z podejmowaniem decyzji w warunkach niepewności mamy do czynienia wówczas, gdy przynajmniej jeden parametr danego problemu decyzyjnego nie jest dokładnie znany (tzn. nie jest deterministyczny). Na co dzień podejmujemy różnego rodzaju decyzje, które niekoniecznie muszą dotyczyć kwestii finansowych, albo takie, które ich dotyczą, lecz w ograniczonym zakresie (np. wybór wyjazdu wakacyjnego, wybór prezentu dla znajomej, wybór kandydata na męża, wybór wyznania itd.). W niniejszej pracy skupiono się jednak na optymalizacji problemów ekonomicznych. Przyjęto założenie, że każde kryterium oceny poszczególnych wariantów decyzyjnych rozpatrywanych przez decydenta w ramach konkretnego problemu da się skwantyfikować.

Z brakiem pełnej informacji o parametrach rozwiązywanego problemu spotykamy się bardzo często, gdyż zazwyczaj trudno jest nam, mimo istniejących narzędzi prognostycznych i metod eksperckich, dokładnie przewidzieć przyszłość. Niepewność związana z zachowaniem przyszłych zjawisk jest tym większa, im mniej zbadany i mniej znany jest dany problem decyzyjny (np. wprowadzenie na rynek nowego leku, zastosowanie nowej strategii marketingowej, wdrożenie innowacyjnego projektu). Niewystarczająca znajomość danego problemu może więc wynikać między innymi z braku danych historycznych dotyczących podobnych sytuacji decyzyjnych.

Charakter podejmowanych przez nas decyzji (w tym decyzji ekonomicznych) skłonił już wielu ekonomistów, matematyków, statystyków, fizyków i filozofów do głębszej analizy tego zagadnienia i do opracowania konkretnych reguł postępowania w zależności od preferencji danego decydenta. Procedury te bądź ich niektóre etapy są często wykorzystywane w praktyce gospodarczej. Podejścia opisane w literaturze stanowią także dla badaczy podstawę do tworzenia kolejnych, zmodyfikowanych, udoskonalonych metod.

Warto zauważyć, że zastosowanie poszczególnych istniejących reguł decyzyjnych może niekiedy prowadzić do wyboru dość nieoczekiwanego, a nawet nieracjonalnego wariantu. W związku z powyższym głównym zamierzeniem autorki książki było zdiagnozowanie przyczyn, dla których w pewnych sytuacjach użycie danej procedury okazuje się ryzykowne, oraz zaproponowanie nowych jedno- i wielokryterialnych reguł decyzyjnych, które byłyby pozbawione zaobserwowanych

nieprawidłowości. Opracowanie autorskich metod podejmowania decyzji w warunkach niepewności zadecydowało zatem o nowatorskim charakterze rozprawy. Oryginalną zaletą niektórych procedur przedstawionych w pracy jest również przyjęcie odmiennych założeń wstępnych, które to w pewnych wypadkach bardziej odzwierciedlają naturę rzeczywistych problemów decyzyjnych.

Osiągnięcie celu głównego wsparte zostało trzema celami szczegółowymi: teoretycznym, empirycznym i aplikacyjnym. Cel teoretyczny obejmuje wielopłaszczyznowy opis zagadnienia podejmowania decyzji w warunkach niepewności oraz prezentację istniejących procedur i autorskich propozycji. Cel empiryczny to analiza rekomendacji uzyskiwanych za pomocą istniejących i własnych reguł decyzyjnych. Wreszcie cel aplikacyjny polega na sformułowaniu modelu matematycznego dla wybranych problemów (zagadnień) ekonomicznych, w których ostateczna decyzja podejmowana jest w warunkach niepewności, oraz na wykorzystaniu i adaptacji zaproponowanych procedur do wyznaczenia optymalnego rozwiązania.

Struktura pracy została podporządkowana wspomnianym celom rozprawy.

W rozdziale 1 omówiono pojęcia wykorzystywane w całej pracy (niepewność, ryzyko, prawdopodobieństwo) i dokładnie scharakteryzowano poszczególne aspekty związane z podejmowaniem decyzji w warunkach niepewności. Zwrócono uwagę na gry z naturą i gry z innymi graczami, na strategie czyste i mieszane, na optymalizację jedno- i wielokryterialną, na jedno- i wielokrotną realizację wybranego wariantu i na indywidualne bądź grupowe podejmowanie decyzji. Wiele miejsca poświęcono także idei planowania scenariuszowego (m.in. strukturze i cechom macierzy wypłat) oraz preferencjom decydenta (np. użyteczności wypłat, poziomowi punktu referencyjnego, nastawieniu do ryzyka, znaczeniu poszczególnych kryteriów oceny wariantów decyzyjnych). W pierwszej części książki znajdziemy również przyjęte założenia i zakres tematyczny całego opracowania. Rozdział 1 został w całości przygotowany na podstawie badań literaturowych przedmiotu.

Rozdział 2 dotyczy jednokryterialnego podejmowania decyzji w warunkach niepewności na podstawie planowania scenariuszowego. Zawiera on: opis i ocenę istniejących metod, omówienie trudności, jakie może napotkać decydent stosujący wspomniane procedury, oraz propozycję i analizę autorskich reguł decyzyjnych na podstawie przykładów liczbowych. Poruszono w nim między innymi problemy:

- asymetryczności wypłat,
- zróżnicowanych rozstępów tychże wypłat,
- oceny atrakcyjności danego scenariusza w ujęciu lokalnym i globalnym,
- wpływu struktury macierzy wypłat na uzyskane rankingi wariantów decyzyjnych.

Rozdział 3 charakteryzuje się zbliżoną konstrukcją. Jednak tym razem analizowane są kwestie związane z optymalizacją wielokryterialną w warunkach niepewności, przy czym nacisk położono na metodologię agregacji ocen względem scenariuszy i kryteriów. Pominięto natomiast aspekty wspólne dla obu zagadnień (tj. jedno- i wielokryterialnego podejmowania decyzji z niepewnymi parametrami).

Rozdział 4 przedstawia rozmaite ekonomiczne sytuacje decyzyjne, w których można zastosować techniki proponowane w poprzednich rozdziałach.

W zakończeniu monografii zebrano wszystkie istotne wnioski i zaproponowano kierunki dalszych badań.

Omawiana w rozprawie optymalizacja jedno- i wielokryterialna to subdyscypliny badań operacyjnych, a te z kolei stanowią dyscyplinę naukową ściśle powiązaną między innymi z ekonomią, modelowaniem matematycznym, matematyką stosowaną, statystyką i teorią decyzji.

Metody badawcze wykorzystane w monografii obejmują:

- studia literaturowe (ok. 500 publikacji), między innymi z zakresu podejmowania decyzji w warunkach niepewności, prawdopodobieństwa, teorii decyzji i teorii ekonomii, planowania scenariuszowego, programowania matematycznego (liniowego, nieliniowego, dyskretnego, celowego i wielocelowego), sieciowej analizy projektów, optymalnej konstrukcji portfela papierów wartościowych, zagadnienia gazeciarza oraz oceny atrakcyjności, efektywności i rentowności projektów inwestycyjnych,
- modelowanie matematyczne,
- symulacje,
- badania empiryczne.

Autorka niniejszej monografii jest pracownikiem Katedry Badań Operacyjnych Wydziału Informatyki i Gospodarki Elektronicznej na Uniwersytecie Ekonomicznym w Poznaniu.

Autorka wyraża serdeczne podziękowania współpracownikom i pracownikom innych ośrodków badawczych za wspólne dyskusje i możliwość wymiany poglądów podczas seminariów i konferencji naukowych oraz innych przedsięwzięć badawczych. Stanowiły one dodatkowe, niezwykle cenne źródło informacji przy przygotowywaniu książki.

Rozdział 1

SPECYFIKA PROBLEMÓW DECYZYJNYCH OBARCZONYCH NIEPEWNOŚCIĄ

1.1. Wprowadzenie

Jak już zasygnalizowano we wstępie do rozprawy, głównym tematem pracy są reguły wspierające podejmowanie decyzji ekonomicznych w warunkach niepewności. Zanim jednak nastąpi prezentacja wspomnianych metod, konieczna jest analiza pojęć, którymi będziemy się posługiwali w książce, dyskusja nad różnymi podejściami opisanymi w literaturze, wyszczególnienie kolejnych etapów definiowania problemu decyzyjnego, a także precyzyjne określenie zakresu tematycznego niniejszej pracy. Jest to niezbędne, gdyż zagadnienie optymalizacji w warunkach niepewności było i jest nadal intensywnie zgłębiane przez wielu badaczy, co sprawia, że temat ten jest niezwykle szeroki, a poszczególne koncepcje głoszone przez ich autorów są często ze sobą sprzeczne. W pracy Ravindrana, Phillipsa i Solberga (1987) podejmowanie decyzji w warunkach niepewności nazywane jest analizą decyzyjną, w skład której wchodzi następujące elementy: decydent, decyzje, scenariusze i konsekwencje (wypłaty). Zostaną one szczegółowo omówione w kolejnych podrozdziałach niniejszego rozdziału.

1.2. Istotne pojęcia

1.2.1. Niepewność a ryzyko

Na początek przedstawimy możliwe definicje niepewności i ryzyka w kontekście problemów ekonomicznych. Pierwsze wzmianki o niepewności i ryzyku w ekono-

mii pojawiają się już w pracach Knighta (1921) oraz von Neumanna i Morgensterna (1944), choć oczywiście pojęcia te występowały w literaturze (np. we fragmentach biblijnych) i języku potocznym znacznie wcześniej.

Sprawdźmy, jak wspomniane pojęcia są wyjaśniane w słownikach, encyklopediach i innych opracowaniach. Definicje **niepewności** nieco różnią się w zależności od rozpatrywanej dziedziny (np. w ubezpieczeniach, informatologii, metrologii, fizyce, ekonomii, finansach, socjologii, psychologii, statystyce, inżynierii, filozofii). Można jednak przyjąć, że niepewność powszechnie jest rozumiana jako stan psychiczny, w którym ktoś nie jest pewny prawdziwości danego zdania lub nie jest pewny skutków danego działania, i taka definicja nie jest kwestionowana przez żadną grupę naukowców, choć, jak się za chwilę okaże, ma ona dość ogólny charakter.

Zdecydowanie trudniej jest w sposób uniwersalny zdefiniować **ryzyko** (Monkiewicz, 2000; Tarczyński i Łuniewska, 2004). Poszczególne dziedziny nauki, takie jak teoria decyzji, psychologia, kognitywistyka, inżynieria czy nauki społeczne, przyjmują różne definicje. Jedna z nich zakłada, że ryzyko jest wskaźnikiem stanu lub zdarzenia mogącego prowadzić do strat, przy czym wartość wspomnianego wskaźnika jest proporcjonalna do prawdopodobieństwa wystąpienia tego zdarzenia i do wielkości strat, które może spowodować. Potocznie natomiast ryzyko traktuje się jako miarę (ocenę) zagrożenia wynikającego z prawdopodobnych zdarzeń niezależnych od nas albo z możliwych konsekwencji podjęcia decyzji. Według Bernsteina (1997) słowo „ryzyko” pochodzi od staro włoskiego *risicare*, które oznacza „odważyć się”. Zatem z semantyki tego określenia możemy wnioskować, że ryzyko jest raczej wyborem, a nie nieuchronnym przeznaczeniem.

Ciekawe porównanie ryzyka i niepewności przedstawił na przykład Pfeffer (1956): „ryzyko jest hazardem mierzonym prawdopodobieństwem, a niepewność mierzona jest przez poziom wiary, czyli ryzyko jest stanem świata, a niepewność stanem umysłu”.

Warto też sprawdzić, w jaki sposób postrzegane są niepewność i ryzyko w teorii decyzji i w teorii ekonomii (zarówno w głównym nurcie ekonomii, jak i w szkole austriackiej).

Teoria decyzji¹ zakłada, że decydent może mieć do czynienia z następującymi sytuacjami:

- 1) podejmowanie decyzji w warunkach pewności (*decision making under certainty*, DMC),
- 2) podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka (*decision making under risk*, DMR),

¹ W Stanach Zjednoczonych określenie „teoria decyzji” jest stosowane zamiennie z określeniem „badania operacyjne” (Stoner i Wankel, 1996).

- 3) podejmowanie decyzji w warunkach niepełnej informacji (*decision making with partial information*, DMPI),
- 4) podejmowanie decyzji w warunkach niepewności (*decision making under uncertainty*, DMU),
- 5) podejmowanie decyzji w warunkach totalnej niewiedzy (*decision making under total ignorance*, DMTI).

W wypadku **pewności** znamy dokładnie konsekwencje wyboru poszczególnych wariantów decyzyjnych, a więc wszystkie parametry (tj. wagi funkcji celu, współczynniki i wyrazy wolne ograniczeń) rozwiązywanego zadania optymalizacyjnego są wielkościami zdeterminowanymi (Stoner i Wankel, 1996)².

Dla **ryzyka** konsekwencje poszczególnych decyzji są przedstawione za pomocą potencjalnych zdarzeń (*events*), scenariuszy (*scenarios*), stanów natury (*states of nature*), stanów świata zewnętrznego (*states of the world*) wraz z prawdopodobieństwem ich wystąpienia³ (Grzesiak, 2010; Haimann, Scott i Connor, 1985; Kaplan i Barish, 1967; Kopańska-Bródka, 1998; Ravindran, 2008, Reshetukha, 2003; Sikora, 2008, Stoner i Wankel, 1996; Trzaskalik, 2008). Wynik ostateczny zależy nie tylko od wybranej decyzji, ale także od zaistniałego scenariusza. Jedną z miar wykorzystywanych w DMR jest **wartość oczekiwana**, gdyż stanowi ona ważoną prawdopodobieństwami średnią wypłat związanych z poszczególnymi scenariuszami.

Przy podejmowaniu decyzji w warunkach **niepełnej informacji** zakres dostępnej wiedzy jest nieco węższy (Cannon i Kmietowicz, 1974; Guo, 2013, 2014; Kmietowicz i Pearman, 1984; Kofler, 1968; Kofler i Menges, 1976; Kofler i Zweifel, 1993; Michalska i Pośpiech, 2010, 2011; Michalska, 2012, 2015; Weber, 1987). Znane nam są bowiem możliwe stany, lecz informacja o prawdopodobieństwie ich wystąpienia nie jest precyzyjna. Wielkość prawdopodobieństwa może być na przykład podana jako przedział (nie jako dokładna wartość). Podejmowanie decyzji w warunkach niepełnej informacji może również oznaczać, że decydent dysponuje

² O formułowaniu modeli matematycznych dla deterministycznych problemów optymalizacyjnych napisano bardzo wiele książek. Sposób konstruowania takich modeli (zmienne decyzyjne, funkcja celu, warunki) szczegółowo omówili na przykład Gruszczyński, Kuszewski i Podgórska (2009), Guzik (2009), Ignasiak (1996), Ravindran i współautorzy (1987), Sikora (2008) oraz Trzaskalik (2008). Warto podkreślić, że modelowanie sytuacji decyzyjnych i poszukiwanie rozwiązania optymalnego za pomocą dostępnych metod matematycznych i oprogramowania ma sens jedynie wówczas, gdy interesujący nas problem nie jest trywialny. W przeciwnym razie optymalną decyzję można wyznaczyć właściwie od razu, bez konieczności odwoływania się do matematyki (badań operacyjnych).

³ „Jeśli znany jest rozkład prawdopodobieństwa wszystkich wielkości losowych występujących w zadaniu decyzyjnym, to mamy do czynienia z podejmowaniem decyzji w warunkach ryzyka” (Guzik, 2009).

jedynie scenariuszami uszeregowanymi w kolejności od najbardziej do najmniej prawdopodobnego (Urli i Nadeau, 2004).

Kolejny poziom to **niepewność**. Tym razem nasza wiedza ogranicza się do listy potencjalnych scenariuszy. Nie dysponujemy jednak precyzyjnym ani przybliżonym oszacowaniem prawdopodobieństwa dla co najmniej jednej decyzji⁴ (Grzesiak, 2010; Ravindran, 2008; Sikora, 2008; Stoner i Wankel, 1996; Tarczyński i Łuniewska, 2004). Trzaskalik (2008) dodaje, że z niepewnością możemy mieć do czynienia również wówczas, gdy decydent posiada informacje o rozkładzie prawdopodobieństwa, lecz nie zamierza z tej wiedzy skorzystać.

Totalna niewiedza występuje natomiast wówczas, gdy nie mamy pojęcia, z jakimi przyszłymi stanami wiąże się poszczególne warianty decyzyjne (Larbi, Koniczny i Marquis, 2010)⁵.

Powyższy podział warunków podejmowania decyzji nie jest jedynym funkcjonującym podziałem rozwiniętym w ramach teorii decyzji. Znany jest na przykład podział tylko na DMC, DMR i DMU (Sikora, 2008; Guzik, 2009), przy czym ta ostatnia sytuacja może obejmować trzy przypadki: niepełną informację o prawdopodobieństwie wystąpienia scenariuszy; brak wiedzy o wspomnianym prawdopodobieństwie oraz niemożność określenia przyszłych stanów. Z kolei Courtney, Kirkland i Viquerie (1997) rozróżniają cztery poziomy niepewności: dość jasną przyszłość (*a clear enough future*), alternatywne scenariusze (*alternative futures*), przedział scenariuszy (*a range of futures*) oraz całkowitą niepewność (*true ambiguity*). W ramach pierwszego poziomu wystarczy za pomocą metod prognostycznych ustalić jeden możliwy wariant przyszłości. Drugi poziom wymaga wyznaczenia zbioru potencjalnych dyskretnych scenariuszy. Przy trzecim poziomie niepewności jesteśmy w stanie określić tylko przedział możliwych scenariuszy, czwartemu zaś towarzyszy totalna niewiedza o przyszłych stanach natury.

Interesujące są także rozważania zaprezentowane przez Kaplana i Barisha (1967). Autorzy stwierdzają, że jeżeli prawdopodobieństwo jest nieznanne bądź częściowo znane, to decyzja podejmowana jest w warunkach kompletnej lub częściowej niepewności, a wykorzystanie oszacowań prawdopodobieństwa subiektywnego⁶ dla częściowo niepewnych zdarzeń prowadzi do uzyskania problemu decyzyjnego rozwiązywanego w warunkach ryzyka.

⁴ „Jeśli rozkład prawdopodobieństwa dla przynajmniej jednej wielkości losowej nie jest znany, to mamy do czynienia z podejmowaniem decyzji w warunkach niepewności” (Guzik, 2009).

⁵ W cytowanej pracy omawiane cztery okoliczności podejmowania decyzji (tj. DMR, DMPI, DMU i DMTI) autorzy nazywają odpowiednio: niepewnością probabilistyczną (*probabilistic uncertainty*), wiarygodnym uporządkowaniem (*plausibility order*), pełną niepewnością (*strict uncertainty*) oraz całkowitą niewiedzą (*complete ignorance*).

⁶ Więcej informacji na temat prawdopodobieństwa subiektywnego zamieszczono w podrozdziale 1.2.2.

Warte podkreślenia jest również to, że niektórzy autorzy (m.in. Guzik, 2009) w ramach podejmowania decyzji w warunkach ryzyka dopuszczają możliwość przypisania temu samemu scenariuszowi różnych wielkości prawdopodobieństwa w zależności od tego, której decyzji dotyczy⁷.

Zupełnie inna koncepcja jest głoszona w **teorii ekonomii**, przy czym warto wyodrębnić w niej główny nurt ekonomii i szkołę austriacką. Główny nurt ekonomii przyjmuje, że w wypadku podejmowania decyzji w warunkach niepewności rozkład prawdopodobieństwa stanów związanych z poszczególnymi wariantami jest znany bądź nie (Anscombe i Aumann, 1963; Czerwiński, 1972; Grzesiak, 2016). W drugim przypadku ten rozkład można jednak zawsze oszacować, przynajmniej w sposób subiektywny (Gigerenzer, 2015; Potocki i Opolski, 2015; Ravindran i in., 1987). Gdy rozkład prawdopodobieństwa obiektywnego⁸ nie jest znany, owa niepewność bywa w literaturze nazywana niepewnością kompletną (*complete uncertainty*) lub całkowitą (*strict uncertainty*) (Gaspars-Wieloch, 2014e, 2016a, 2017f; Puppe i Schlag, 2009; Wu, St-Pierre i Abdul-Nour, 2017). Jedyna sytuacja, w której nie da się wyznaczyć chociażby prawdopodobieństwa subiektywnego, to przypadek, w którym decydent nie jest w stanie nawet określić potencjalnych przyszłych scenariuszy. Taki stan ekonomiści także nazywają niepewnością. Ryzyko w teorii ekonomii jest definiowane zupełnie inaczej aniżeli w teorii decyzji. Ryzyko traktowane jest tutaj jako zagrożenie, jako możliwość pojawienia się konsekwencji niekorzystnych (straty) bądź odmiennych od tych, których oczekiwano (Aven, 2016; Dominiak, 2009; Dubois i Prade, 2012; Fishburn, 1984; Guney i Newell, 2015; Ogryczak i Śliwiński, 2009; Tarczyński i Łuniewska, 2004; Waters, 2011).

Drugi nurt teorii ekonomii, czyli **austriacka szkoła ekonomiczna**, podobnie jak teoria decyzji, zakłada, że przy podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności ustalone matematycznie prawdopodobieństwo stanów, które mają wpływ na wynik działania, nie może być znane, gdyż dotyczy ono jedynie zdarzeń powtarzalnych (np. rzutów kostką czy losowania kulek). Tymczasem w praktyce mamy raczej do czynienia ze zdarzeniami niepowtarzalnymi (L. von Mises, 1949, 1962). Dodatkowo ekonomiści szkoły austriackiej podkreślają, że niepewność nie wynika z losowości zdarzeń, lecz z tego, że na dane zdarzenie ma wpływ bardzo wiele czynników, z których tylko niektóre są znane, czyli możliwe do uwzględnienia w procesie podejmowania decyzji. Z kolei ryzyko jest w szkole austriackiej rozumiane w taki sam sposób jak w głównym nurcie ekonomii.

Jak już zasygnalizowano na początku tego podrozdziału, duży wkład w definiowanie ryzyka i niepewności miał także **F. Knight**. Jego zdaniem, decyzje są

⁷ Na przykład dla wariantu decyzyjnego W1 prawdopodobieństwo wystąpienia stanu S1, S2 i S3 wynosi odpowiednio 0,3, 0,5 i 0,2. Natomiast dla wariantu W2 prawdopodobieństwo wystąpienia tych samych scenariuszy wynosi odpowiednio 0,4, 0,4 i 0,2.

⁸ O prawdopodobieństwie obiektywnym będzie mowa w podrozdziale 1.2.2.

podejmowane w warunkach ryzyka, gdy dysponujemy prawdopodobieństwem mierzalnym (*measurable probability*) – można wówczas się kierować maksymalizacją oczekiwanej użyteczności⁹. Jeżeli natomiast nie da się zmierzyć prawdopodobieństwa, to podejmowanie decyzji odbywa się w warunkach niepewności¹⁰: „risk is a quantity susceptible to empirical measurement, uncertainty is of the non-quantitative type” (Knight, 1921).

Terminy „ryzyko” i „niepewność” wielokrotnie redefiniowano (Pogorzelski, 2015). Na przykład badania przeprowadzone przez de Finetti (1975, 1993) i Ramsey (1931) doprowadziły do przedstawienia ryzyka jako sytuacji, w której podejmujemy decyzje na podstawie prawdopodobieństwa obiektywnego, a niepewności jako sytuacji, w której decyzje są podejmowane na podstawie prawdopodobieństwa subiektywnego. Savage (1954) z kolei stwierdził, że skoro w obu wypadkach (ryzyka i niepewności) decyzje podejmowane są na podstawie prawdopodobieństwa (obiektywnego bądź subiektywnego), to znaczy, że niezależnie od okoliczności oczekiwana użyteczność można maksymalizować w każdej sytuacji. Zastosowanie tej samej metody w obu procesach decyzyjnych pozwala nam dojść do następującej konkluzji: niepewność można zawsze zredukować do ryzyka.

Omawiając pojęcie niepewności, warto też wspomnieć o jej rodzajach. W pracach Durbacha i Stewarta (2012b) oraz Stewarta (2005) mowa jest o niepewności zewnętrznej i wewnętrznej. **Niepewność zewnętrzna** (*external uncertainty*) to niepewność dotycząca okoliczności, na które decydent nie ma żadnego wpływu, a więc wynika ona z niepełnej wiedzy o skutkach możliwych decyzji. **Niepewność wewnętrzna** (*internal uncertainty*) jest związana z niepełną znajomością własnych preferencji i z niemożnością identyfikacji problemu decyzyjnego.

Z kolei niepewność epistemiczną i aleatoryjną opisują między innymi Aven (2011), Beven (2016), Mullins, Ling, Mahadevan, Sun i Strachan (2016), Stirling (2003), Tannert, Elvers i Jandrig (2007), Walker i współautorzy (2003) oraz Zio i Pedroni (2013). **Niepewność epistemiczna** (*epistemic uncertainty, epistemological uncertainty, reducible uncertainty*) wynika z braku precyzji lub dostatecznej wiedzy na temat przyszłych zdarzeń. Po otrzymaniu dodatkowych informacji może być częściowo zredukowana, a nawet całkowicie wyeliminowana. **Niepewność aleatoryjna** (*aleatory uncertainty, aleatoric uncertainty, random uncertainty*) wynika natomiast z nieodłącznej zmienności zjawisk. Nie da się jej zatem uniknąć, nawet po przeprowadzeniu wielu prób.

Niniejszy podrozdział nie zawiera oczywiście wszystkich istniejących koncepcji definiowania niepewności i ryzyka. Na przykład Walker i współautorzy (2003)

⁹ Rozważania dotyczące użyteczności zawarto w podrozdziałach 1.3.6 i 2.7, a o oczekiwanej użyteczności mowa jest w podrozdziale 2.2.2.

¹⁰ Temat ten został rozwinięty w podrozdziale 1.2.2.

wspominają w pracy o czterech rodzajach niepewności: *statistical uncertainty*, *scenario uncertainty*, *recognized ignorance* i *total ignorance*. Kolejne interesujące definicje i klasyfikacje przedstawili między innymi Aven (2011, 2016), Bochenek (2012, 2017), Birge i Louveaux (2011), Domurat i Zieliński (2013), Kuchta (2010), Ogryczak (2006), Słowiński, Kadziński i Greco (2014), Trzpiot (2006a; 2006b) oraz Tyszka (2010). Niektóre z nich bliższe są teorii decyzji, inne mają wiele wspólnego z teorią ekonomii.

Warto także mieć świadomość, że istnienie niedeterministycznych problemów decyzyjnych przyczyniło się do powstania między innymi takich teorii jak teoria prawdopodobieństwa (*probability theory*) (Kolmogorov, 1933), teoria nieprecyzyjnej (*imprecise theory*) (Walley, 1991), teoria Dempstera-Shafera (*evidence theory*) (Sentz i Ferson, 2002; Shafer, 1976), teoria perspektywy (*prospect theory*) (Kahneman i Tversky, 1979), rachunek przedziałowy (*interval analysis*) (Gallego-Posada i Puerta-Yepes, 2018; Hansen, 1980; Moore, 1962; Skelboe, 1974), teoria możliwości (*possibility theory*) (Dubois i Prade, 2001; Gawęł, Rębiasz i Skalna, 2015; Zadeh, 1999), teoria niepewności (*uncertainty theory*) (Liu, 2007, 2009) i teoria wiarygodności (*credibility theory*) (Longley-Cook, 1962). O niektórych z nich będzie mowa w dalszej części pracy, lecz nie znajdują się one w centrum naszych zainteresowań.

1.2.2. Prawdopodobieństwo

W podrozdziale 1.2.1 dość często używano pojęcia prawdopodobieństwa – ono również wymaga wyjaśnienia. W niniejszej pracy nie przedstawiono oczywiście wszystkich istniejących definicji prawdopodobieństwa. Celem tego podrozdziału jest raczej zasygnalizowanie, że występujące w literaturze definicje tego pojęcia są bardzo liczne, a niekiedy nawet ze sobą sprzeczne (Piegat, 2010). Najczęściej przyjmuje się, że prawdopodobieństwo jest przypisywane zdarzeniom losowym w postaci liczb z przedziału jednostkowego, które wskazują szanse wystąpienia tychże zdarzeń. Zdarzenie losowe to mierzalny podzbiór $A = \{e_1, e_2, \dots, e_n, \dots\} \subset \Omega$ przestrzeni zdarzeń elementarnych (jest to więc zdarzenie polegające na tym, że zajdzie zdarzenie elementarne e_1, e_2, \dots, e_n lub ...), a zdarzenie elementarne to pojedynczy wynik eksperymentu losowego (Piasecki, 2002; Piasecki, Anholcer i Echaust, 2013). Prawdopodobieństwo jest więc miarą przewidywalności (pewności) względem danego zjawiska. Zależy ona od naszej wiedzy, a skoro stan wiedzy może się zmieniać w czasie, to z upływem czasu może też ulec zmianie wartość prawdopodobieństwa (Caplan, 1999)¹¹.

¹¹ Teoria prawdopodobieństwa nie jest deterministyczną teorią wyboru, dopuszcza ona „uczenie się” (*Bayesian updating*).

W literaturze można znaleźć koncepcję **prawdopodobieństwa ilościowego**, które jest stosowane głównie przez matematyków (np. Bernoulli, 1713; Laplace, 1812). W ramach tej koncepcji opracowano klasyczną (Laplace, 1812), geometryczną, statystyczną i częstościową (częstotliwościową) definicję prawdopodobieństwa. Według **definicji klasycznej** prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A to stosunek liczby jednakowo prawdopodobnych i wzajemnie wykluczających się zdarzeń (tj. zdarzeń elementarnych) sprzyjających zdarzeniu A do liczby wszystkich możliwych zdarzeń elementarnych należących do Ω . Z definicji tej można korzystać, gdy prawdopodobieństwo danego zdarzenia jest określane na podstawie intelektualnej analizy jego własności. Niemożliwe jest jednak zastosowanie wspomnianego podejścia w wypadku nieskończonej długości ciągów zdarzeń.

Geometryczna definicja prawdopodobieństwa (zaproponowana przez G. L. Leclerca) jest istotna, gdy zdarzenia są reprezentowane przez powierzchnie figur geometrycznych. Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A jest bowiem tym razem rozumiane jako stosunek pola obszaru odbywania się zdarzeń potwierdzających zdarzenie A do pola obszaru odbywania się zdarzeń ogółem, przy czym zbiór Ω może być nieskończony, lecz musi być ograniczony.

W praktyce nie zawsze znana jest liczebność zbioru zdarzeń elementarnych niezbędna przy definicji klasycznej. Trudne do wyznaczenia mogą się również okazać miary wymagane przy definicji geometrycznej. W takich sytuacjach, jeżeli tylko dysponujemy minionymi obserwacjami (czyli danymi historycznymi), odpowiednia może być **statystyczna definicja** prawdopodobieństwa, zgodnie z którą prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A to iloraz liczby obserwacji potwierdzających zdarzenie A przez liczbę obserwacji ogółem. Kolejna propozycja to **definicja częstościowa**, której autorstwo przypisuje się R. von Misesowi (1931, 1957). Przedstawił on prawdopodobieństwo jako granicę ciągu częstości serii zdarzeń, przy czym zbiór Ω może być nieskończony. Koncepcja ta jest dość mocno krytykowana (Frechet, 1938; Piegat, 2010; Ville, 1939), między innymi dlatego że tak prezentowane prawdopodobieństwo jest dane *a posteriori*¹², a nie *a priori*¹³ – trudno zatem w ten sposób przewidywać szanse zajścia zdarzenia w przyszłości. Na przykład wyrzucenie symetryczną monetą 1000 razy z rzędu reszki nie oznacza przecież, że bardziej prawdopodobne będzie wyrzucenie reszki w 1001. rzucie (według tzw. prawa serii) czy też orła (patrz przełamanie serii). Według teorii częstościowej nie można stosować pojęcia prawdopodobieństwa do pojedynczych zdarzeń. Co więcej, z przeprowadzonych badań wynika, że dla małej liczby przypadków w tym wypadku otrzymuje się czasem zupełnie niewiarygodne wyniki,

¹² Prawdopodobieństwo *a posteriori* obliczane jest na podstawie wyników doświadczenia (czyli częstości).

¹³ Prawdopodobieństwo *a priori* obliczane jest przed realizacją doświadczenia losowego.

a przy ogromnej liczbie eksperymentów nie zawsze dochodzi do ustabilizowania się prawdopodobieństwa. Caplan (1999, 2001) stwierdza, że jeżeli według R. von Misesa nie można skwantyfikować prawdopodobieństwa zdarzenia indywidualnego, unikatowego, niepowtarzalnego, to w takim razie nie można też skwantyfikować ogólnie prawdopodobieństwa, ponieważ wszystkie zdarzenia są indywidualne, unikatowe i niepowtarzalne. Inny zarzut padający pod adresem omawianego podejścia to niesprawiedliwość i nielogiczność teorii ze względu na różną wagę dowodów w zależności od ich pozycji w sekwencji dowodów (*sequence ordering problem*). W obronie teorii częstościowej staje natomiast van Lambalgen (1996), który, wbrew opiniom krytyków, zauważa między innymi, że R. von Mises traktuje względną częstość jako prawdopodobieństwo jedynie wtedy, gdy zdarzenia są niezależne w ciągu. Z względnymi częstościami wiąże się jeszcze jeden aspekt – zdaniem Hoppe’a (1989, 1997), jeżeli nie znamy wszystkich możliwych zdarzeń, to nie dysponujemy wiedzą o ich względnych częstościach. Caplan (1999, 2001) jednak odpowiada następująco: „W razie wątpliwości, zawsze można dodać kategorię «inne» z prawdopodobieństwem równym 0”.

W niniejszej części książki należy koniecznie wspomnieć o **prawdopodobieństwie warunkowym** zaproponowanym przez T. Bayesa, czyli o prawdopodobieństwie zajścia zdarzenia A pod warunkiem zajścia zdarzenia B , gdzie $P(B) > 0$ (zakłada się więc, że musi być możliwe zajście zdarzenia B). Prawdopodobieństwo to wyznacza się jako iloraz części wspólnej zdarzeń A i B przez prawdopodobieństwo zdarzenia B . Z prawdopodobieństwem warunkowym wiąże się wnioskowanie bayesowskie, które służy do wyznaczenia prawdopodobieństwa symptomatyczno-diagnostycznego (A – diagnoza, B – symptom) na podstawie prawdopodobieństwa przyczynowo-skutkowego (A – skutek, B – przyczyna). Dzięki prawdopodobieństwu warunkowemu można obliczyć prawdopodobieństwo całkowite, które z kolei (w przeciwieństwie do prawdopodobieństwa częstościowego) jest prawdopodobieństwem *a priori*.

W poprzednim podrozdziale wspomnieliśmy o **prawdopodobieństwie mierzalnym** i **niemierzalnym**. Taki podział zaproponował Knight (1921). Wyróżnił on dodatkowo trzy kategorie: prawdopodobieństwo *a priori* (*described*), prawdopodobieństwo statystyczne (*statistical, experienced*) i szacunki (*estimates*), przy czym dwa pierwsze rodzaje odnoszą się do prawdopodobieństwa mierzalnego, a ostatni rodzaj – do prawdopodobieństwa niemierzalnego. Według Knighta prawdopodobieństwo *a priori* można wyznaczyć z łatwością w sposób matematyczny, lecz jedynie dla zdarzeń ze znanym losowym mechanizmem (np. wyrzucenie szóstki kostką). Prawdopodobieństwo statystyczne cechuje większy stopień trudności, ustalone jest ono bowiem dla zdarzeń wymagających przeprowadzenia doświadczenia, a uzyskany wynik nie jest dokładny. Wreszcie szacunki podawane są dla zdarzeń zupełnie unikatowych (Hau, Pleskac i Hertwig, 2009).

W niniejszym podrozdziale należy też wspomnieć o **Kołmogorowie**, który jest uważany za twórcę nowoczesnej teorii prawdopodobieństwa (Shafer i Vovk, 2003), a zarazem pierwszej aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa (Kołmogorov, 1933, 1956). Obrazuje ona formalne własności wszelkich prawdopodobieństw ilościowych i opisuje prawdopodobieństwo jako miarę obiektywnej możliwości zachodzenia zdarzenia. Jest to dowolna funkcja P przypisująca zdarzeniom losowym wartości z przedziału jednostkowego, dla której $P(\Omega) = 1$ oraz $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$ dla dowolnego przeliczalnego ciągu (A_n) zdarzeń parami wykluczających się (zakłada się, że Ω oznacza skończoną przestrzeń zdarzeń elementarnych). Według Kołmogorowa prawdopodobieństwo musi więc spełniać warunek nieujemności (prawdopodobieństwo dowolnego zdarzenia jest nieujemne: $P(A) \geq 0$), warunek unormowania do jedności (prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego wynosi 1) oraz warunek przeliczalnej addytywności. Jeżeli powyższe założenia (czyli tzw. aksjomaty prawdopodobieństwa) są spełnione, to mówimy, że na zdarzeniach zbioru Ω określone zostało prawdopodobieństwo, a liczbę $P(A)$ nazywamy prawdopodobieństwem zdarzenia A . Wśród właściwości tak zdefiniowanego prawdopodobieństwa wymienia się między innymi następujące cechy: (1) prawdopodobieństwo zdarzenia, któremu nie sprzyja żadne zdarzenie elementarne, jest równe zero; (2) suma prawdopodobieństw zdarzeń przeciwnych jest równa jedności; (3) prawdopodobieństwo dwóch dowolnych zdarzeń A i B jest równe sumie prawdopodobieństw tych zdarzeń pomniejszonej o prawdopodobieństwo ewentualnej części wspólnej tych zdarzeń (tj. prawdopodobieństwo ich iloczynu). Definicję Kołmogorowa nazwano aksjomatyczną definicją prawdopodobieństwa, ponieważ, w odróżnieniu od definicji klasycznej wykorzystującej definiowane pojęcie (tj. „jednakowo prawdopodobnych”), co było niewątpliwie defektem, przedstawia ona prawdopodobieństwo jako liczbę spełniającą trzy omówione powyżej aksjomaty (tj. twierdzenia uważane za oczywiste; zdania, które przyjmuje się za prawdziwe, których nie dowodzi się w obrębie danej teorii matematycznej).

Wszystkie zaprezentowane powyżej definicje prawdopodobieństwa dotyczyły tzw. **prawdopodobieństwa obiektywnego** (traktowanego jako granica stosunku liczby „sukcesów” do liczby „losowań”), o którym można tak naprawdę mówić tylko w wypadku dobrze zdefiniowanych eksperymentów losowych. Dla zdarzeń, które w danych warunkach zachodzą tylko raz, nie ma miejsca na tak zdefiniowane prawdopodobieństwo (Neyman, 1969).

Według **subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa** prawdopodobieństwo nie musi być wielkością obiektywną, lecz może być określone na podstawie subiektywnej opinii osoby i dostępnych jej aktualnie danych. Prawdopodobieństwo subiektywne odnosi się do ludzkich przekonań, do stopnia, w jakim ludzie wierzą w prawdziwość ludzkich zdań (de Finetti, 1975; Ramsey, 1931). Tak rozumiane

prawdopodobieństwo dla danego zjawiska w określonych okolicznościach jest na ogół różne dla różnych podmiotów podejmujących decyzje (Sadowski, 1977, 1980). Jest to „stopień wiary, podtrzymywanej logiką i doświadczeniem oraz modyfikowanej przez dane” (Findejsen, 1985). Mówiąc o prawdopodobieństwie w ujęciu subiektywnym, warto się odwołać do definicji Bayesowskiej, według której prawdopodobieństwo to miara pewności, jaką można przypisać różnym hipotezom, modelowanej matematycznie jako rozkład prawdopodobieństwa. Zwolennicy subiektywnej teorii prawdopodobieństwa twierdzą nawet, że obiektywne prawdopodobieństwo nie istnieje: „No matter how much information you have, there is no scientific method to assign a probability to an event” (de Finetti, 1975). Prawdopodobieństwo subiektywne może być oczywiście szacowane zarówno dla zdarzeń losowych, jak i nielosowych.

Kontynuując rozważania na temat prawdopodobieństwa subiektywnego, zapoznajmy się również ze stanowiskiem Caplana (1999, 2001), który słusznie zauważa, że „ludzie nie potrafią liczbowo wycenić/oszacować prawdopodobieństwa, ale w ich zachowaniach można tę wycenę odczytać” (Caplan, 2001).

Interesującą analizę porównawczą prawdopodobieństwa obiektywnego i subiektywnego zamieścił w swej pracy Kotarbiński (1993): „W sensie subiektywnym, mówiąc «prawdopodobnie», wyrażamy niepełną stanowczość żywionego przekonania, np. czasem kiedy mówimy, że prawdopodobnie chory wyzdrowieje albo że prawdopodobnie będzie deszcz. W sensie obiektywnym, mówiąc, że prawdopodobieństwo wyrzucenia kostką liczby 3 wynosi $1/6$, nie zaznaczamy bynajmniej jakiegokolwiek chwiejności przekonania własnego. Stwierdzamy tylko miarę częstości rzutów trójkowych w stosunku do ogółu rzutów kostką w danej serii rzutów, jeżeli ta seria rzutów będzie obejmowała wielką ich liczbę”. Z kolei Ravindran i współautorzy (1987), porównując te dwa typy prawdopodobieństwa, opisują prawdopodobieństwo obiektywne jako ustalone w sposób teoretyczny bądź empiryczny, a prawdopodobieństwo subiektywne jako odzwierciedlające stan wiedzy i przypuszczenia decydenta.

W niniejszym podrozdziale nie wspomnieliśmy jeszcze o **koncepcji skłonnościowej** (*propensity theory*) zaproponowanej przez Poppera (1988). Przeczy ona subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa. Według koncepcji Poppera, prawdopodobieństwo to cecha fizykalna, to miara skłonności przysługującej sytuacji do wywołania jakiegoś typu zdarzeń z określonymi częstościami względnymi, przy czym zmiana warunków początkowych (tj. sytuacji) zmienia skłonności i względne częstości, czyli statystyczne wyniki zdarzeń. Skłonności S to prawdopodobieństwa, które mogą przyjmować wartości z przedziału $[0, 1]$. Gdy $S = 1$, skłonność jest równoznaczna z przyczynowością, dla $0 < S < 1$ istnieją siły rywalizujące, ciągnące w różnych kierunkach, a dla $S = 0$ skłonność nie występuje, przy czym wszystkie niezerowe skłonności kiedyś się zrealizują, gdyż teraźniejszość jest ciągłym

procesem aktualizacji skłonności. Rachunek prawdopodobieństwa jest zatem opisem obiektywnych cech świata, a nie miarą naszej niewiedzy o zachowaniu się danych obiektów (Załuski, 2002). Skłonnościowa definicja prawdopodobieństwa pozwala rozwiązać „problem pojedynczego zdarzenia”, który występuje w wypadku korzystania z częstotliwościowej definicji prawdopodobieństwa. Popper dodaje, że dla opisu zachowania mas statystycznych interpretacja częstotliwościowa jest wystarczająca, gdyż mówi ona o tym, co się zdarza zazwyczaj. Teorii skłonności zarzuca się brak możliwości opisu prawdopodobieństwa, że dany skutek został spowodowany przez daną przyczynę (*inverse probability*) – potrafi ona jedynie opisać prawdopodobieństwo skutku (*forward probability*).

W końcowej części niniejszego rozdziału autorka pragnie jeszcze przybliżyć Czytelnikowi stanowisko ekonomisty **Ludwiga von Misesa** (1949, 1962) – brata matematyka Richarda von Misesa (autora dość mocno krytykowanej teorii częstotliwościowej). Twierdził on (L. von Mises, 1949), że definiowaniem pojęcia prawdopodobieństwa nie powinni w ogóle zajmować się matematycy: „Historia każdej dyscypliny naukowej odnotowuje przykłady niewłaściwego zastosowania rachunku prawdopodobieństwa. Niejednoznaczność rachunku prawdopodobieństwa sprawiła, że stał się on zakałą matematyki”¹⁴, „Nadmierna koncentracja na matematycznym aspekcie rachunku prawdopodobieństwa doprowadziła do niesłusznego przekonania, że prawdopodobieństwo to zawsze częstość”. L. von Mises nie widzi sensu stosowania rachunku prawdopodobieństwa w grach hazardowych (gdź cechą charakterystyczną hazardu jest styczność z czymś nieznanym, z czymś przypadkiem) czy w ubezpieczeniach (gdzie nie liczy się rachunek prawdopodobieństwa, lecz rozłożenie ryzyka na wiele osób). Wyodrębnia on dwa rodzaje prawdopodobieństwa: prawdopodobieństwo klas (*class probability*, CLP), zwane również prawdopodobieństwem częstości, oraz prawdopodobieństwo zdarzeń jednostkowych (*case probability*, CAP). Prawdopodobieństwo klas ma na przykład zastosowanie w naukach przyrodniczych, ponieważ tam pojawia się przyczynowość; CAP występuje z kolei w naukach o ludzkim działaniu (także w naukach historycznych), gdzie znamy tylko niektóre czynniki decydujące o końcowym rezultacie – trudno jest nam bowiem dokładnie ustalić cele i działania innych ludzi. Prawdopodobieństwa zdarzeń jednostkowych nie da się wyrazić liczbowo i nie powinno się go odnosić do częstości. Dlaczego? Odpowiedź jest prosta – możemy wiedzieć wszystko na temat przebiegu zdarzeń należących do danej klasy, lecz nie wiemy nic o pojedynczym zdarzeniu poza tym, że należy do tej właśnie klasy. Nawet jeżeli dysponujemy kompletną wiedzą o śmiertelności w danym regionie w przeszłości, to nie wiemy nic o długości życia danej osoby poza tym, że

¹⁴ Podobne wnioski wyciągnął także Mill (1843).

ta osoba należy do klasy ludzi o danych charakterystykach¹⁵. „Rachunek prawdopodobieństwa przedstawia tę niedoskonałą wiedzę (o prawdopodobieństwie) za pomocą symboli matematycznych, co jej nie poszerza, nie pogłębia i nie wzbogaca. To jest tylko przetłumaczenie na język matematyki tego, co już wiedzieliśmy wcześniej” (L. von Mises, 1949).

Widzimy, że stanowisko L. von Misesa jest zbieżne z postulatami austriackiej szkoły ekonomicznej (patrz podrozdział 1.2.1). Pośrednią akceptację jego koncepcji odnajdujemy na przykład w pracach Czerwińskiego (1960, 1972), który zaznacza, że stosowanie wartości oczekiwanej (a więc wartości ustalonej na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa) jako kryterium w procesie decyzyjnym jest uzasadnione jedynie w wypadku decyzji podejmowanych w sytuacjach wielokrotnie powtarzalnych.

Podrozdział ten nie stanowi z pewnością wyczerpującego przeglądu wszystkich opracowanych dotychczas definicji prawdopodobieństwa. Nie omówiliśmy jeszcze szczegółowo chociażby **algebry zmiennych losowych**¹⁶ (Springer, 1979), **logicznej teorii prawdopodobieństwa** (Carnap, 1950), zgodnie z którą „prawdopodobieństwo to słaba implikacja”¹⁷, czy też **kompletnościowej teorii prawdopodobieństwa** (Piegat, 2010), która, według jej autora, jest pozbawiona wszystkich wad teorii częstościowej, gdyż, między innymi, w wiarygodny sposób modeluje prawdopodobieństwo dla krytycznych i specjalnych sytuacji (np. mała liczba prób/dowodów), a punktowe prawdopodobieństwo zastępuje prawdopodobieństwem przedziałowym (podając jego dolną i górną granicę). Ciekawe rozważania na temat probabilistyki znajdziemy także w pracy Smoluka (2007).

Jednakże celem tej części książki było jedynie uświadomienie Czytelnikowi, że dotychczas nie udało się opracować uniwersalnej definicji prawdopodobieństwa, która zadowoliliby przedstawiciele wszystkich środowisk naukowych (matematyków, statystyków, ekonomistów, filozofów, fizyków itd.), a to oznacza, że w kolejnych fragmentach monografii konieczne będzie przyjęcie konkretnych założeń dotyczących omawianego pojęcia, aby zawarta w niej treść była spójna i zrozumiała.

¹⁵ Prawdopodobieństwo klas bywa mylone z CAP na przykład wówczas, gdy pacjent leczony w szpitalu na daną chorobę stwierdza, że na pewno nie umrze, skoro w tymże szpitalu na to schorzenie umarło już 30 pacjentów, a lekarze mówią, że dotychczas na 100 chorych 30 umierało. W związku z tym, że pomiędzy CLP a CAP istnieje zasadnicza różnica, ubezpieczenie całej grupy ludzi diametralnie różni się od ubezpieczenia jednej osoby. W pierwszym przypadku takie działanie to biznes, w drugim zaś – to hazard (L. von Mises, 1949).

¹⁶ Zmienna losowa to funkcja przypisująca zdarzeniom elementarnym liczby.

¹⁷ Prawdopodobieństwo bywa łączone z logiką wielowartościową i ma to uzasadnienie. Czasami trudno bowiem ocenić prawdziwość danego zdania p za pomocą jedynie dwóch wartości logicznych (prawda, fałsz). Wprowadza się wówczas na przykład trzy wartości logiczne: $V(p) = 0$, $V(p) = 0,5$, $V(p) = 1$, gdzie pierwsza oznacza, że zdanie p jest fałszywe, druga – że zdanie p jest możliwe, a trzecia – że zdanie p jest prawdziwe.

Warto podkreślić, że brak uniwersalnej definicji prawdopodobieństwa sprawił, że rachunek prawdopodobieństwa jest tą dziedziną matematyki, w której istnieje szczególnie dużo paradoksów wynikających z błędnego wyobrażenia o losowości. Jednym z nich jest tzw. paradoks Bertranda. Zadanie polega na znalezieniu prawdopodobieństwa tego, że losowo poprowadzona cięciwa będzie dłuższa od boku trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg o promieniu R . Na skutek istnienia różnych możliwości pojmowania wyrażenia „losowo poprowadzona” (czyli metod wyboru przestrzeni probabilistycznej) osoby rozwiązujące powyższy problem mogą dojść nawet do trzech różnych wyników: $1/3$, $1/2$ i $1/4$. Dokładny opis tego paradoksu można znaleźć na przykład w pracy Bertranda (1889).

1.3. Opis problemu decyzyjnego

Zanim przejdziemy do rozdziału 2, w którym to omówiono istniejące reguły decyzyjne w warunkach niepewności oraz zaproponowano różne nowe, zmodyfikowane podejścia, warto szczegółowo opisać wszystkie elementy i cechy problemu decyzyjnego. Ich znajomość pozwala bowiem:

- ustalić cel i warunki ograniczające decyzję,
- zbudować zbiór decyzji dopuszczalnych,
- wyodrębnić wszystkie istotne kryteria oceny decyzji,
- dokonać oceny każdej decyzji na podstawie tychże kryteriów,
- zbudować model decyzyjny umożliwiający wybór decyzji optymalnej (tj. najlepszej w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych) lub wystarczającej (zadowalającej).

Zauważmy, że określenia „problem decyzyjny” i „sytuacja decyzyjna” bywają w literaturze definiowane w różny sposób. **Sytuacja decyzyjna** może być rozumiana jako zbiór wszystkich czynników (zależnych od decydenta i niezależnych od niego) mających wpływ na podjęcie przez decydenta decyzji w procesie decyzyjnym, a **problem decyzyjny** może być traktowany jako sytuacja problemowa, w której podmiot staje przed koniecznością wyboru jednego z co najmniej dwóch możliwych wariantów działania. W rozprawie natomiast te dwa pojęcia stosowane są zamiennie, by uniknąć nadmiernych powtórzeń, przy czym definiowane są identycznie, jako zbiór wszystkich czynników mających wpływ na wybór przez decydenta jednego z co najmniej dwóch możliwych wariantów decyzyjnych. Na początku niniejszego podrozdziału użyto także pojęcia „**modelu decyzyjnego**”. Oznacza ono odwzorowanie wycinka rzeczywistości, które w sposób syntetyczny opisuje problem decyzyjny (Czechowska, 2014).

1.3.1. Gry z naturą i gry z drugim graczem

W pracach poświęconych podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności autorzy wyodrębniają najczęściej dwie podstawowe sytuacje: grę z drugim graczem (grę dwuosobową) i grę z naturą (Ignasiak, 1996; Sikora, 2008).

W pierwszym przypadku (**gra z drugim graczem**) na rezultat końcowy wpływ ma zarówno wariant decyzyjny wybrany przez decydenta, jak i decyzja podjęta przez drugi podmiot. Tak zdefiniowaną grą jest dowolna sytuacja konfliktowa, a graczem może być człowiek, przedsiębiorstwo, władze danego państwa, a nawet zwierzę. Obaj gracze są zainteresowani wynikiem gry (tj. maksymalizacją wygranej), zatem poszukiwać należy rozwiązania, które będzie satysfakcjonujące dla obu stron¹⁸.

W drugim przypadku (**gra z naturą**) wynik decyzji podjętej przez podmiot zależy nie tylko od samego wyboru decydenta, lecz również od stanu świata zewnętrznego (scenariusza), który wystąpi. „Przeciwnikiem” dla danego gracza jest więc natura, dla której wynik gry nie jest istotny. Natura nie zamierza wygrać z podmiotem decyzyjnym. Dlatego też problem rozwiązuje się tylko z punktu widzenia decydenta. W grze z naturą przeciwnik decydenta traktowany jest jako gracz „nierozumny”, pasywny.

1.3.2. Macierz wypłat i planowanie scenariuszowe

Grę z drugim graczem bądź grę z naturą można przedstawić za pomocą **macierzy wypłat** (*payoff matrix, decision matrix*). W pierwszym wypadku reprezentuje ona poszczególnych graczy wraz z ich wariantami decyzyjnymi (tabela 1.1), a w drugim – gracza i naturę, przy czym graczowi przypisane są decyzje, a naturze – scenariusze (tabela 1.2).

Istotnym elementem problemu decyzyjnego są niewątpliwie **warianty decyzyjne** (*decision variants*), nazywane także w literaturze decyzjami (*decisions*), alternatywami (*alternatives*), opcjami (*options*) oraz rozwiązaniami alternatywnymi (*alternative courses of action* (Ravindran i in., 1987)) gracza/decydenta. Na ten obszar problemu decyzyjnego podmiot ma wpływ – może bowiem dokonać wyboru decyzji.

¹⁸ Teoria zajmująca się między innymi grami dwuosobowymi nosi nazwę teorii gier. Istnieją gry o sumie stałej, w tym gry o sumie zerowej, lub zmiennej (w pierwszym przypadku suma wypłat obu graczy, niezależnie od wybranych strategii, jest zawsze stała); gry sprawiedliwe (wartość oczekiwana wypłaty każdego gracza jest taka sama) i niesprawiedliwe. W ramach teorii gier, oprócz gier dwuosobowych, analizuje się gry wieloosobowe. Przedmiotem badań są zarówno gry, w których gracze dysponują pełną wiedzą o wypłatach wszystkich graczy, jak i gry, w których gracze nie posiadają pełnej wiedzy na ten temat (Ignasiak, 1996; Pacuit i Roy, 2012; Patkowski, 2012; Ross, 2010; Sikora, 2008; Straffin, 1996; Trzaskalik, 2008).

Tabela 1.1. Macierz wypłat (gra z drugim graczem)

Gracz B	Gracz A				
	A_1	...	A_j	...	A_n
B_1	$b_{1,1}, a_{1,1}$...	$b_{1,j}, a_{1,j}$...	$b_{1,n}, a_{1,n}$
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
B_i	$b_{i,1}, a_{i,1}$...	$b_{i,j}, a_{i,j}$...	$b_{i,n}, a_{i,n}$
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
B_m	$b_{m,1}, a_{m,1}$...	$b_{m,j}, a_{m,j}$...	$b_{m,n}, a_{m,n}$

Objaśnienia: n – liczba wariantów decyzyjnych gracza A ; m – liczba wariantów decyzyjnych gracza B ; $b_{i,j}$ – wypłata gracza B w wypadku wyboru decyzji B_i i A_j przez odpowiednio gracza B i A , $a_{i,j}$ – wypłata gracza A w wypadku wyboru decyzji B_i i A_j przez odpowiednio gracza B i A .

Tabela 1.2. Macierz wypłat (gra z naturą)

Natura	Decydent				
	A_1	...	A_j	...	A_n
S_1	$a_{1,1}$...	$a_{1,j}$...	$a_{1,n}$
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
S_i	$a_{i,1}$...	$a_{i,j}$...	$a_{i,n}$
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
S_m	$a_{m,1}$...	$a_{m,j}$...	$a_{m,n}$

Objaśnienia: n – liczba wariantów decyzyjnych decydenta A ; m – liczba scenariuszy (stanów natury S); $a_{i,j}$ – wypłata decydenta A w przypadku wyboru decyzji A_j i zajścia scenariusza S_i .

Na warianty decyzyjne wybierane przez przeciwnika (w wypadku gry z drugim graczem) i na **scenariusze** (w wypadku gry z naturą) decydent już nie ma wpływu. Wyjątek stanowi oczywiście sytuacja, w której w grze dwuosobowej drugi gracz podejmuje decyzję dopiero po poznaniu wariantu wybranego przez pierwszego gracza – wówczas wspomniany wpływ występuje, lecz tylko w jednym kierunku.

Wyjaśnienia wymaga z pewnością **sposób szacowania wypłat** w obu macierzach. Wartości mogą być ustalane przez osoby zainteresowane (tj. przez graczy) bądź przez ekspertów w danej dziedzinie. Pierwsze podejście pociąga za sobą generowanie subiektywnych wielkości, drugie zaś może prowadzić do ustalenia bardziej obiektywnych wypłat. W obu wypadkach, choć w odmiennym zakresie,

zalecane jest przekształcenie pierwotnych wartości w takich sposób, aby uwzględnione zostały preferencje decydenta (Ravindran i in., 1987), zob. podrozdział 1.3.6. W zależności od wiedzy podmiotu wyznaczającego poszczególne wygrane, wypłaty mogą być prezentowane punktowo (za pomocą konkretnych wartości) lub przedziałowo (za pomocą dolnej i górnej granicy przedziału) (Huynh, Hu, Nakamori i Kreinovich, 2009; Shashikhin, 2004).

Z macierzą wypłat ustalaną dla danego problemu decyzyjnego ściśle wiąże się tzw. **planowanie scenariuszowe** (*scenario planning*, SP), lub **metoda scenariuszowa**, które(a) stanowi technikę ułatwiającą identyfikowanie niepewnych i niekontrolowanych czynników mogących mieć wpływ na rezultaty podjętych decyzji. W ramach planowania scenariuszowego wyodrębniane są właśnie poszczególne decyzje, scenariusze i wypłaty im towarzyszące. Pojęcie scenariusza doczekało się w literaturze bardzo wielu definicji (Chermack, Lynham i Ruona, 2001; Porter, 1985; Schwartz, 1991), lecz wszyscy autorzy zgodnie uznają, że każdy stan powinien być wiarygodny, akceptowalny i wewnętrznie zgodny (Daszyńska-Żygadło, 2011). Ponadto van der Heijden (1996) stwierdza, że scenariusze to nie prognozy¹⁹. Reguły, którymi należy się kierować w planowaniu scenariuszowym, omówili między innymi: Dominiak (2006), Pomerol (2001), Schoemaker (1995), van der Heijden (1996) oraz Wright i Goodwin (1999), natomiast kolejne kroki tworzenia scenariuszy opisano w publikacji The Center for Innovative Leadership (1995). Montibeller i Franco (2010) kładą nacisk na to, że poszczególne scenariusze wcale nie muszą być rozłączne, a ich zbiór niekoniecznie musi być wyczerpujący, choć jest to sprzeczne z założeniami przyjętymi przez Ravindrana i współautorów (1987), gdzie akurat stany natury charakteryzowane są w zupełnie odmienny sposób: „The events are defined to be mutually exclusive and collectively exhaustive”. Autorzy tej drugiej pracy tłumaczą jednak dalej, iż oznacza to, że wystąpi tylko jeden scenariusz spośród wszystkich zidentyfikowanych potencjalnych stanów.

Planowanie scenariuszowe wykorzystywane jest przez przedsiębiorstwa, społeczność naukową, profesjonalne instytucje futurystyczne, instytucje edukacyjne. Znajduje też zastosowanie w zarządzaniu kryzysowym i w sferze publicznej (Daszyńska-Żygadło, 2011). Kierownicy projektów często korzystają z planowania scenariuszowego, gdyż jest ono wygodne w użyciu (Schoemaker, 1993, 1995; Montibeller i Franco, 2010) i pozwala spojrzeć na problem w sposób bardziej deterministyczny: „mała liczba scenariuszy prezentuje się wizualnie znacznie lepiej

¹⁹ Zgodnie z definicją zaprezentowaną przez Czerwińskiego i Guzika (1980), prognoza to sąd (tj. wypowiedź prawdziwa lub fałszywa, przy czym wartość logiczna tego sądu nie jest z reguły znana osobie wypowiadającej tę prognozę) o zajściu określonego zdarzenia w czasie określonym z dokładnością do momentu (punktu) lub okresu (przedziału), należącego do przyszłości, przy czym warunkiem zastosowania jakiegokolwiek większości metod prognostycznych jest zebranie odpowiedniej informacji o przeszłości.

aniżeli rozkład prawdopodobieństwa” (Durbach, 2014). Ze względu na charakter, opracowywane scenariusze można podzielić na scenariusze eksploracyjne – tworzące ciąg zdarzeń od sytuacji wyjściowej do możliwej przyszłości i uwzględniające trendy dominujące w otoczeniu, oraz antycypacyjne – zawierające przewidywany obraz przyszłości (Gierszewska i Romanowska, 2017).

Prezentując ideę planowania scenariuszowego, warto zadać sobie pytanie, czy w ramach SP należy też ujmować ewentualną informację o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych scenariuszy. Niektórzy autorzy twierdzą, że nieodłącznym elementem planowania scenariuszowego powinno być właśnie prawdopodobieństwo i że przypisywanie każdemu stanowi konkretnej wielkości prawdopodobieństwa (subiektywnego lub obiektywnego) przynosi wiele korzyści, między innymi usprawnia cały proces decyzyjny (Millet, 2009; Ravindran i in., 1987). Inni zaś wręcz przeciwnie – uważają, że informacji o prawdopodobieństwie nie uwzględnia się w planowaniu scenariuszowym (Michnik, 2013a, 2013b; Montibeller i Franco, 2010). Nie uwzględnia się, ponieważ w wypadku SP nie ma wymogu tworzenia wyczerpującego zbioru rozłącznych stanów natury, a taki z kolei wymóg występuje w teorii Kołmogorowa.

Na koniec tego podrozdziału powróćmy jeszcze na chwilę do samych wypłat towarzyszących poszczególnym parom ⟨scenariusz, decyzja⟩. Na razie wspomnieliśmy o możliwości przedstawienia tychże wypłat w postaci punktowej bądź przedziałowej w ramach planowania scenariuszowego. Warto jednak zaznaczyć, że niepewność można wyrazić na wiele innych sposobów.

Durbach i Stewart (2012b) wyodrębniają pięć głównych podejść modelowania niepewności. Wykorzystują one prawdopodobieństwo, „wagi decyzyjne” (*decision weights*), miary ryzyka (*explicit risk measures*), liczby rozmyte (*fuzzy numbers*) oraz właśnie scenariusze. Autorzy wspomnianej pracy traktują prawdopodobieństwo i planowanie scenariuszowe jako dwie zupełnie niezależne metody. Nie proponują oni zatem, podobnie jak Michnik (2013a), przypisywania prawdopodobieństw poszczególnym stanom natury. W ramach pierwszej kategorii Durbach i Stewart mają także na myśli niektóre rozszerzenia prawdopodobieństwa, np. stopnie wiarygodności (*degrees of belief*) (por. też Eriksson i Hajek, 2007; Huber i Schmidt-Petri, 2009; Kyburg, 2003). Ich zdaniem wagi decyzyjne (druga kategoria) stanowią zarazem rozszerzenie i uogólnienie prawdopodobieństwa. Szacowane są one przez decydentów dla wszystkich scenariuszy. Miary ryzyka z kolei (trzecia kategoria) mają za zadanie uwzględnić wpływ niepewności na preferencje decydentów. W owych miarach można uchwycić dwa składniki – pierwszy z nich to wartość (np. wartość oczekiwana), a drugi to ryzyko z tą wartością związane (np. wariancja, odchylenie standardowe, kwantyle, rozstęp). Liczby rozmyte (czwarta kategoria) służą do modelowania tzw. nieprecyzji (*imprecision*) oraz zewnętrznej i wewnętrznej niepewności (podrozdział 1.2.1). Oprócz liczb rozmytych (Zadeh, 1965) oraz związa-

nych z nimi rozmytych relacji preferencji i miękkich modeli preferencji²⁰ (Piasecki i Świtalski, 1998; Świtalski, 1988, 2002a), coraz większym zainteresowaniem cieszą się także skierowane liczby rozmyte (Kosiński, Prokopowicz i Ślęzak, 2003; Łyczkowska-Hanćkowiak i Piasecki, 2018a, 2018b; Łyczkowska-Hanćkowiak, 2017; Piasecki, 2017a, 2017b), przy czym można je stosować odrębnie dla każdej pary (scenariusz, decyzja) bądź dla każdego wariantu decyzyjnego (bez rozróżniania scenariuszy). Planowanie scenariuszowe (piąta kategoria) jest więc tylko jedną z form opisu niepewności.

1.3.3. Strategie czyste i mieszane

Gdy dysponujemy już zbiorem potencjalnych scenariuszy, zestawem możliwych wariantów decyzyjnych i wypłatami dla każdej pary (stan, decyzja), warto odpowiedzieć sobie na pytanie, jaki rodzaj strategii nas ostatecznie interesuje. Czy zamierzamy w pełni wybrać i zrealizować jedną decyzję, czy też dopuszczamy możliwość wyboru pewnej kombinacji przynajmniej dwóch wariantów decyzyjnych? W pierwszym wypadku mamy do czynienia ze **strategią czystą** (*pure act, pure action*), w drugim zaś – ze **strategią mieszaną** (*mixed act, mixed action*), tj. liniową kombinacją wypukłą strategii czystych (Ignasiak, 1996). Istniejącym regułem decyzyjnym umożliwiającym wybór optymalnej strategii czystej bądź mieszanej został poświęcony podrozdział 2.2.

Zauważmy, że matematyczny model optymalizacyjny stosowany do wyłonienia odpowiedniej strategii czystej musi się składać z binarnych zmiennych decyzyjnych (przy czym każda zmienna dotyczy innej decyzji, a liczba zmiennych równa jest liczebności zbioru rozważanych wariantów decyzyjnych) – możliwe wartości zmiennych należą do dwuelementowego zbioru $\{0, 1\}$. Gdy natomiast celem modelu optymalizacyjnego jest ustalenie właściwej strategii mieszanej, jego zmienne decyzyjne powinny być ciągłe i przyjmować wartości z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$. Określają one udział danej decyzji w całej strategii mieszanej lub częstotliwość, z jaką należy realizować ten wariant decyzyjny.

W wielu sytuacjach decyzyjnych natura problemu nie pozwala na realizację strategii mieszanej, gdyż poszczególne decyzje wzajemnie się wykluczają. Na przykład nieopłacalne jest wykonanie w 40% planu polegającego na budowie stadionu w mieście X i w 60% planu polegającego na budowie centrum handlowego w mieście Y, gdyż w wyniku takiego działania żaden wymieniony obiekt budowlany nie mógłby być oddany do użytkowania. Problemom, w których da się wybrać i zrealizować strategię mieszaną (np. ustalenie składu portfela papierów warto-

²⁰ Miękkie modele preferencji to modele uwzględniające czynniki niemierzalne, trudno uchwytnie.

ściowych, wyznaczenie struktury upraw), poświęcili swoje prace między innymi: Gaspars-Wieloch (2014c, 2015a, 2015e, 2017a), Gilboa (2009), Officer i Anderson (1968), Puppe i Schlag (2009), Sikora (2008) oraz Troutt i Pettypool (1989). Niezwykle interesujące rozważania na temat wyższości strategii mieszanych nad strategiami czystymi znajdziemy w ostatniej wymienionej pracy. Troutt i Pettypool podkreślają w niej, że dzięki dywersyfikacji rozwiązania, czyli realizacji pewnej kombinacji kilku decyzji, można znacznie zwiększyć zyski. Ich wniosek dotyczy oczywiście tylko tych problemów decyzyjnych, dla których możliwe jest poszukiwanie zarówno optymalnej strategii mieszanej, jak i optymalnej strategii czystej.

1.3.4. Decyzje realizowane jedno- i wielokrotnie

Kolejna cecha problemu decyzyjnego, od której zależy wybór stosownej reguły decyzyjnej, to jednokrotność bądź wielokrotność realizacji wyłonionej decyzji. Jeżeli wskazany wariant ma być wykonany dokładnie raz (*one-shot decision* (Guo, 2010, 2011, 2013, 2014; Guo i Ma, 2014)), to tylko jeden scenariusz ma szansę wystąpić. Jeżeli natomiast planowane jest wielokrotne wdrożenie wybranej opcji (*multi-shot decision*) w danym przedziale czasowym, to możliwe jest wystąpienie różnych scenariuszy w kolejnych momentach tego okresu. Zauważmy, że drugi przypadek (tj. wielokrotną realizację decyzji) można powiązać ze strategiami mieszanymi, pod warunkiem że zmienne decyzyjne je opisujące oznaczają częstość występowania danego wariantu decyzyjnego (a nie udział tego wariantu w strategii).

Większość reguł decyzyjnych omówionych w rozdziale 2 dotyczy jednak decyzji realizowanych jednokrotnie, gdyż w wypadku decyzji realizowanych wielokrotnie kolejne realizacje odbywają się tak naprawdę w innych okolicznościach, chociażby dlatego, że już przy drugiej realizacji znane są decydentowi efekty uzyskane po pierwszej. Posiadanie tej dodatkowej informacji może zatem go skłonić do tego, by na nowo zdefiniować i rozwiązać problem.

1.3.5. Problemy jedno- i wielokryterialne

Dotychczas nasze rozważania opierały się na założeniu, że podmiot decyzyjny przy podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności kieruje się jednym kryterium oceny wariantów. Warto jednak podkreślić, że oprócz **jednokryterialnych problemów** istotne znaczenie mają także **wielokryterialne problemy** optymalizacyjne. Problematyka wielokryterialnego DMU, tj. MDMU (*multi-criteria decision making under uncertainty*), jest poruszana w bardzo wielu pracach, gdyż w rzeczywistych problemach decyzyjnych decydenci najczęściej kierują się więcej niż jednym kryterium (Aghdaie, Zolfani i Zavadskas, 2013; Dominiak, 2009; Durbach i Stewart,

2012b; Eiselt i Marianov, 2014; Ginevičius i Zubrecovas, 2009; Hopfe, Augenbroe i Hensen, 2013; Janjic, Andjelkovic i Docic, 2013; Korhonen, 2001; Lee, 2012; Michnik, 2013a, 2013b; Mikhailov i Tsvetinov, 2004; Montibeller, Gummer i Tumidei, 2006; Ram, Montibeller i Morton, 2010; Seker i Zavadskas, 2017; Suo, Li i Huang, 2012; Tsaor, Chang i Yen, 2002; Wang i Elhag, 2006; Watkins, McKinney, Lasdon, Nielsen i Martin, 2000).

Gdy rozwiązywany jest wielocelowy problem w warunkach niepewności na podstawie planowania scenariuszowego, decydent ma do dyspozycji nie jedną, lecz P macierzy wypłat, gdzie P to liczba rozpatrywanych kryteriów, przy czym lista potencjalnych scenariuszy może być wspólna dla wszystkich kryteriów (tabela 1.3) bądź różna (tabela 1.4). W pierwszym przypadku mamy do czynienia z **kryteriami zależnymi** (Michnik, 2011), co oznacza, że jeżeli decydent wybierze wariant A_1 i wystąpi scenariusz S_2 , to realizacje poszczególnych celów będą równe odpowiednio $a_{2,1}^1, a_{2,1}^2, \dots, a_{2,1}^P$. W drugim przypadku **kryteria są niezależne**, zatem jeżeli podmiot decyzyjny wskaże wariant A_1 i wystąpi scenariusz S_2^1 w ramach pierwszego celu, to realizacja tego celu wyniesie $a_{2,1}^1$, natomiast realizacja pozostałych kryteriów niekoniecznie musi się wiązać z drugim stanem natury. Przykładowy zbiór wypłat może wyglądać następująco: $a_{2,1}^1, a_{3,1}^2, a_{5,1}^3, \dots, a_{1,1}^P$.

Tabela 1.3. Macierze wypłat (gra z naturą) – wspólne scenariusze*

Stan natury	Kryterium K_1			Kryterium K_k			Kryterium K_P		
	Decydent			Decydent			Decydent		
	A_1	A_j	A_n	A_1	A_j	A_n	A_1	A_j	A_n
S_1	$a_{1,1}^1$	$a_{1,j}^1$	$a_{1,n}^1$	$a_{1,1}^k$	$a_{1,j}^k$	$a_{1,n}^k$	$a_{1,1}^P$	$a_{1,j}^P$	$a_{1,n}^P$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_i	$a_{i,1}^1$	$a_{i,j}^1$	$a_{i,n}^1$	$a_{i,1}^k$	$a_{i,j}^k$	$a_{i,n}^k$	$a_{i,1}^P$	$a_{i,j}^P$	$a_{i,n}^P$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_m	$a_{m,1}^1$	$a_{m,j}^1$	$a_{m,n}^1$	$a_{m,1}^k$	$a_{m,j}^k$	$a_{m,n}^k$	$a_{m,1}^P$	$a_{m,j}^P$	$a_{m,n}^P$

* W tabeli świadomie pominięto kolumny dla pozostałych decyzji i kryteriów, gdyż na ich uwzględnienie nie pozwalają rozmiary strony.

Objaśnienia: n – liczba wariantów decyzyjnych decydenta A ; m – liczba scenariuszy (stanów natury) S ; P – liczba kryteriów K ; $a_{i,j}^k$ – realizacja kryterium K_k w przypadku wyboru decyzji A_j i zajścia scenariusza S_i .

Szczegółową analizę problemów jednokryterialnych i reguł decyzyjnych dla tychże problemów przeprowadzono w rozdziale 2, natomiast wielokryterialnego podejmowania decyzji dotyczy rozdział 3.

Tabela 1.4. Macierz wypłat (gra z naturą) – różne scenariusze

	Decydent				
Stan natury	A_1	...	A_j	...	A_n
Kryterium K_1					
S_1^1	$a_{1,1}^1$...	$a_{1,j}^1$...	$a_{1,n}^1$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮
S_i^1	$a_{i,1}^1$...	$a_{i,j}^1$...	$a_{i,n}^1$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮
$S_{m(1)}^1$	$a_{m(1),1}^1$...	$a_{m(1),j}^1$...	$a_{m(1),n}^1$
⋮					
Kryterium K_k					
S_1^k	$a_{1,1}^k$...	$a_{1,j}^k$...	$a_{1,n}^k$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮
S_i^k	$a_{i,1}^k$...	$a_{i,j}^k$...	$a_{i,n}^k$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮
$S_{m(k)}^k$	$a_{m(k),1}^k$...	$a_{m(k),j}^k$...	$a_{m(k),n}^k$
⋮					
Kryterium K_P					
S_1^P	$a_{1,1}^P$...	$a_{1,j}^P$...	$a_{1,n}^P$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮
S_i^P	$a_{i,1}^P$...	$a_{i,j}^P$...	$a_{i,n}^P$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮
$S_{m(P)}^P$	$a_{m(P),1}^P$...	$a_{m(P),j}^P$...	$a_{m(P),n}^P$

Objaśnienia: $m(k)$ – liczba scenariuszy (stanów natury) w ramach kryterium K_k , $k = 1, \dots, P$.

1.3.6. Nastawienie decydenta do problemu decyzyjnego

W poprzednich podrozdziałach omówiliśmy te elementy problemu decyzyjnego, które w wielu wypadkach mogą być takie same dla wszystkich podmiotów decyzyjnych, których ten problem dotyczy. Na przykład wszystkim członkom zarządu danego przedsiębiorstwa może zależeć na tym, by wybrać jeden projekt inwestycyjny (a nie kombinację kilku projektów), który zostanie wdrożony dokładnie raz

(a nie co roku przez pięć lat). Zaprezentowane dotychczas aspekty mają znaczący wpływ na wybór odpowiedniej reguły decyzyjnej, za pomocą której da się dany problem rozwiązać – różne bowiem reguły stosowane są na przykład dla problemów jedno- i wielokryterialnych czy też dla strategii czystych i mieszanych.

Niniejszy podrozdział ma zupełnie inny charakter – analizowane są w nim aspekty psychologiczne, dotyczące natury decydenta, jego obaw, nadziei, przewidywań, preferencji, jego nastawienia do danego problemu decyzyjnego. Będziemy mogli więc za chwilę uzmysłwić sobie, że dwaj decydenci, rozwiązujący ten sam problem, za pomocą tej samej reguły decyzyjnej, na podstawie tej samej macierzy wypłat (o ile oczywiście korzystają z macierzy oszacowanej przez tych samych ekspertów) i tych samych celów, mogą otrzymać całkowicie odmienne rekomendacje, jeżeli każdy z nich zadeklaruje różne preferencje.

Rozpocznijmy nasze rozważania od **użyteczności** wypłat. Dla każdego z nas nieco inną wartość mają poszczególne zyski i straty zawarte w macierzy wypłat. Skoro tak się dzieje, decydenci mogą subiektywnie przypisać jednostki użyteczności poszczególnym pierwotnym wielkościom bądź zastosować jedną z istniejących funkcji użyteczności (Begg, Fisher i Dornbush, 2007; Gaspars-Wieloch, 2018; Ingersoll, 1987; Kahneman i Tversky, 1979; Klimczak, 2003; Malaga, 2012; Nicholson, 1978; Rekowski, 2002; Varian, 2002). Znane są między innymi funkcje quasi-liniowe, wykładnicze, potęgowe, logarytmiczne, marginalne czy porządkowe. Duży wkład w tę dziedzinę wnieśli między innymi Kahneman i Tversky, którzy uwzględnili w skonstruowanej przez nich funkcji użyteczności to, że decydent mocniej odczuwa niezadowolenie ze straty o określonej wartości bezwzględnej niż zadowolenie z zysku o tej samej wartości. Temat ten rozwinięto w podrozdziale 2.7.

Z użytecznością ściśle wiąże się **punkt referencyjny**, który również jest ustalany indywidualnie. Oddziela on subiektywnie korzystne wartości od subiektywnie niekorzystnych. Wpłata 5000 zł w ramach danego problemu decyzyjnego może zatem dla jednego podmiotu być bardzo atrakcyjną wartością, a dla drugiego – wielkością zupełnie niezadowalającą. Po wyznaczeniu poziomu punktu referencyjnego wyjściowe wypłaty mogą zostać przedstawione w postaci względnych wypłat – każda wielkość przekraczająca punkt referencyjny służy do obliczenia względnego zysku, natomiast każda wielkość poniżej tego punktu stanowi podstawę do obliczenia względnej straty. Punkt referencyjny wykorzystywali w swoich pracach między innymi: Bleichrodt (2007), Gaspars-Wieloch (2015c), Gaspars-Wieloch i Michalska (2016), Kahneman i Tversky (1979), Kopańska-Bródka i Dudzińska-Baryła (2008; 2009), Michalska (2015), Michalska i Dudzińska-Baryła (2015), Michalska i Kopańska-Bródka (2015), Schwartz, Goldberg i Hazen (2008) oraz Tversky i Kahneman (1992).

Zadaniem użyteczności i punktu referencyjnego jest wyznaczenie subiektywnej wartości, jaką mają poszczególne wyjściowe wypłaty. Teraz czas na omówienie

narzędzi, za pomocą których decydent może zaprezentować liczbowo swoje przypuszczenia związane z przyszłością (swoje **przewidywania**). Jeżeli eksperci dysponują zbyt małą wiedzą, by obiektywnie określić prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów, to sami decydenci mogą w sposób subiektywny te wielkości oszacować (podrozdział 1.2.2). Czasem jednak podanie prawdopodobieństwa subiektywnego też może się okazać zbyt trudne. Dlatego niektórzy autorzy (Ellsberg, 1961, 2001; Gaspars-Wieloch, 2013b, 2014a, 2014d, 2014e; Hernández R., García G. i Hernández G., 2018; Hurwicz, 1952; Jagodziński, 2014; Perez, Hernández R., García G. i Hernández G., 2015) zachęcają decydentów do opisywania swego nastawienia do danego problemu decyzyjnego za pomocą **współczynnika pesymizmu**²¹ α i **współczynnika optymizmu** β , przy czym $\alpha + \beta = 1$ i $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$. Im bardziej decydent przekonany jest, że w przyszłości wystąpi scenariusz z najgorszymi wypłatami, tym niższy jest jego współczynnik optymizmu i wyższy współczynnik pesymizmu. Analogicznie opisać można optymistę.

Dla skrajnego pesymisty $\alpha = 1$ i $\beta = 0$, z kolei dla skrajnego optymisty $\alpha = 0$ i $\beta = 1$. Analizowane parametry mogą być danymi pierwotnymi, na podstawie których możliwe jest ustalenie scenariusza (bądź zbioru scenariuszy) czy też wielkości (bądź zbioru wielkości) realizacji danego kryterium, o największej, subiektywnej szansie wystąpienia. Wspomniane parametry są bardzo wygodnym narzędziem. Z jednej strony nie wymagają podawania precyzyjnych informacji o poszczególnych stanach. Z drugiej strony pozwalają jednak decydentowi uwzględnić jego stosunek do danej sytuacji decyzyjnej.

W wypadku strategii mieszanych podmiot decyzyjny może wyrazić swoje indywidualne preferencje poprzez wprowadzenie **dodatkowych warunków do rozwiązywanego zadania optymalizacyjnego** (podrozdział 4.5). W zadaniu tym zmienne decyzyjne oznaczają udziały poszczególnych wariantów decyzyjnych w całej strategii, dodatkowe warunki zaś mogą określać minimalne bądź maksymalne ograniczenia dla tychże udziałów. W ten sposób decydent pesymista ma szansę nie dopuścić do sytuacji, w której w strategii mieszanej dominowałaby na przykład decyzja o względnie bardzo dużym rozstępie wypłat lub opcja o względnie bardzo niskiej najgorszej wypłacie (podrozdział 2.2.1).

W podrozdziale 1.3.5 wspomniano o możliwości podejmowania decyzji na podstawie więcej niż jednego kryterium. Większa liczba kryteriów stwarza też sytuację, w której poszczególne podmioty mogą różnicować swoje preferencje, ponieważ **ważność każdego celu** może być różna w zależności od decydenta. Owo znaczenie można prezentować na przykład za pomocą skali porządkowej (np. hierarchia celów) lub wag przypisanych do każdego kryterium (np. metakryterium). Te dodatkowe informacje pozwalają wesprzeć wybraną regułę decyzyjną odpowiednią

²¹ Współczynnik pesymizmu zwany jest też współczynnikiem ostrożności.

metodą programowania wielokryterialnego. Sposobom opisu ważności poszczególnych celów w analizie wielokryterialnej oraz dyskretnej i ciągłej optymalizacji wielocelowej poświęcono bardzo wiele prac, zajmowali się tym między innymi: Ehrgott (2005), Nelyubin i Podinovski (2017), Kaliszewski (2010), Trzaskalik (2014a, 2014b) oraz Trzaskalik i Wachowicz (2017).

Kolejna kwestia, którą warto w tej części pracy przedyskutować, to stopień **aktywności decydenta**. Za decydenta aktywnego (zaangażowanego) uważać będziemy osobę, która na różnych etapach procesu decyzyjnego (np. szacowania macierzy wypłat, deklarowania poziomu optymizmu, typowania scenariusza/scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia, określania zakresu wypłat bardzo korzystnych i bardzo niekorzystnych w ramach danej decyzji, wyznaczania supremum i infimum²²) chętnie zabiera głos. Z kolei decydenta pasywnego traktować będziemy jako podmiot decyzyjny, któremu zależy na minimalnym zaangażowaniu – deklaruje on jedynie te parametry, które są obowiązkowe. Decydent aktywny może w sposób bardziej precyzyjny określić swoje preferencje. Poziom zaangażowania podmiotu decyzyjnego ma więc także wpływ na ostatecznie uzyskane rekomendacje.

1.3.7. Indywidualne i grupowe podejmowanie decyzji

Wszystkie aspekty poruszone w punktach 1.3.1-1.3.6 były omawiane przy założeniu, że tylko jedna jednostka rozwiązuje dany problem decyzyjny, a więc podejmuje decyzję. Wówczas mamy do czynienia z **indywidualnym podejmowaniem decyzji** (*individual decision making*, IDM). Warto jednak zdawać sobie sprawę z tego, że w wielu sytuacjach wariant decyzyjny wybierany jest przez grupę podmiotów, na przykład przez zarząd firmy, pracowników przedsiębiorstwa, członków stowarzyszenia czy też przez obywateli danego państwa. Wyznaczenie rozwiązania w warunkach niepewności, które jednocześnie byłoby satysfakcjonujące dla całej grupy, jest znacznie trudniejszym zadaniem. W wypadku **grupowego podejmowania decyzji** (*group decision making*, GDM) konieczne jest uwzględnienie nie tylko kryteriów istotnych dla wszystkich decydentów, lecz także ich zróżnicowanych skłonności do ryzyka, ich zróżnicowanych udziałów w procesie decyzyjnym (wynikających z funkcji pełnionych w danej grupie). Grupowe podejmowanie decyzji składa się zazwyczaj z większej liczby etapów aniżeli IDM. Odbywa się ono w formie dyskusji, wymiany informacji przekazywanych przez specjalistów z różnych dziedzin. Grupowe podejmowanie decyzji jest stosowane zwłaszcza wtedy, gdy rozwiązywany problem decyzyjny wymaga znajomości wielu danych i wiąże się z dużym ryzykiem rynkowym lub finansowym. Może być ono przeprowadzone

²² Większość tych elementów szczegółowo omówiono w rozdziale 2.

w ramach grupy interaktywnej, grupy delfickiej bądź grupy nominalnej. Wśród zalet zespołowego podejmowania decyzji wymienia się między innymi: (1) większy zasób wiedzy, którym dysponuje cała grupa w stosunku do ilości informacji posiadanej przez pojedynczych jej członków; (2) lepsze rozpoznanie problemu i ustalenie większej liczby wariantów decyzyjnych; (3) wybór korzystniejszego rozwiązania. Słabe strony GDM wynikają z: (1) dłuższego czasu, który należy przeznaczyć na cały proces decyzyjny; (2) większych kosztów; (3) możliwości zdominowania grupy przez jednostkę; (4) trudności związanych z ustaleniem osoby odpowiedzialnej za ewentualne niepowodzenie (Stoner i Wankel, 1996). W literaturze zwraca się także uwagę na inne negatywne aspekty (np. syndrom grupowego myślenia, obniżenie kreatywności, utrata krytycyzmu co do waloru moralnego projektowanych działań) (Griffin, 2010; Koźmiński i Piotrowski, 2013; Supernat, 2005).

1.4. Przyjęte założenia i zakres tematyczny pracy

Podrozdziały 1.2-1.3 uświadamiają nam, jak wiele kwestii jest związanych z podejmowaniem decyzji w warunkach niepewności. Nie sposób byłoby więc zebrać i szczegółowo opisać wszystkie możliwe podejścia w jednym opracowaniu. Dlatego niniejsza praca dotyczy wybranych obszarów wspomnianego zagadnienia.

W rozważaniach zawartych w dalszej części monografii bliższa jest mi **teoria ekonomii** (aniżeli teoria decyzji), zakładająca, że ryzyko to zagrożenie, możliwość wystąpienia niekorzystnych bądź nieoczekiwanych rezultatów, natomiast niepewność to sytuacja, w której decydentowi brakuje pełnej informacji o przyszłych zdarzeniach. Nie analizowano jednak wszystkich możliwych klas niepewności – skoncentrowano się bowiem wyłącznie na tej kategorii niepewności, w której decydent zna możliwe scenariusze, lecz nie dysponuje wiedzą o prawdopodobieństwie ich wystąpienia bądź nie zamierza z tej wiedzy skorzystać (**niepewność z nieznanymi prawdopodobieństwami**). Nawet jeżeli na pewnym etapie procesu decyzyjnego pojawiały się wielkości przypominające prawdopodobieństwo, stanowiły one wtórne dane zadania, a nie dane pierwotne. Głównym powodem, dla którego monografia koncentruje się na problemach decyzyjnych bez znanego prawdopodobieństwa, jest to, że takie właśnie problemy częściej występują w rzeczywistości (Benzion, Cohen i Shavit, 2010; Dobrowolski, 2014). Autorka głównie analizowała sytuacje decyzyjne o dużym stopniu nowości²³, co implikowało ograniczoną dostępność do wiedzy na temat podobnych sytuacji zaistniałych w przeszłości.

²³ Decyzje o dużym stopniu nowości zwane są, zgodnie z podziałem przyjętym przez Stonera i Wankela (1996), decyzjami nieprogramowalnymi, tj. decyzjami dotyczącymi problemów występujących zbyt rzadko, by były przedmiotem ustalonej zasady postępowania, ale tak ważnych (niezwykłych,

Niekiedy również pojawiają się odwołania do koncepcji **szkoły austriackiej**, która głosi, że prawdopodobieństwa nie da się zaprezentować w sposób liczbowy dla pojedynczych zdarzeń. Ta uwaga ma istotne znaczenie w wypadku **decyzji realizowanych jeden raz** (podrozdział 1.3.4), którym w szczególności poświęcono właśnie tę książkę.

W pracy przyjęto, że decydent ma do czynienia z **niepewnością zewnętrzną**, przy czym może ona mieć podłoże zarówno epistemiczne, jak i aleatoryjne.

W podrozdziale 1.2.2 pokazano, jak bardzo zróżnicowane mogą być definicje prawdopodobieństwa. W niniejszej pracy prawdopodobieństwo nigdzie nie jest traktowane jako pierwotny parametr problemu decyzyjnego, więc właściwie można stwierdzić, że nie ma znaczenia, w jaki sposób jest ono pojmowane w monografii. Dla porządku, pewne wyjaśnienia zostaną jednak przedstawione. Jeżeli chodzi o to nieznanne prawdopodobieństwo, to najbliższe jego interpretacji wydają się **definicja częstościowa i statystyczna** (w analizowanych przypadkach brakowało bowiem danych historycznych, na podstawie których możliwe byłoby wyznaczenie takiego prawdopodobieństwa), natomiast ewentualne wielkości wtórne, uzyskane za pomocą niektórych reguł decyzyjnych omówionych w rozdziałach 2-3 i mogące przypominać prawdopodobieństwo, mają **charakter subiektywny**, przy czym ich suma wcale nie jest równa 1.

Mogłoby się wydawać, że skoro praca koncentruje się na decyzjach realizowanych jeden raz, to idealnym rozwiązaniem byłoby odwołanie się do skłonnościowej definicji prawdopodobieństwa, która „radzi sobie” właśnie z „problemem pojedynczego zdarzenia”, gdyż każdemu zdarzeniu przypisuje miarę skłonności. Jednak ze względu na typ decyzji analizowanych w pracy (charakteryzujących się dużym stopniem nowości i niepewności), wyznaczenie wartości tejże miary dla poszczególnych stanów byłoby niewykonalne. Decydentom, a nawet ekspertom, brakowałoby wiedzy w tym zakresie.

Ustalanie prawdopodobieństwa jest tym bardziej dyskusyjne, że tak naprawdę decydent często nie ma w ogóle pewności, czy macierz wypłat, na podstawie której zamierza wybrać odpowiedni wariant decyzyjny, pokrywa wszystkie możliwe scenariusze, a więc czy analizowane zdarzenia stanowią kompletną przestrzeń zdarzeń. Najczęściej dostępną listą scenariuszy jest jedynie wybiórczą listą ustaloną przez ekspertów w trakcie planowania scenariuszowego.

W monografii zakładamy również, że decydent nie jest w stanie zdefiniować dla danego problemu decyzyjnego parametrów stosowanych w logice rozmytej. Nie potrafi na przykład scharakteryzować dla każdej pary <scenariusz, decyzja>

wyjatkowych), że wymagają szczególnego potraktowania. Przeciwnieństwem decyzji nieprogramowalnych są decyzje programowalne, podejmowane zgodnie z jakimś zwyczajem, regułą, procedurą – dotyczą one powtarzających się sytuacji.

(czy nawet tylko dla każdej decyzji) funkcji przynależności, nośnika i jądra zbioru rozmytego. Zresztą deklarowanie tychże oszacowań dla wszystkich par bądź wariantów decyzyjnych byłoby dla podmiotu dość czasochłonne. Zdajemy sobie jednak sprawę, że niepewność można też modelować za pomocą logiki rozmytej²⁴.

Wszystkie reguły decyzyjne przedstawione w następnych częściach pracy mają bezpośrednie zastosowanie w **grach z naturą** (podrozdział 1.3.1), przy czym przyjęto założenie, że: (1) punktem wyjścia jest **planowanie scenariuszowe**, (2) **macierz wypłat** jest już dana i oszacowana przez **ekspertów**, (3) wypłaty są ustalane punktowo (podrozdział 1.3.2). Na etapie planowania scenariuszowego autorce bliższe było podejście prezentowane przez Durbacha i Stewarta (2012b), Montibellera i Franca (2010) oraz Michnika (2013a), zgodnie z którym w ramach SP nie należy przypisywać prawdopodobieństwa poszczególnym stanom (podrozdział 1.3.2).

W dalszych rozdziałach książki zawarto opisy zarówno reguł decyzyjnych wspierających poszukiwanie optymalnej **strategii czystej**, jak i procedur umożliwiających wyznaczenie odpowiedniej **strategii mieszanej** (podrozdział 1.3.3).

W pracy analizowano zarówno **problemy jednokryterialne**, jak i **wielokryterialne**, przy czym rozpatrywano **kryteria zależne i niezależne** (podrozdział 1.3.5). W rozdziale 4 nacisk położono na **rozwiązywanie problemów decyzyjnych o dużym stopniu nowości**, a więc tych, dla których brakuje decydentowi odpowiedniej wiedzy i danych historycznych o podobnych sytuacjach decyzyjnych.

Bardzo dużo uwagi poświęcono narzędziom umożliwiającym uwzględnienie **indywidualnych preferencji decydentów** w proponowanych regułach decyzyjnych. Odwołano się zatem, między innymi, do użyteczności, punktu referencyjnego, współczynnika optymizmu i pesymizmu, ważenia kryteriów oraz do zróżnicowanej aktywności decydentów (podrozdział 1.3.6).

W podrozdziale 1.3.2 wspomniano o pięciu sposobach modelowania niepewności, które zaproponowali Durbach i Stewart (2012b). Mowa była o prawdopodobieństwie, miarach ryzyka, wagach decyzyjnych, liczbach rozmytych i planowaniu scenariuszowym. Biorąc pod uwagę to, że w rozprawie autorka często odwołuje się do współczynnika optymizmu i pesymizmu oraz do odchylenia standardowego wypłat, można stwierdzić, że według podziału zaprezentowanego przez wspomnianych autorów planowanie scenariuszowe jest główną formą opisu niepewności, lecz dodatkowo wspierają ją w wypadku niektórych reguł decyzyjnych dwie inne formy: wagi decyzyjne i miary ryzyka.

Cała praca traktuje o metodach znajdujących bezpośrednie zastosowanie w **indywidualnym podejmowaniu decyzji**, jednakże w podsumowaniu monografii

²⁴ Logikę rozmytą scharakteryzowali między innymi: Kosko (1994), Novak, Perfilieva i Mockor (1999) oraz Rykaczewski (2006).

zachęca się do wykorzystania chociażby niektórych etapów tychże procedur w grupowym podejmowaniu decyzji (podrozdział 1.3.7).

Na koniec tegoż rozdziału warto podkreślić, że w dalszych rozważaniach ścierają się dwa podstawowe podejścia wyróżniane w teorii decyzji: **podejście normatywne i deskryptywne**. Z jednej strony celem prezentowanych reguł decyzyjnych było wyznaczenie rozwiązania optymalnego (czyli najlepszego w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych ze względu na wybrane kryterium) przy założeniu, że decydent stara się postępować w pełni racjonalnie, opierając się na dostępnych informacjach – jest to charakterystyczne dla podejścia normatywnego. Z drugiej jednak strony wspomniane procedury uwzględniają cechy osobowościowe decydenta (np. jego skłonność do ryzyka, ocenę użyteczności wypłat) oraz uwarunkowania społeczne (np. miejsce decydenta w organizacji), a to z kolei charakterystyczne jest dla podejścia deskryptywnego.

Rozdział 2

JEDNOKRYTERIALNE PODEJMOWANIE DECYZJI EKONOMICZNYCH

2.1. Wprowadzenie

W drugim rozdziale pracy skupiono się na regułach decyzyjnych mogących wspierać jednokryterialne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności. Najpierw omówiono istniejące procedury, ich zastosowania oraz mocne i słabe strony. Kolejne podrozdziały zawierają propozycje modyfikacji istniejących podejść bądź propozycje zupełnie nowych metod. Powody, dla których powstały wszystkie autorskie reguły decyzyjne, są różne. W niektórych wypadkach chodziło o rozszerzenie obszaru zastosowań danego pierwotnego podejścia i uzyskanie racjonalnych rekomendacji także dla bardzo specyficznych macierzy wypłat. W innych wypadkach stworzenie nowej procedury było wynikiem przyjęcia odmiennych wstępnych założeń. Końcowe wnioski znajdują się w podrozdziale 2.8. Wszystkie poniższe procedury opisano przy założeniu, że decydent kieruje się jednym kryterium maksymalizowanym.

2.2. Przegląd i ocena istniejących jednokryterialnych reguł decyzyjnych

2.2.1. Klasyczne reguły decyzyjne

Niniejszy podrozdział traktuje o klasycznych regułach decyzyjnych (pierwsza grupa), następny jest poświęcony pozostałym procedurom (grupa druga). Do pierwszej grupy zaliczyć można z pewnością regułę Walda (Wald, 1950a, 1950b), regułę

max-max, regułę Hurwicza (Hurwicz, 1952), regułę Bayesa (Laplace'a), regułę Savage'a (Savage, 1954, 1961) oraz regułę *max-min joy* (MJ) (Hayashi, 2006, 2008). Są one powszechnie znane wśród osób zajmujących się teorią podejmowania decyzji i metodami ilościowymi w ekonomii, lecz dla porządku zamieszczono poniżej ich krótką charakterystykę. Cechy poszczególnych metod zebrano między innymi na podstawie prac Chateauneufa, Cohen i Jaffraya (2006), Czerwińskiego (1972), Gaspars-Wieloch (2014d, 2018), Ignasiaka (1996); Kaufmanna i Faure'a (1965), Sikory (2008) oraz Trzaskalika (2008). Wymienione w książce mankamenty tychże reguł wynikają w dużej mierze z analiz empirycznych przeprowadzonych przez autorkę.

Celem **reguły Walda** jest wybór decyzji, której minimalna (najgorsza) wypłata jest maksymalna (tj. najlepsza w zbiorze najgorszych wypłat ustalonych dla wszystkich wariantów). Dlatego reguła ta zwana jest także regułą max-min. Podejście Walda zakłada, że niezależnie od wybranego wariantu decydenta spotka zawsze najniższa z wypłat odpowiadających temu wariantowi. Jest to więc podejście skrajnie pesymistyczne (ostrożnościowe, asekuranckie), ale inteligentne (Ignasiak, 1996). Sprowadza się ono do wyznaczenia dla każdej alternatywy wskaźnika w_j (poziomu bezpieczeństwa):

$$w_j = \min_i \{a_{i,j}\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

i do wyboru decyzji maksymalizującej ten wskaźnik:

$$w_{j^*} = \max_j \{w_j\}, \quad (2.2)$$

gdzie $a_{i,j}$ to wypłata w przypadku wyboru decyzji A_j i zajścia scenariusza S_i .

W przeciwieństwie do zasady Walda, **reguła max-max** jest bardzo optymistycznym (hazardowym) podejściem, w którym decydent zawsze spodziewa się wystąpienia najkorzystniejszego stanu natury. Wybiera on zatem decyzję maksymalizującą wskaźnik max-max m_j (poziom optymizmu):

$$m_j = \max_i \{a_{i,j}\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.3)$$

$$m_{j^*} = \max_j \{m_j\}. \quad (2.4)$$

W **regule Hurwicza** (zwanej także regułą kompromisową) przyjmuje się, że decydent powinien przeprowadzić ranking decyzji na podstawie średniej ważonej poziomu bezpieczeństwa i poziomu optymizmu zgodnie ze wzorem:

$$h_j = \alpha \cdot w_j + (1 - \alpha) \cdot m_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.5)$$

gdzie:

h_j – wskaźnik Hurwicza,

w_j i m_j – minimalna i maksymalna wypłata związana z j -tą decyzją,

$\alpha \in [0, 1]$ – współczynnik pesymizmu.

Dla skrajnych optymistów parametr ten jest bliski zera, z kolei dla skrajnych pesymistów współczynnik α dąży do jedności²⁵. Optymalną decyzją jest ta, której wartość wskaźnika h_j jest najwyższa:

$$h_{j^*} = \max_j \{h_j\}. \quad (2.6)$$

Reguła Hurwicza powstała z myślą o umiarkowanych, umiarkowanie optymistycznych i umiarkowanie pesymistycznych decydentach. Gdy $\alpha = 1$ (skrajny pesymizm), sprowadza się ona do reguły Walda. Natomiast gdy $\alpha = 0$ (skrajny optymizm), daje ona takie same wyniki jak reguła max-max. Współczynnik pesymizmu ustalany jest w sposób subiektywny, najczęściej przez samego decydenta.

Reguła Bayesa, zwana również regułą Laplace'a lub regułą niedostatecznej racji (Render, Stair i Hanna, 2006), zakłada, że skoro decydent nie jest w stanie określić, który scenariusz ma największe szanse wystąpienia, to może przyjąć, że wszystkie stany natury są równoprawdopodobne. Wówczas wystarczy obliczyć dla każdej opcji wskaźnik Bayesa jako oczekiwaną wypłatę:

$$b_j = \frac{1}{m} \sum_i a_{i,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.7)$$

i wybrać tę decyzję, której wskaźnik przyjmuje największą wartość:

$$b_{j^*} = \max_j \{b_j\}, \quad (2.8)$$

gdzie m to liczba scenariuszy.

Reguła Savage'a nazywana jest także regułą minimalnego żalu, regułą rozczarowania lub regułą min-max i polega na wyborze decyzji minimalizującej maksymalną względną stratę na podstawie macierzy względnych strat.

²⁵ Warto podkreślić, że w literaturze parametr α opisuje czasami współczynnik optymizmu decydenta, a nie współczynnik jego pesymizmu. Wówczas wzór (2.5) ma oczywiście nieco inną postać (Groenewald i Pretorius, 2011; Huynh i in., 2009; Pazek i Rozman, 2009).

$$s_{i,j} = \max_j \{a_{i,j}\} - a_{i,j}, \quad j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m, \quad (2.9)$$

$$s_j = \max_i \{s_{i,j}\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.10)$$

$$s_{j^*} = \min_j \{s_j\}, \quad (2.11)$$

gdzie $s_{i,j}$ to względna strata w przypadku wyboru decyzji A_j i zajścia scenariusza S_i .

Wreszcie **reguła max-min joy (MJ)** – sprowadza się ona do wyznaczenia macierzy względnych zysków:

$$z_{i,j} = a_{i,j} - \min_j \{a_{i,j}\}, \quad j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m, \quad (2.12)$$

i ustalenia minimalnych względnych zysków dla każdego wariantu decyzyjnego:

$$J_j = \min_i \{z_{i,j}\}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.13)$$

Opcja rekomendowana przez tę procedurę to decyzja maksymalizująca minimalny względny zysk:

$$J_{j^*} = \max_j \{J_j\}, \quad (2.14)$$

gdzie $z_{i,j}$ to względny zysk w przypadku wyboru wariantu A_j i zajścia stanu S_i .

Ostatnie dwie reguły, podobnie jak reguła Walda, zostały stworzone z myślą o pesymistach. Celem zasady Savage'a i zasady MJ jest wskazanie tej decyzji, która dla żadnego scenariusza nie wypada najgorzej.

Reguła Bayesa jest wykorzystywana do wariantów decyzyjnych realizowanych wielokrotnie, a pozostałe wyżej omówione procedury przeznaczone są do wyłonięcia wariantów realizowanych raz.

Stosowanie poszczególnych reguł może doprowadzić do uzyskania zupełnie odmiennych rankingów i do wskazania różnych strategii optymalnych. Wybór metody powinien zależeć od preferencji decydenta i przyjętych przez niego założeń.

Wszystkie zaprezentowane dotychczas podejścia dotyczą strategii czystych. Jeżeli natomiast dopuszczamy możliwość realizacji strategii mieszanej, wówczas konieczne jest rozwiązanie odpowiedniego zadania optymalizacyjnego na podstawie wybranego modelu matematycznego. Poszczególne modele optymalizacyjne konstruowane są z uwzględnieniem reguł opracowanych dla strategii czystych.

Oto modele najczęściej pojawiające się w literaturze (Sikora, 2008; Troutt i Petypool, 1989).

Model maksymalizujący minimalną gwarantowaną wypłatę (model Walda) przyjmuje następującą postać:

$$y \rightarrow \max, \quad (2.15)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j \geq y, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.16)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad (2.17)$$

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.18)$$

gdzie:

- y – minimalna gwarantowana wypłata,
- x_j – udział decyzji A_j w strategii mieszanej,
- n – liczba decyzji.

Model maksymalizujący średnią wypłatę (model Bayesa) przyjmuje z kolei postać:

$$\sum_{j=1}^n b_j x_j \rightarrow \max, \quad (2.19)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad (2.20)$$

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.21)$$

gdzie b_j nadal oznacza wskaźnik Bayesa, czyli średnią wszystkich wypłat związanych z decyzją A_j .

Model maksymalizujący średnią ważoną wypłatę (model Hurwicza) można zapisać za pomocą poniższych zależności:

$$\sum_{j=1}^n h_j x_j \rightarrow \max, \quad (2.22)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad (2.23)$$

$$0 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.24)$$

gdzie h_j stanowi wskaźnik Hurwicza wyznaczony dla wariantu A_j .

Pamiętajmy, że do każdego takiego modelu optymalizacyjnego można dołączyć dodatkowe warunki określające minimalne wymagane bądź maksymalne akceptowane udziały poszczególnych opcji w dopuszczalnej strategii mieszanej (np. udział decyzji A_1 w ostatecznym rozwiązaniu nie może przekroczyć 40%). Dzięki nim decydent ma szansę doprecyzować swoje preferencje (podrozdział 1.3.6). Jeżeli model takich dodatkowych ograniczeń nie posiada, rozwiązanie uzyskane za pomocą modelu Bayesa bądź modelu Hurwicza zazwyczaj wskaże jakąś strategię czystą.

Podobnie jak w wypadku reguł opracowanych dla strategii czystych, modele Walda i Hurwicza mają zastosowanie przy poszukiwaniu optymalnej strategii mieszanej realizowanej jeden raz, natomiast model Bayesa jest zalecany dla strategii realizowanych wielokrotnie w takiej samej sytuacji decyzyjnej. W modelu Bayesa zmienna decyzyjna x_j może więc być definiowana w dwojaki sposób (Dobrowolski, 2014; Forlicz, 2001): albo jako udział decyzji A_j w strategii mieszanej (np. jeżeli $x_1 = 0,2$, $x_3 = 0,3$, $x_6 = 0,5$, to na 20% powierzchni ziemi uprawiać będziemy żyto, na 30% obszaru – owies, a resztę działki, czyli 50%, przeznaczymy na uprawę pszenicy), albo jako udział decyzji A_j we wszystkich realizacjach (np. 100 razy realizować będziemy rekomendowaną strategię mieszaną, przy czym 20 razy wykonamy plan A_1 , 30 razy – plan A_3 , 50 razy – plan A_6 , a pozostałych opcji nie wykonamy ani razu).

Zanim omówimy modyfikacje i rozszerzenia metod klasycznych (patrz kolejny podrozdział), warto krótko przeanalizować konstrukcję i znaczenie przedstawionych dotychczas reguł. Wykorzystamy w tym celu różne przykłady zawierające dane teoretyczne.

Procedura Walda, uwzględniając jedynie minimalne wypłaty towarzyszące poszczególnym opcjom, mocno dyskryminuje wszelkie decyzje charakteryzujące się znacznym rozstępem wypłat (a więc wystąpieniem co najmniej jednej względnie bardzo wysokiej wypłaty), jeżeli najniższa z nich jest niższa od minimalnych wypłat związanych z pozostałymi wariantami, co wyraźnie pokazuje przykład 1 (tabela 2.1). Zgodnie z regułą Walda, pesymista powinien oczywiście wybrać decyzję A_3 , choć tak naprawdę dla żadnego scenariusza decyzja ta nie dominuje nad pozostałymi wariantami. Paradoksalne jest więc to, że w każdym przypadku oferuje ona gorsze wypłaty aniżeli wyniki opcji A_1 lub A_2 .

Przykład 1 pokazuje zatem, że w pewnych okolicznościach (np. wówczas, gdy nie ma scenariusza globalnie najgorszego, tj. gorszego od pozostałych stanów dla dowolnego wariantu decyzyjnego) nawet skrajny pesymista powinien sceptycznie podejść do rekomendacji uzyskiwanych za pomocą reguły Walda.

W przykładzie 2 (tabela 2.2) zachowano te same wypłaty dla poszczególnych decyzji, ale zmieniono ich pozycję w macierzy. Tym razem wybór opcji A_3 wydawać się może mniej zaskakujący, gdyż istnieje jeden scenariusz (S_3), dla którego

Tabela 2.1. Przykład 1 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	10 000	400	4
S_2	10 000	200	3
S_3	1	100	5
S_4	1 000 000	2	6
S_5	500 000	300	7

Tabela 2.2. Przykład 2 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	10 000	400	4
S_2	10 000	200	5
S_3	1	2	3
S_4	1 000 000	100	6
S_5	500 000	300	7

wariant ten rzeczywiście wypada najlepiej. Niemniej tylko w wypadku zaistnienia tego stanu realizacja wariantu decyzyjnego A_3 ma sens.

Inna kwestia, która nasuwa się przy analizie konstrukcji tejże metody, to jednokowe traktowanie wszystkich opcji o wspólnej najniższej wypłacie. Wyjaśnimy to zjawisko na podstawie przykładu 3 (tabela 2.3). Zauważamy, że minimalne wartości są dla wszystkich decyzji równe 1, a to oznacza, że zgodnie z regułą Walda nie ma żadnego znaczenia, który wariant zostanie wybrany przez decydenta, gdyż każdy z nich jest tak samo dobry. Zdrowy rozsądek każe nam jednak zróżnicować

Tabela 2.3. Przykład 3 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	10	10	1
S_2	1	1	10
S_3	1	10	10
S_4	1	10	1
S_5	1	10	1

ocenę atrakcyjności poszczególnych decyzji, ponieważ szanse wystąpienia najniższej wypłaty nie są takie same.

W podobny sposób można scharakteryzować mankamenty **reguły max-max**. Według tego podejścia wszystkie trzy opcje w przykładzie 4 (tabela 2.4) są tak samo dobre, gdyż ich maksymalna wypłata jest w każdym przypadku równa 1 000 000. Podmiot racjonalny nigdy jednak nie postawi znaku równości między tymi wariantami – decyzja A_1 jest z pewnością gorsza od decyzji A_2 , ponieważ tylko dla jednego scenariusza osiąga wspomnianą wartość (a nie dla czterech), z kolei decyzja A_3 wiąże się ze znacznie większym ryzykiem niż pozostałe opcje, gdyż dla czterech stanów skazuje decydenta na dotkliwe straty.

Tabela 2.4. Przykład 4 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	1	1 000 000	-50 000 000
S_2	1	1 000 000	-10 000 000
S_3	1	1 000 000	-10 000 000
S_4	1 000 000	1 000 000	-30 000 000
S_5	1	999 999	1 000 000

Reguła max-max nie daje też satysfakcjonującej odpowiedzi w wypadku optymalizacji liczby części zamiennych (*spare parts quantity problem*). Będzie o tym mowa w podrozdziale 2.6, ale już teraz wstępnie przedstawimy problem. Otóż, na skutek występowania zerowej wypłaty (tj. straty) przy każdej decyzji (tj. podaży części zamiennych), ostateczne wskaźniki są dla wszystkich wariantów zawsze zerowe, zatem otrzymany ranking jest zupełnie bezużyteczny (Gaspars-Wieloch, 2016b).

Obu podejściom, tj. regule Walda i regule max-max, Puppe i Schlag (2009) zarzucają ryzyko porównywania decyzji jedynie na podstawie jednego scenariusza, gdy przedziały wypłat związanych z poszczególnymi stanami nie pokrywają się (tj. nie zawierają wspólnych wartości). Taka sytuacja wystąpiła częściowo w przykładzie 2 (tabela 2.2), gdzie najniższe wypłaty pojawiają się zawsze w przypadku scenariusza S_3 .

Korzystanie z **zasady Hurwicza** w podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności w większości analizowanych sytuacji decyzyjnych jest rozsądne. Jednak warto zaznaczyć, że i ta reguła w bardzo specyficznych przypadkach prowadzi do rezultatów sprzecznych z logiką i deklarowanymi przez decydenta preferencjami. Niedoskonałości reguły Hurwicza zebrała i omówiła Gaspars-Wieloch (2012a,

2014a, 2014d, 2014e, 2017f, 2017g). Niektóre z nich zostaną tutaj wymienione. Najpierw jednak przyjrzyjmy się istocie wspomnianej procedury.

Zauważmy, że wzór (2.5) uwzględnia jedynie skrajne wypłaty. Pośrednie wartości, tj. $a_{i,j} \in]w_j, m_j[$, nie są w ogóle brane pod uwagę. Nie ma więc znaczenia, czy wśród pośrednich wyników dotyczących danej decyzji większość jest bliska parametrów w_j bądź m_j , czy też rozkładają się one w miarę symetrycznie. Pozycja konkretnego wariantu decyzyjnego w rankingu jest zdeterminowana wyłącznie przez w_j i m_j , przy czym $w_j \neq m_j$. Powyższa cecha reguły Hurwicza implikuje dla pary wariantów decyzyjnych A_e i A_f następujące konsekwencje:

$$(w_e = w_f) \wedge (m_e > m_f) \wedge (\alpha \in [0, 1]) \Rightarrow (h_e > h_f), \quad (2.25)$$

$$(w_e = w_f) \wedge (m_e > m_f) \wedge (\alpha = 1) \Rightarrow (h_e = h_f), \quad (2.26)$$

$$(w_e > w_f) \wedge (m_e = m_f) \wedge (\alpha \in]0, 1]) \Rightarrow (h_e > h_f), \quad (2.27)$$

$$(w_e > w_f) \wedge (m_e = m_f) \wedge (\alpha = 0) \Rightarrow (h_e = h_f), \quad (2.28)$$

$$(w_e = w_f) \wedge (m_e = m_f) \wedge (\alpha \in [0, 1]) \Rightarrow (h_e = h_f). \quad (2.29)$$

Ponadto:

$$\begin{aligned} (h_e > h_f) &\Leftrightarrow (\alpha \cdot w_e + (1-\alpha) \cdot m_e > \alpha \cdot w_f + (1-\alpha) \cdot m_f), \\ (h_e > h_f) &\Leftrightarrow (\alpha \cdot w_e + m_e - \alpha \cdot m_e > \alpha \cdot w_f + m_f - \alpha \cdot m_f), \\ (h_e > h_f) &\Leftrightarrow (\alpha \cdot (w_e - m_e) + m_e > \alpha \cdot (w_f - m_f) + m_f), \\ (h_e > h_f) &\Leftrightarrow (\alpha \cdot (-r_e) + m_e > \alpha \cdot (-r_f) + m_f), \\ (h_e > h_f) &\Leftrightarrow (m_e - m_f > \alpha \cdot (r_e - r_f)), \end{aligned} \quad (2.30)$$

gdzie r_e i r_f oznaczają rozstępy między maksymalną a minimalną wypłatą związane odpowiednio z decyzjami A_e i A_f .

Interesujące jest to, że powyższe implikacje występują zawsze, czyli nawet wówczas, gdy decydent jest pesymistą i zachodzi sytuacja opisana za pomocą wzoru (2.31) – wszystkie wypłaty pośrednie opcji A_e są niższe od wypłat pośrednich opcji A_f :

$$\left(\begin{array}{l} \forall \quad \forall \quad a_{i,e} < a_{i,f} \\ a_{i,e} \neq m_e \quad a_{i,f} \neq m_f \\ a_{i,e} \neq w_e \quad a_{i,f} \neq w_f \end{array} \right) \wedge \left(\begin{array}{l} \exists! a_{i,e} = m_e \\ a_{i,e} \end{array} \right) \wedge \left(\begin{array}{l} \exists! a_{i,e} = w_e \\ a_{i,e} \end{array} \right) \wedge \left(\begin{array}{l} \exists! a_{i,f} = m_f \\ a_{i,f} \end{array} \right) \wedge \left(\begin{array}{l} \exists! a_{i,f} = w_f \\ a_{i,f} \end{array} \right). \quad (2.31)$$

Wzór (2.25) ilustruje przykład 5 (tabela 2.5). Chociaż globalna przewaga wariantu A_2 nad A_1 jest oczywista (A_2 w aż czterech przypadkach na pięć daje możliwość realizacji względnie całkiem wysokiego zysku), to dla wszystkich wartości współczynnika ostrożności (poza $\alpha = 1$) opcja A_1 wyprzedza wariant A_2 w rankingu generowanym za pomocą reguły Hurwicza. Dla skrajnego pesymisty ($\alpha = 1$) wszystkie opcje są tak samo dobre (wzór 2.26).

Tabela 2.5. Przykład 5 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	1	1	2
S_2	2	1 000 000	1
S_3	3	999 999	3
S_4	1 000 001	999 999	4
S_5	4	999 999	5

Analogicznie można wyjaśnić dwie następne zależności. Wzór (2.27) został zilustrowany przykładem 6 (tabela 2.6). Chociaż globalna przewaga wariantu A_2 nad A_1 jest oczywista, to dla wszystkich wartości współczynnika ostrożności (z wyjątkiem $\alpha = 0$) opcja A_1 wyprzedza wariant A_2 w rankingu generowanym za pomocą reguły Hurwicza. Dla skrajnego optymisty ($\alpha = 0$) wszystkie opcje są tak samo dobre (wzór 2.28).

W przykładzie 7 (tabela 2.7) ilustrującym sytuację opisaną za pomocą zależności (2.31), niezależnie od poziomu współczynnika pesymizmu, decyzje A_1 i A_2 są równoważne (patrz wzór 2.29), choć przewaga wariantu A_2 nad A_1 jest kolosalna. Opcja A_2 daje też, nawet pesymistom, znacznie większe poczucie bezpieczeństwa.

Tabela 2.6. Przykład 6 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	5	1 000 000	1
S_2	2	1	1 000 000
S_3	3	999 999	1
S_4	1 000 000	999 999	1
S_5	4	999 999	1

Tabela 2.7. Przykład 7 – macierz wypłat

Stan	Decyzja	
	A_1	A_2
S_1	2	999 999
S_2	1	1
S_3	3	999 999
S_4	1 000 000	1 000 000
S_5	4	999 999

Skrajnym przypadkiem, niezwykle rzadko występującym w praktyce, może być sytuacja, w której nierosnące m -elementowe ciągi wypłat związanych z rozpatrywanymi wariantami spełniają warunki:

$$\left(S_e = (a_{1,e}, a_{2,e}, \dots, a_{m,e}) \right) \wedge (a_{1,e} = m_e) \wedge \\ \wedge (a_{2,e} = \dots = a_{m-1,e} = a_{m,e} = w_e), \quad (2.32)$$

$$\left(S_f = (a_{1,f}, a_{2,f}, \dots, a_{m,f}) \right) \wedge (a_{m,f} = w_f) \wedge \\ \wedge (a_{1,f} = a_{2,f} = \dots = a_{m-1,f} = m_f), \quad (2.33)$$

przy czym $w_e = w_f$ i $m_e = m_f$. Taką strukturę wypłat ukazuje przykład 8 (tabela 2.8). Podmiot postępujący racjonalnie stwierdziłby pewnie, że tylko w przypadku skrajnego pesymisty ($\alpha = 1$) bądź skrajnego optymisty ($\alpha = 0$) obie opcje (tj. A_1 i A_2) można potraktować równoważnie. Tymczasem reguła Hurwicza przypisuje im identyczną wartość wskaźnika (a więc taką samą pozycję w rankingu) dla dowolnego poziomu współczynnika ostrożności. Kierując się zatem zdrowym

rozsądkiem, mamy prawo podać w wątpliwość takie rekomendacje. To przecież decyzja A_2 wydaje się bardziej pożądana, gdyż w aż czterech przypadkach na pięć daje możliwość realizacji maksymalnego zysku.

Tabela 2.8. Przykład 8 – macierz wypłat

Stan	Decyzja	
	A_1	A_2
S_1	1	1 000 000
S_2	1	1
S_3	1	1 000 000
S_4	1 000 000	1 000 000
S_5	1	1 000 000

Warto w tym momencie podkreślić, że reguła Hurwicza, niezależnie od wartości współczynnika pesymizmu, pomija informację nie tylko o pośrednich wypłatach, lecz także o częstotliwości występowania – w multizbiorze²⁶ wszystkich wypłat związanych z danym wariantem decyzyjnym – wypłat bliskich parametrów w_j i m_j . Taka konstrukcja procedury przyczynia się do uzyskiwania w niektórych przypadkach niezwykle zaskakujących rekomendacji i rankingów.

Mankamenty reguły Hurwicza są dotkliwe głównie dla umiarkowanych i skrajnych pesymistów. Uzasadnienie powyższego stwierdzenia znajdziemy w pracy Gaspars-Wieloch (2014d). Otóż decydent optymistą (o współczynniku pesymizmu bliskim lub równym zero), a więc osoba zakładająca, że czeka ją najwyższa bądź prawie najwyższa wypłata związana z podjętą decyzją, nie przejmuje się zbyt wielkością pozostałych, niższych wypłat. Taki podmiot nie poszukuje za wszelką cenę bezpiecznych wariantów decyzyjnych (w pracy przyjmujemy, że decyzja jest tym bardziej bezpieczna, im jej wypłaty pośrednie są bliższe wypłaty maksymalnej). Rekomendowane przez regułę Hurwicza opcje dla decydenta optymisty odzwierciedlają więc raczej jego preferencje. Poważny problem pojawia się wtedy, gdy współczynnik pesymizmu decydenta rośnie, a więc gdy w procesie decyzyjnym udział bierze pesymista. Postawa pesymisty wyraża się w skłonności do dostrzegania tylko ujemnych stron życia, do negatywnej oceny rzeczywistości i przyszłości. Stosunek pesymisty do świata jest nacechowany lękiem i poczuciem bezsilności (Garewicz, 1989). Pesymista spodziewa się, że spotka go raczej scenariusz związany z niską wypłatą. Skoro tak jest, to pesymista stara się unikać decyzji, dla których większość scenariuszy oferuje niskie wypłaty. Takie warianty decyzyjne nazywać

²⁶ Multizbiór (wielozbiór) to zbiór, w którym dany element może występować wiele razy.

będziemy w skrócie decyzjami niebezpiecznymi. Tymczasem okazuje się, że im wyższy współczynnik ostrożności, tym gorzej w rankingu ustalonym na podstawie zasady Hurwicza uwzględniane jest ostrożnościowe podejście decydenta. Powróćmy na chwilę jeszcze raz do rozpatrywanej wcześniej pary decyzji A_e i A_f . Ze wzorów (2.25) i (2.27) wynika, że ta reguła nigdy nie zarekomenduje osobom o wysokim współczynniku pesymizmu decyzji A_f , nawet wówczas, gdyby wystąpił przypadek (2.31) lub (2.32)-(2.33), a różnice $m_e - m_f$ (wzór 2.25) i $w_e - w_f$ (wzór 2.27) były bliskie zera, choć wiadomo, że pesymista postępuje ostrożnie i woli wybierać decyzje bezpieczne. Według reguły Hurwicza decyzja A_1 w przykładzie 5 (tabela 2.5) jest we wszystkich przypadkach (tzn. dla wszystkich wartości parametru α) nie gorsza od wariantu A_2 , tymczasem ta pierwsza jest dość niebezpieczna. Tylko dla scenariusza S_4 daje ona nieco lepszy wynik niż opcja A_2 ($1\ 000\ 001 > 999\ 999$), a dla stanu S_1 oferuje taką samą wypłatę ($1 = 1$), natomiast dla pozostałych scenariuszy (tj. S_2 , S_3 i S_5) opcja A_1 wypada przecież bardzo słabo na tle A_2 ($2 < 1\ 000\ 000$; $3 < 999\ 999$; $4 < 999\ 999$). Dla pesymisty wybór decyzji A_1 byłby więc raczej nieracjonalnym posunięciem, dlatego proponowane przez omawianą procedurę rozwiązania są niekiedy zdumiewające.

Skoro w regule Hurwicza ważne są tylko skrajne wypłaty, nasuwa się wniosek, że powinno się ją raczej stosować w problemach, w których dla każdej j -tej decyzji wszystkie (a nie tylko niektóre) wypłaty z przedziału $[w_j, m_j]$ są możliwe, a więc gdy liczba scenariuszy jest nieskończona. Natomiast w wypadku zadań ze skończoną liczbą wypłat reguła Hurwicza owszem, dobrze uwzględnia preferencje decydenta, lecz jedynie wtedy, gdy dla każdego wariantu decyzyjnego rozkład wypłat jest w miarę symetryczny, tj. gdy nie występują w nadmiarze wartości zbliżone do jednej ze skrajnych wypłat (Gaspars-Wieloch, 2014a, 2014d). W pracy pojęcie „rozkładu” pojawia w dwóch znaczeniach. Pisząc o „rozkładzie prawdopodobieństwa” będziemy mieli na myśli miarę probabilistyczną określoną na zbiorze wartości pewnej zmiennej losowej (czyli funkcji przypisującej liczby zdarzeniom elementarnym) i przypisującą prawdopodobieństwa wartościom tej zmiennej. Natomiast pojęcie rozkładu wypłat (rozkładu wartości) będziemy rozumieli jako sposób, w jaki oddalone są od siebie poszczególne wypłaty związane z daną decyzją. Wariant decyzyjny charakteryzuje się idealnie symetrycznym rozkładem wypłat, gdy średnia tych wartości jest równa dominancie (tj. wartości najczęściej występującej) i medianie (tj. mierze centralnej dzielącej rozkład na dwie równe części). Im bardziej rozkład wypłat jest asymetryczny, tym bardziej widoczna jest jego asymetria prawo- lub lewostronna (w postaci wydłużonego prawego lub lewego ramienia rozkładu). Kształt takiego rozkładu można wówczas badać za pomocą współczynnika skośności (przyjmuje on wartości dodatnie w wypadku asymetrii prawostronnej i ujemne w wypadku asymetrii lewostronnej). Pojęcie rozkładu wypłat nie ma więc (a przynajmniej nie musi mieć) nic wspólnego z prawdopodobieństwem.

Analizując dogłębnie regułę Hurwicza, warto się jeszcze pochylić nad kwestią związaną z rozwiązaniami niezdominowanymi²⁷. Rozwiązania niezdominowane są oczywiście pojęciem używanym głównie w optymalizacji wielokryterialnej, zatem na pierwszy rzut oka odwoływanie się do tego terminu w kontekście jednokryterialnego podejmowania decyzji w warunkach niepewności może się wydawać nieestosowne. Zauważmy jednak, że jeżeli poszczególne kryteria, na podstawie których oceniana jest dana decyzja, zastąpimy kolejnymi scenariuszami mogącymi wystąpić w przyszłości, to korzystanie z tego pojęcia może mieć sens. Gdybyśmy więc założyli, że wszystkie potencjalne decyzje rozpatrywane w danej macierzy wypłat są optymalne w sensie Pareta, to oczekiwalibyśmy, że ranking tych decyzji generowany za pomocą reguły Hurwicza będzie, wraz ze zmianą poziomu współczynnika ostrożności, również ulegał zmianom. Wzór (2.30) jednak jasno pokazuje, że kolejność wariantów decyzyjnych w rankingu zależy jednocześnie od trzech czynników: współczynnika pesymizmu zadeklarowanego przez decydenta, wartości skrajnych i rozstępów wypłat dotyczących poszczególnych decyzji. Niemniej biorąc pod uwagę fakt, że dwa ostatnie wymienione elementy są stałe, w niektórych problemach decyzyjnych, w których rozpatrywane są jedynie decyzje niezdominowane, ranking (wraz ze zmianą poziomu parametru α) będzie się zmieniał bardzo rzadko.

Do zobrazowania tego aspektu wykorzystamy przykład 9 (tabela 2.9), zaczerpnięty z pracy Gaspars-Wieloch (2017f). Mając na względzie wyjaśnienia dotyczące optymalności w sensie Pareta w kontekście jednokryterialnych decyzji podejmowanych w warunkach niepewności, można stwierdzić, że warianty decyzyjne A_1 – A_4 są niezdominowane (pierwsza opcja dominuje nad pozostałymi w przypadku scenariusza S_1 , druga opcja jest najlepsza w ramach S_2 , trzecia – dla S_3 , a czwarta dla S_4).

Tabela 2.9. Przykład 9 – macierz wypłat

Stan	Decyzja			
	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	3	0	–3	–6
S_2	3	6	3	0
S_3	3	6	9	6
S_4	3	6	9	12

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2017f.

²⁷ Rozwiązanie niezdominowane (zwane również rozwiązaniem efektywnym, sprawnym lub optymalnym w sensie Pareta) jest to takie rozwiązanie, że znalezienie innego lepszego rozwiązania z punktu widzenia jednej funkcji celu pociągnęłoby za sobą pogorszenie realizacji innego kryterium.

Tabela 2.10 zawiera wartości wskaźnika Hurwicza dla wszystkich czterech decyzji przy różnych poziomach współczynnika ostrożności. Szarym kolorem zaznaczono najwyższe wartości tego wskaźnika. Ranking otrzymany na podstawie reguły Hurwicza tylko raz ulega zmianie (nie licząc fazy „przejściowej” $\alpha = 0,5$, kiedy to wszystkie warianty plasują się na pierwszej pozycji). Decyzja A_1 zajmuje pierwszą pozycję, gdy $\alpha \in]0,50, 1,00]$, natomiast dla $\alpha \in [0,00, 0,50[$ pierwsze miejsce przejmuje opcja A_4 . W przykładzie zaskoczyła więc nas mała wrażliwość rankingów na zmiany wielkości współczynnika pesymizmu.

Tabela 2.10. Przykład 9 – wartości wskaźnika Hurwicza

Współczynnik pesymizmu	Decyzja			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1,00	3,00	0,00	-3,00	-6,00
0,95	3,00	0,30	-2,40	-5,10
0,90	3,00	0,60	-1,80	-4,20
0,85	3,00	0,90	-1,20	-3,30
0,80	3,00	1,20	-0,60	-2,40
0,75	3,00	1,50	0,00	-1,50
0,70	3,00	1,80	0,60	-0,60
0,65	3,00	2,10	1,20	0,30
0,60	3,00	2,40	1,80	1,20
0,55	3,00	2,70	2,40	2,10
0,50	3,00	3,00	3,00	3,00
0,45	3,00	3,30	3,60	3,90
0,40	3,00	3,60	4,20	4,80
0,35	3,00	3,90	4,80	5,70
0,30	3,00	4,20	5,40	6,60
0,25	3,00	4,50	6,00	7,50
0,20	3,00	4,80	6,60	8,40
0,15	3,00	5,10	7,20	9,30
0,10	3,00	5,40	7,80	10,20
0,05	3,00	5,70	8,40	11,10
0,00	3,00	6,00	9,00	12,00

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2017f.

Reguła Hurwicza, mimo wielu zaobserwowanych niedoskonałości, ma jednak znaczącą przewagę nad wszystkimi pozostałymi procedurami klasycznymi. Jako jedyna ma charakter uniwersalny. Może być stosowana, przynajmniej teoretycznie, zarówno przez optymistów, umiarkowanych decydentów, jak i przez pesymistów.

Na tle wcześniej omówionych reguł bardzo przyzwoicie wypada **zasada Bayesa**. Nie można jej zarzucić pomijania pośrednich wypłat związanych z poszczególnymi wariantami, ponieważ bierze ona właśnie pod uwagę wszystkie wypłaty (w postaci średniej arytmetycznej). Pamiętajmy jednak, że uśrednianie wszystkich wyników skazuje tę procedurę na zupełnie inny obszar zastosowań. Reguły Bayesa nie powinno się raczej używać w wypadku wariantów decyzyjnych realizowanych jeden raz (Guzik, 2009)²⁸. To bardzo poważne ograniczenie, gdyż ze względu na szybko zmieniającą się rzeczywistość w większości problemów dominuje założenie, że wybrany wariant należy realizować tylko jeden raz (Guo, 2010, 2011, 2013, 2014; Guo i Ma, 2014). Drugim mankamentem metody jest brak możliwości uwzględnienia nastawienia decydenta do danego problemu decyzyjnego – reguła ta rekomenduje to samo rozwiązanie pesymistom, umiarkowanym decydentom i optymistom.

W związku z tym, że zasada Bayesa, jako jedyna, odwołuje się do prawdopodobieństwa, postrzegana jest czasem jako procedura opracowana dla innego poziomu niepewności, tj. niepewności z znanymi prawdopodobieństwami²⁹.

Niezwykle interesująca jest konstrukcja ostatnich dwóch wymienionych reguł klasycznych. **Reguła Savage'a** i **reguła *max-min joy*** są bardzo do siebie podobne. Obie wymagają przekształcenia pierwotnej macierzy wypłat w celu wygenerowania odpowiednio macierzy względnych strat i macierzy względnych zysków (w obu wypadkach wielkości te są podawane jako liczby nieujemne). Pierwsza z nich minimalizuje maksymalne względne straty, a więc punktem odniesienia w ramach każdego scenariusza jest najlepsza wypłata (analizowana jest różnica między wypłatą uzyskaną dla danej decyzji a wypłatą, którą można by osiągnąć, gdyby wybrany został najlepszy wariant decyzyjny). Z kolei reguła MJ maksymalizuje minimalne względne zyski, zatem punktem odniesienia w obrębie każdego stanu jest najgorsza wypłata (analizowana jest różnica między wypłatą uzyskaną dla danej opcji a wypłatą, którą można by osiągnąć, gdyby wybrany został najgorszy wariant decyzyjny). Mimo że zasada *max-min joy* może wydawać się symetrycznym odbiciem zasady Savage'a, znane są jednak problemy decyzyjne, w których metody te rekomendują inne warianty i prowadzą do otrzymania odmiennych rankingów

²⁸ Autor cytowanej pracy stwierdza: „Liczenie średniej ma sens dopiero wtedy, gdy wszystkie stany natury mogą się zrealizować w analizowanym okresie. [...] Gdybyśmy konstruowali strategię na dłuższy okres, w którym należy się liczyć z «pełną» zmiennością stanów, analizę można byłoby oprzeć na kryterium Bayesa”.

²⁹ Oczywiście, w ramach teorii decyzji taka sytuacja jest nazywana podejmowaniem decyzji w warunkach ryzyka (podrozdział 1.2.1).

(Gaspars-Wieloch, 2014b, 2018). Sytuację tę przedstawimy na podstawie przykładu 10 (tabela 2.11). Względne straty wyznaczono w tabeli 2.12, a względne zyski zawiera tabela 2.13. Według reguły Savage'a ranking powinien być następujący: I – A_2 , II – A_3 , III – A_1 , z kolei zastosowanie reguły MJ prowadzi do otrzymania rankingu: I – A_3 , II – A_1 i A_2 .

Tabela 2.11. Przykład 10 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	5	1	2
S_2	2	0	3
S_3	3	10	4
S_4	0	4	4
S_5	7	2	6

Tabela 2.12. Przykład 10 – macierz względnych strat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	0	4	3
S_2	1	3	0
S_3	7	0	6
S_4	4	0	0
S_5	0	5	1
Maksymalna względna strata	7	5	6

Tabela 2.13. Przykład 10 – macierz względnych zysków

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	4	0	1
S_2	2	0	3
S_3	0	7	1
S_4	0	4	4
S_5	5	0	4
Minimalny względny zysk	0	0	1

Dość poważnym zastrzeżeniem formułowanym w odniesieniu do reguły Savage'a i reguły *max-min joy* jest ryzyko uzyskania zupełnie odwróconego rankingu po usunięciu wybranej decyzji ze zbioru potencjalnych wariantów decyzyjnych. Taka wrażliwość rankingu wielu badaczom wydaje się nieracjonalna. W tabelach 2.14-2.17 przedstawiono sytuację, w której po wyeliminowaniu opcji A_3 , decyzja A_1 z trzeciego miejsca w pierwotnym rankingu uzyskanym za pomocą reguły Savage'a (przykład 11, tabela 2.15, ranking: I – A_2 , II – A_3 , III – A_1) przeniosła się w nowym rankingu ... na pierwsze miejsce (przykład 12, tabela 2.17, ranking: I – A_1 , II – A_2). Ten fenomen pojawia się wówczas, gdy z listy możliwych decyzji znika wariant, który dla co najmniej jednego scenariusza osiągał względnie najwyższy wynik, a ten z kolei generował znaczące względne straty dla pozostałych decyzji w ramach danego stanu. W przykładzie 11 decyzja A_3 osiąga wypłatę równą 10 dla scenariusza S_3 i to właśnie ta wypłata jest odpowiedzialna za pojawienie się wysokiej względnej straty w wariantcie A_1 (jest ona równa 7). Gdy tylko pominiemy opcję A_3 (przykład 12), znika jednocześnie wspomniana wysoko postawiona poprzeczka (10) i towarzyszące jej duże względne straty dla alternatywnych decyzji (7 i 5).

Tabela 2.14. Przykład 11 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	5	3	2
S_2	2	0	3
S_3	3	5	10
S_4	10	5	4
S_5	7	2	6

Tabela 2.15. Przykład 11 – macierz względnych strat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	0	2	3
S_2	1	3	0
S_3	7	5	0
S_4	0	5	6
S_5	0	5	1
Maksymalna względna strata	7	5	6

Tabela 2.16. Przykład 12 – macierz wypłat

Stan	Decyzja	
	A_1	A_2
S_1	5	3
S_2	2	0
S_3	3	5
S_4	10	5
S_5	7	2

Tabela 2.17. Przykład 12 – macierz względnych strat

Stan	Decyzja	
	A_1	A_2
S_1	0	2
S_2	0	2
S_3	2	0
S_4	0	5
S_5	0	5
Maksymalna względna strata	2	5

W kolejnych czterech tabelach (2.18-2.21) zaprezentowano sytuację, w której po wyeliminowaniu wariantu A_3 decyzja A_2 zajmująca drugie, a zarazem ostatnie miejsce w pierwotnym rankingu otrzymanym przy użyciu zasady MJ (przykład 13, tabela 2.19, ranking: I – A_1 , II – A_2 i A_3) przenosi się w nowym rankingu na pierwsze miejsce, *ex aequo* z opcją A_1 (przykład 14, tabela 2.21, ranking: I – A_1 i A_2), choć poziom jej minimalnego względnego zysku po tej zmianie w ogóle się nie zmienił – nadal wynosi 0!

Tabela 2.18. Przykład 13 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	6	3	2
S_2	3	0	0
S_3	7	9	4
S_4	10	5	6
S_5	7	2	6

Tabela 2.19. Przykład 13 – macierz względnych zysków

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	4	1	0
S_2	3	0	0
S_3	3	5	0
S_4	5	0	1
S_5	5	0	4
Minimalny względny zysk	3	0	0

Tabela 2.20. Przykład 14 – macierz wypłat

Stan	Decyzja	
	A_1	A_2
S_1	6	3
S_2	3	0
S_3	7	9
S_4	10	5
S_5	7	2

Tabela 2.21. Przykład 14 – macierz względnych zysków

Stan	Decyzja	
	A_1	A_2
S_1	3	0
S_2	3	0
S_3	0	2
S_4	5	0
S_5	5	0
Minimalny względny zysk	0	0

W pracy Gaspars-Wieloch (2014b) konstrukcja reguły MJ została dodatkowo przeanalizowana ze względu na jeszcze inny ciekawy aspekt. Otóż bardzo często nie da się za pomocą tego podejścia uzyskać sensownego rankingu. Owa sytuacja występuje wówczas, gdy minimalne względne zyski dla wszystkich rozpatrywanych

wariantów decyzyjnych są równe 0. Tabela 2.22 (przykład 15) zawiera dane dotyczące takiego przypadku. Według reguły *max-min joy* decydent może wybrać dowolną opcję, gdyż każda z nich uzyskała taki sam poziom wskaźnika, tzn. zerowy minimalny względny zysk (tabela 2.23). Czy jest to logiczne, racjonalne? Przecież decyzja A_1 , w przeciwieństwie do pozostałych, nie odnotowuje żadnej straty, a suma jej potencjalnych wypłat przewyższa średnio dziewięciokrotnie sumy potencjalnych wypłat towarzyszących pozostałym opcjom! Powodem, dla którego wszystkie warianty osiągają zerowe wskaźniki, jest obecność przynajmniej jednego względnie najniższego wyniku w ramach każdej decyzji. Opcja A_1 osiąga najgorszy wynik (tj. 9) dla scenariusza S_3 i dlatego właśnie jej względny zysk przy tym stanie natury wynosi 0. Opcja A_2 osiąga najgorszy wynik (tj. -10) dla scenariusza S_2 , więc jej względny zysk przy tym stanie również wynosi 0 itd. Zatem gdy dana decyzja jest choć w jednym przypadku najgorsza, wówczas nawet bardzo wysokie względne zyski dla pozostałych zdarzeń nie mają żadnego znaczenia! Obecność samych zerowych wskaźników MJ dla wszystkich rozpatrywanych wariantów z pewnością nie ułatwia decydentowi podjęcia ostatecznej decyzji. Zaobserwowany defekt w procedurze *max-min joy* dość mocno zawęża obszar możliwych zastosowań tejże metody.

Tabela 2.22. Przykład 15 – macierz wypłat

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	36	3	-2	4	8
S_2	24	-10	9	2	7
S_3	9	12	9	9	13
S_4	12	5	6	1	-21
S_5	25	2	6	-5	7

Tabela 2.23. Przykład 15 – macierz względnych zysków

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	38	5	0	6	10
S_2	34	0	19	12	17
S_3	0	3	0	0	4
S_4	33	26	27	22	0
S_5	30	7	11	0	12
Minimalny względny zysk	0	0	0	0	0

Kolejna kwestia związana z dwiema ostatnimi wymienionymi regułami klasycznymi, czyli z regułą Savage'a i regułą MJ, została poruszona przez Gaspars-Wieloch (2018). Są one jedynymi procedurami, w których ostateczny ranking wariantów decyzyjnych istotnie zależy od struktury macierzy wypłat. Wystarczy jedynie zmienić kolejność wypłat związanych z poszczególnymi opcjami (a więc przypisać pierwotne wartości innym scenariuszom), aby otrzymać zupełnie inny ranking! W obu tych regułach, w przeciwieństwie do innych reguł klasycznych, wartości wskaźników obliczonych dla poszczególnych decyzji zależą nie tylko od zbiorów wypłat związanych z tymi opcjami, lecz także od kolejności tychże wypłat w macierzy. Zjawisko to dla reguły Savage'a przedstawiają tabele 2.14-2.15 (przykład 11) i 2.24-2.25 (przykład 16). Z kolei dla reguły *max-min joy* podobną sytuację można prześledzić, porównując tabele 2.26-2.27 (przykład 17) z tabelami 2.28-2.29 (przykład 18).

Przykład 16 różni się od przykładu 11 tym, że w pierwszym przedstawiono wypłaty w kolumnie dotyczącej decyzji A_1 . Ta drobna modyfikacja struktury macierzy wypłat doprowadziła do istotnych zmian w rankingu wygenerowanym za pomocą reguły Savage'a. Pierwotny ranking wyglądał następująco: I – A_2 , II – A_3 , III – A_1 , natomiast nowy ranking przyjął taką postać: I – A_3 , II – A_1 , III – A_2 .

Tabela 2.24. Przykład 16 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	5	3	2
S_2	10	0	3
S_3	2	5	10
S_4	3	5	4
S_5	7	2	6

Tabela 2.25. Przykład 16 – macierz względnych strat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	0	2	3
S_2	0	10	7
S_3	8	5	0
S_4	2	0	1
S_5	0	5	1
Maksymalna względna strata	8	10	7

Tabela 2.26. Przykład 17 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	3	1	0
S_2	10	9	6
S_3	7	5	4
S_4	8	9	6
S_5	6	3	2

Tabela 2.27. Przykład 17 – macierz względnych zysków

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	3	1	0
S_2	4	3	0
S_3	3	1	0
S_4	2	3	0
S_5	4	1	0
Minimalny względny zysk	2	1	0

Stosując regułę MJ dla dwóch bardzo podobnych przykładów (17 i 18), również uzyskujemy odmienne rankingi. W obu sytuacjach zbiory wypłat dla kolejnych opcji są identyczne. W przykładzie 18 przedstawiono jedynie „3” z „10” (decyzja A_1) oraz „9” z „3” (decyzja A_2) i to wystarczy, by diametralnie zmienić pozycje wariantów decyzyjnych w rankingu. W przykładzie 17 poszczególne decyzje otrzymały różne oceny: I – A_1 , II – A_2 , III – A_3 . Natomiast w przykładzie 18 decyzje z tymi samymi wypłatami, lecz podanymi w nieco innym ustawieniu, uzyskały oceny równorzędne: I – A_1 , A_2 i A_3 .

Zaobserwowane zjawisko może być oceniane pozytywnie lub negatywnie (szereż na ten temat w podrozdziale 2.5). W pracy traktować będziemy tę cechę raczej jako atut, gdyż wrażliwość rekomendacji na strukturę macierzy wypłat jest równoznaczna z możliwością uwzględnienia w rankingach informacji o pozycji poszczególnych wypłat względem pozostałych wyników występujących w ramach danego stanu natury. W tym kontekście pierwsza omówiona cecha reguły Savage’a i reguły *max-min joy* (tabele 2.14-2.21), dotycząca możliwości uzyskania odwróconego rankingu na skutek wykluczenia jednej decyzji ze zbioru pierwotnie rozpatrywanych wariantów (a więc na skutek pewnej bardzo specyficznej zmiany struktury

Tabela 2.28. Przykład 18 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	10	1	0
S_2	3	9	6
S_3	7	5	4
S_4	8	3	6
S_5	6	9	2

Tabela 2.29. Przykład 18 – macierz względnych zysków

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	10	1	0
S_2	0	6	3
S_3	3	1	0
S_4	5	0	3
S_5	4	7	0
Minimalny względny zysk	0	0	0

macierzy wypłat), niekoniecznie musi być traktowana jako ograniczenie metod – może jest to właśnie ich mocna strona.

W pewnych sytuacjach rekomendacje uzyskiwane za pomocą reguły Savage’a i reguły Walda mogą być różne, choć obie metody opracowano dla pesymistów. Wynika to z faktu, że w pierwszym przypadku wartości wskaźników obliczonych dla wszystkich wariantów decyzyjnych zależą od struktury macierzy wypłat, natomiast w drugim przypadku taka zależność nie występuje (Giocoli, 2013).

Ogólna uwaga krytyczna kierowana do wszystkich procedur klasycznych opracowanych dla gier z naturą i wykorzystujących maksymalne bądź minimalne wypłaty dotyczące poszczególnych opcji to przyjęcie nieracjonalnych wstępnych założeń. Reguły te są tak skonstruowane, jakby zakładały, że natura jest świadomym graczem (przeciwnikiem), który zmienia swoją „decyzję” (czyli tak naprawdę scenariusz) w zależności od wariantu wybranego przez decydenta (czyli jedyne go faktycznego gracza), co jest sprzeczne z założeniem o neutralności natury (Luce i Raiffa, 1957; Milnor, 1954; Officer i Anderson, 1968). Ową nieuzasadnioną zmienność („personalizację”) natury wyjaśnimy na podstawie przykładu 6 (tabela 2.6). Maksymalne i minimalne wypłaty potrzebne do wyznaczenia wskaźnika Walda, max-max lub

Hurwicza „pobierane” są w przypadku każdej kolejnej decyzji z różnych scenariuszy. Gdyby decydent wybrał opcję A_1 , to skrajne wypłaty wynosiłyby 1 000 000 i 2, a więc natura „odpowiedzialaby” w najlepszym razie według scenariusza S_4 , a w najgorszym – według S_2 , ale jeżeli ten sam podmiot zdecydowałby się na wariant A_2 , to skrajne wypłaty wynosiłyby 1 000 000 i 1, zatem natura dostosowałaby się do tego wyboru, realizując w skrajnych przypadkach odpowiednio stan S_1 i S_2 . Na jeszcze inne scenariusze musiałaby się natura „zdecydować”, gdyby decydent postanowił obrać plan A_3 (S_2 – w najlepszym razie i S_1, S_3, S_4 lub S_5 – w najgorszym razie).

Zauważmy, że każdą omówioną regułą decyzyjną można poprzedzić etapem, w ramach którego wypłaty, wstępnie oszacowane przez ekspertów bądź samych decydentów, są przedstawiane w postaci użyteczności (podrozdziały 2.2.2 i 2.7). Dzięki temu zabiegowi dwaj decydenci, nawet w wypadku zastosowania tej samej procedury, mogą otrzymać odmienne rekomendacje dla tego samego problemu decyzyjnego.

Ze względu na istotne zróżnicowanie wypłat w przykładach analizowanych w podrozdziale 2.2.1, mogą one się wydawać dość mało realne w praktyce. Rzeczywiście, wartości w tabelach zostały celowo dobrane w taki sposób, aby można było z łatwością wychwycić słabości poszczególnych procedur. Takie struktury zysków są jednak możliwe, jeżeli na przykład w macierzy wypłat rozpatrujemy zupełnie odmienne decyzje finansowe. W tabeli 2.1 decyzja A_1 może się wiązać na przykład z masową produkcją i sprzedażą jakiegoś dobrze zapowiadającego się, opatentowanego urządzenia, decyzja A_2 może dotyczyć konstrukcji zdywersyfikowanego portfela papierów wartościowych (akcji, obligacji itd.), a opcja A_3 może stanowić jakąś decyzję depozytową (lokata w banku). Z kolei sytuacja zaprezentowana w tabeli 2.3 może przedstawiać grę, w której szanse na główną wygraną zależą od tego, kto do niej przystąpi: osoba A_1 , osoba A_2 lub osoba A_3 . Każda z nich ma bowiem zupełnie inne predyspozycje (wiedzę, umiejętności, refleks, pewność siebie, wiek itd.). Wreszcie tabela 2.4 jest charakterystyczna dla sytuacji, w której decydent rozpatruje trzy portfele papierów wartościowych o różnym poziomie ryzyka.

Wszystkie zaprezentowane dotychczas podejścia, czyli reguły klasyczne, Ellsberg (1961, 2001) nazywa *decision criteria for complete ignorance*, gdyż zakładają one, że decydent nie posiada żadnych informacji o szansie wystąpienia poszczególnych scenariuszy, zatem nie jest w stanie wyznaczyć rozkładu prawdopodobieństwa. W następnym podrozdziale krótko scharakteryzowano metody, które korzystają z prawdopodobieństwa obiektywnego bądź subiektywnego.

2.2.2. Pozostałe reguły decyzyjne

Tytuł niniejszego podrozdziału wymaga wyjaśnienia. Otóż ta część monografii poświęcona jest procedurom, których nie omówiono w poprzednim podrozdziale, a które można stosować w podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności. Niektóre z nich stanowią rozszerzenie lub hybrydę metod klasycznych bądź zawierają istotne modyfikacje tychże metod. Umownie przyjmiemy, że tworzą one drugą grupę procedur. Ze względu na to, że grupa ta odwołuje się, w mniejszym bądź większym stopniu, do rachunku prawdopodobieństwa, nie została tak szczegółowo zaprezentowana jak grupa pierwsza, czyli reguły klasyczne. Przypomnijmy bowiem, że zgodnie z założeniami przedstawionymi w podrozdziale 1.4, monografia koncentruje się na problemach decyzyjnych, w których decydent z różnych przyczyn nie wykorzystuje prawdopodobieństwa jako pierwotnego parametru zadania. Kolejnym powodem, dla którego nie sposób byłoby dogłębnie przestudiować na kartach tegoż opracowania każdą metodę z grupy drugiej, jest ogromna liczba przeróżnych koncepcji omówionych w literaturze. Mimo że te reguły nie są bezpośrednio przedmiotem naszych zainteresowań, warto choć w ograniczonym zakresie zaznajomić się z ich konstrukcją. Niektóre ich cechy zresztą wykorzystano w autorskich regułach decyzyjnych zaprezentowanych w dalszych częściach książki.

Przegląd metod z grupy drugiej rozpoczynamy od **metody maksymalizacji oczekiwanej wypłaty** (*expected payoff maximization*, EPM) inaczej zwanej **kryterium wartości oczekiwanej** (*expected value criterion*, EVC), której autorstwo

Tabela 2.30. Przykład 19 – macierz wypłat i rozkład prawdopodobieństwa

Stan	Prawdopodobieństwo	Decyzja		
		A_1	A_2	A_3
S_1	0,34	10	1	0
S_2	0,47	3	9	6
S_3	0,19	7	5	11

Tabela 2.31. Przykład 20 – macierz wypłat i rozkład prawdopodobieństwa

Stan	Decyzja					
	A_1		A_2		A_3	
	Wypłata	Prawd.	Wypłata	Prawd.	Wypłata	Prawd.
S_1	10	0,15	1	0,70	0	0,65
S_2	3	0,29	9	0,10	6	0,25
S_3	7	0,56	5	0,20	11	0,10

przypisuje się B. Pascalowi. Polega ona na wyznaczeniu, dla każdego wariantu decyzyjnego, wskaźnika będącego sumą iloczynów wypłat i prawdopodobieństw ich wystąpienia. Decydentowi rekomendowana jest ta decyzja, której wskaźnik jest najwyższy. Warto podkreślić, że to podejście stosowane jest w dwóch odmianach: przy założeniu, że rozkład prawdopodobieństwa jest taki sam dla każdej opcji (prawdopodobieństwo wystąpienia danego scenariusza jest stałe dla wszystkich rozpatrywanych decyzji), przy założeniu, że rozkład prawdopodobieństwa jest różny dla poszczególnych decyzji (Guzik, 2009), patrz podrozdział 1.2.1. W drugim przypadku szanse wystąpienia danego zdarzenia zależą zatem od tego, która decyzja zostanie wybrana. Obie sytuacje ilustrują tabele 2.30 i 2.31 (przykłady 19 i 20). Według teorii decyzji (podrozdział 1.2.1), metoda maksymalizacji oczekiwanej wypłaty powinna być stosowana w DMR, gdyż prawdopodobieństwo wystąpienia poszczególnych stanów znane jest właśnie w warunkach ryzyka.

Koncepcja B. Pascala została zanegowana przez D. Bernoulliego, który stwierdził, że wartość każdej dodatkowej jednostki pieniężnej nie jest dla beneficjenta taka sama, a więc podmiot racjonalny powinien się kierować **maksymalizacją oczekiwanej użyteczności** (*expected utility maximization*, EUM) będącej sumą iloczynów użyteczności i prawdopodobieństw ich wystąpienia, przy czym sama użyteczność zależna jest od stanu bieżącego posiadania. Koncepcja ta jest definiowana jako deskryptywna teoria wyboru, ponieważ jednostki użyteczności przypisywane są pierwotnym wypłatom na podstawie preferencji deklarowanych przez decydenta. W tym podejściu nastawienie podmiotu decyzyjnego do ryzyka uwzględniane jest w następujący sposób. Jeżeli jest ono neutralne, to wybór dokonywany jest tak naprawdę poprzez maksymalizację oczekiwanej wartości. Przy awersji decydenta do ryzyka funkcja użyteczności jest wklęsła. Przy skłonności podmiotu do ryzyka funkcja ta jest wypukła (Dobrowolski, 2014). Maksymalizacji oczekiwanej użyteczności zarzuca się między innymi: (1) brak uwzględnienia punktu referencyjnego (podrozdział 1.3.6); (2) trudności związane z oszacowaniem prawdopodobieństwa i oceną preferencji (Gilboa, 2009; Officer i Anderson, 1968) oraz (3) abstrahowanie od przeszłych stanów posiadania (Kahneman, 2011).

Kolejną procedurą jest **maksymalizacja subiektywnej oczekiwanej użyteczności** (*subjective expected utility maximization*, SEUM) (Savage, 1954, 1961), która jest próbą dostosowania wyżej omówionej procedury (EUM) do sytuacji, w której podmiot nie dysponuje informacją o prawdopodobieństwie obiektywnym. Ma to więc być pewna adaptacja EUM na potrzeby podejmowania decyzji w warunkach niepewności (DMU) definiowanego zgodnie z teorią decyzji (podrozdział 1.2.1). Subiektywna oczekiwana użyteczność wyrażana jest jako suma iloczynów użyteczności i subiektywnych prawdopodobieństw ich wystąpienia, przy czym prawdopodobieństwo subiektywne jest determinowane przez cechy osobowościowe, doświadczenie i wiedzę podmiotu (Zaleskiewicz, 2011).

Koncepcja Savage'a była kwestionowana między innymi przez Ellsberga, który stwierdził, że przy modelowaniu psychologii ryzyka istotna jest nie tylko matematyczna wartość oczekiwanej użyteczności, ale również jej rozkład wokół średniej. Ellsberg jest autorem metody noszącej nazwę **Restricted Bayes/Hurwicz Criterion** (RBHC), w której wybór optymalnego wariantu jest uzależniony od dwóch elementów: współczynnika pesymizmu $\alpha \in [0, 1]$ oraz współczynnika niejednoznaczności $\rho \in [0, 1]$ (*degree of ambiguity*). Determinuje on prawdopodobieństwa poszczególnych wypłat. Gdy $\rho = 1$, reguła sprowadza się do maksymalizacji oczekiwanej użyteczności. Z kolei im parametr ρ jest niższy, tym większe znaczenie przypisuje się wartościom skrajnym. Dla $\rho = 0$ podmiot maksymalizuje ważoną średnią maksymalnej i minimalnej użyteczności (Ellsberg, 1961, 2001).

Kontynuując wątek użyteczności, należy koniecznie wspomnieć o **teorii perspektywy Kahnemana i Tversky'ego** (1979) (*perspective theory*, PT). Według obu badaczy użyteczność to pewna wartość psychologiczna, którą powinno się oceniać nie na podstawie stanu posiadania, lecz biorąc pod uwagę zmiany stanu posiadania, czyli zyski i straty, w porównaniu z przyjętym subiektywnym punktem referencyjnym (poziomem dostosowania, punktem odniesienia), zob. podrozdział 1.3.6. Autorzy prezentowanej koncepcji, po przeprowadzeniu licznych eksperymentów, doszli do wniosku, że funkcja użyteczności jest wklęsła powyżej punktu referencyjnego i wypukła poniżej tego punktu. Maleje zatem użyteczność zarówno kolejnych jednostek zysku, jak i kolejnych jednostek strat (kolejne zyski cieszą coraz mniej, ale także kolejne straty „ból” coraz mniej). Dodajmy, że krzywa zaproponowana przez Kahnemana i Tversky'ego jest bardziej stroma w dziedzinie strat aniżeli w dziedzinie zysków, gdyż decydent mocniej odczuwa niezadowolenie ze straty o określonej wartości bezwzględnej niż zadowolenie z zysku o tej samej wartości (Dobrowolski, 2014). Kahneman i Tversky określili też nieliniową funkcję wag prawdopodobieństwa, której cechy zostały wymienione między innymi przez Czerwonkę i Gorlewskiego (2012). Jej twórcy zauważyli, że decydenci przewartościowują prawdopodobieństwa zdarzeń mało prawdopodobnych, niedowartościowują zaś prawdopodobieństwa zdarzeń średnio i wysoce prawdopodobnych. Wolą też pewne zyski od prawdopodobnych zysków oraz prawdopodobne straty od pewnych strat. W myśl teorii Kahnemana i Tversky'ego proces podejmowania decyzji składa się z etapu obróbki i etapu oceny. Pierwszy etap polega na umysłowej analizie możliwych wypłat za pomocą kodowania (tj. wyznaczania względnych wypłat na podstawie punktu referencyjnego), upraszczania (np. pomijania wypłat bardzo mało prawdopodobnych), oddzielania (tj. wyodrębnienia pewnej części wypłaty od niepewnej części tej wypłaty) i pomijania (tj. eliminowania elementów wspólnych dla wszystkich wypłat). Z kolei w ramach drugiego etapu oceniane są poszczególne warianty decyzyjne z punktu widzenia prawdopodobieństwa (funkcja ważąca) i subiektywnej wartości względnych wypłat (funkcja oceny) (Dudzińska-Baryła, 2011, 2013; Kopańska-Bródka i Dudzińska-Baryła, 2008).

Alternatywą dla SEUM, czyli oczekiwanej użyteczności opartej na prawdopodobieństwie subiektywnym, może być także **maksymalizacja oczekiwanej użyteczności Choqueta** (*Choquet expected utility maximization*, CEUM) zaproponowana w pracach Schmeidlera (1986, 1989). Zauważono bowiem, że ludzie mają tendencję do zniekształcania prawdopodobieństw subiektywnych, z jakimi możliwe jest osiągnięcie danego wyniku. Całka Choqueta³⁰, na podstawie której opracowano koncepcję CEUM, może posłużyć do zmierzenia oczekiwanej użyteczności przy jednoczesnym uwzględnieniu owego zniekształcenia. Schmeidler odwołuje się do prawdopodobieństwa nieaddytywnego (por. podrozdział 1.2.2).

W tym samym okresie Gilboa i Schmeidler (1989) opracowali **maksyminową oczekiwaną użyteczność** (*max-min expected utility*, MEU). W przeciwieństwie do EUM, która zakłada jednoznaczne przypisanie prawdopodobieństw poszczególnym stanom natury, MEU, podobnie jak RBHC, dopuszcza niejednoznaczność (niepewność) w tym zakresie, a więc możliwość deklarowania licznych rozkładów *a priori* (podrozdział 1.2.2). Koncepcja maksyminowa uważana jest za niezwykle pesymistyczną regułę decyzyjną.

Skumulowana teoria perspektywy (kumulacyjna teoria perspektywy, *cumulative perspective theory*, CPT) to także dzieło Tversky'ego i Kahnemana (1992). Teoria perspektywy polegała na ważeniu prawdopodobieństw towarzyszących pojedynczym wypłatom. Natomiast w skumulowanej teorii perspektywy ważne nie dotyczy skumulowanych prawdopodobieństw. Teoria ta, podobnie jak CEUM, również wykorzystuje całkę Choqueta. Kumulacyjna teoria perspektywy doczekała się różnych rozszerzeń (Nilsson, Rieskamp i Wagenmakers, 2011; Stott, 2006; Wakker, 2010).

W literaturze można znaleźć jeszcze propozycję **konfiguralnie ważonej użyteczności** (*rank-dependent expected utility*, RDEU, lub *anticipated utility*, AU) (Quiggin, 1982, 1993), na której opiera się właśnie CPT i która jest uogólnieniem MEU. Quiggin założył, że ocena prawdopodobieństwa danego wyniku zależy od pozycji, którą ten wynik zajmuje w rozkładzie innych wyników, a jeżeli tak jest, to nieliniowe przekształcenia psychologiczne są dokonywane nie na pojedynczych, ale na skumulowanych prawdopodobieństwach (Babuła i Blajer-Gołębiowska, 2009; Sokołowska, 2005).

Na podstawie koncepcji CEUM, Basili (2006) opracował **regułę decyzyjną ze zdarzeniami ekstremalnymi** (*decision rule with extreme events*, DREE) – metodę przypisującą inne prawdopodobieństwa wartościom pośrednim i inne prawdopodobieństwa wartościom skrajnym (Basili, Chateauneuf i Fontini, 2008).

³⁰ Całka Choqueta to dzieło Gustawa Choqueta (1954). Początkowo całka ta miała znaleźć zastosowanie w mechanice statystycznej i teorii potencjałów. Obecnie jest często wykorzystywana w matematyce aktuarialnej i ekonomii behawioralnej (Krzyszowicz, 2013).

Basili i Zappia (2010) oraz Ghirardato, Maccheroni i Marinacci (2004) proponują z kolei **kryterium α -maksyminowej oczekiwanej użyteczności** (*α -max-min expected utility*, α -MEU), w którym uwzględnia się zarówno prawdopodobieństwa dla poszczególnych wypłat, jak i poziom pesymizmu. Kryterium α -MEU jest traktowane jako udoskonalona wersja MEU, gdyż ma bardziej ogólny charakter – bierze pod uwagę nie tylko najniższe użyteczności, ale też najwyższe. Dzięki tej modyfikacji może być stosowane przez decydentów prezentujących różne nastawienie do ryzyka³¹.

Jak już podkreślano, lista zebranych w podrozdziale 2.2.2 reguł decyzyjnych reprezentujących drugą grupę procedur z pewnością nie jest kompletna. Świadomie pominięto metody związane chociażby z teorią nieprecyzji (Walley, 1991), teorią Dempstera-Shafera (Sentz i Ferson, 2002; Shafer, 1976), teorią możliwości (Dubois i Prade, 2001; Zadeh, 1999) czy też teorią niepewności (Liu, 2007, 2009).

Z jednej strony podrozdział 2.2.2 może się wydawać zbędny, skoro monografia poświęcona jest problemom, w których decydent nie korzysta z prawdopodobieństwa. Z drugiej jednak strony znajomość reguł przedstawionych w tej części rozprawy może się okazać przydatna przy konstruowaniu własnych procedur.

2.3. Asymetryczne rozkłady wypłat

W podrozdziale 2.2.1 zasygnalizowano, że stosowanie reguły Hurwicza daje niezadowolające rezultaty, a więc nie do końca odzwierciedla upodobania decydenta, gdy rozkład wypłat dla co najmniej jednej opcji jest asymetryczny. Dzieje się tak, ponieważ wspomniana procedura tworzy wskaźnik tylko na podstawie skrajnych wyników – nie uwzględnia poziomu pośrednich wypłat ani częstotliwości występowania wartości bliskich bądź równych skrajnym wypłatom. W rezultacie dwie decyzje, diametralnie różne pod względem rozkładów wypłat, mogą otrzymać wskaźniki Hurwicza o tych samych wartościach. Może też tak się zdarzyć, że reguła Hurwicza zarekomenduje umiarkowanemu pesymiście opcję, której atrakcyjność mierzona oferowanym poczuciem bezpieczeństwa jest dość wątpliwa³². W kolejnych podrozdziałach zaproponowano trzy autorskie podejścia, które nie

³¹ Kryterium α -MEU nie jest jedynym rozszerzeniem klasycznej reguły Hurwicza. Interesującą propozycją jest na przykład koncepcja Nakamury (1986). W jego pracy zaprezentowano pewne rozmyte rozszerzenie reguły Hurwicza oparte na odległości Hamminga między dwoma zbiorami rozmytej użyteczności: g.u.s (*the greatest upper set*), tj. supremum, i g.l.s (*the greatest lower set*), tj. infimum (Piasecki, 1990). Kolejne modyfikacje zasady Hurwicza przedstawili między innymi: Hernández R. i współautorzy (2018), Jagodziński (2014), Kundisch (2013) oraz Perez i współautorzy (2015).

³² Przypomnijmy, że charakterystykę asymetrycznego rozkładu wypłat i bezpiecznego wariantu decyzyjnego podano również w podrozdziale 2.2.1.

tylko uwzględniają preferencje decydenta, ale również biorą pod uwagę ewentualne asymetryczne rozkłady wypłat. Reguła H+B (podrozdział 2.3.1) odwołuje się do zasad Hurwicza i Bayesa – adresowana jest do decydentów pragnących uwzględnić wszystkie wyniki dotyczące poszczególnych wariantów decyzyjnych. Pozostałe dwie reguły: APO (podrozdział 2.3.2) i SAPO (podrozdział 2.3.3) kierowane są do decydentów zamierzających się skupić na dwóch zbiorach: zbiorze najwyższych wypłat i zbiorze najniższych wypłat. Regułę APO opracowano z myślą o decydentach pasywnych, natomiast koncepcja SAPO powinna zainteresować decydentów aktywnych. We wszystkich trzech procedurach zakładamy, że macierz wypłat jest już oszacowana przez ekspertów.

2.3.1. Reguła H+B

Autorską regułę H+B po raz pierwszy opisała Gaspars-Wieloch (2014d), a przykłady zastosowań tejże procedury znajdziemy w innych pracach autorki (Gaspars-Wieloch, 2015b, 2015c, 2016a, 2017e, 2017f, 2017g; Gaspars-Wieloch i Michalska, 2016). Poniżej zamieszczono opis algorytmu dla reguły H+B.

Algorytm dla reguły H+B

Krok 1. Ustalamy wartość współczynnika pesymizmu α podmiotu dla danej sytuacji decyzyjnej.

Krok 2. Dla każdej decyzji A_j wyznaczamy nierosnący ciąg wypłat Sq_j :

$$Sq_j = (a_{1,j}, \dots, a_{s,j}, \dots, a_{m,j}), \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.34)$$

gdzie:

m – liczba scenariuszy,

s – numer wyrazu tego ciągu,

$a_{s,j} \geq a_{s+1,j}$ ($s = 1, 2, \dots, m-1$),

$a_{1,j} = m_j$, $a_{m,j} = w_j$, przy czym m_j i w_j to nadal odpowiednio najwyższa i najniższa wypłata związana z decyzją A_j .

Krok 3. Dla każdej decyzji obliczamy wskaźnik hb_j (tj. hb_j^p , hb_j^o lub $hb_j^{0,5}$, w zależności od wartości parametru α).

1) Jeżeli $\alpha \in]0,5, 1]$, obliczamy wskaźnik hb_j^p zgodnie ze wzorem:

$$hb_j^p = \frac{\alpha_p \cdot a_{m,j} + \beta_p \cdot \sum_{s=1}^{m-1} a_{s,j}}{(m-1)(1-\alpha_p) + \alpha_p}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.35)$$

gdzie α_p i β_p to odpowiednio współczynnik pesymizmu i współczynnik optymizmu dla decydenta pesymisty.

2) Jeżeli $\alpha \in [0, 0,5[$, obliczamy wskaźnik hb_j^o zgodnie ze wzorem:

$$hb_j^o = \frac{\alpha_o \cdot \sum_{s=2}^m a_{s,j} + \beta_o \cdot a_{1j}}{(m-1) \cdot \alpha_o + 1 - \alpha_o}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.36)$$

gdzie α_o i β_o to odpowiednio współczynnik pesymizmu i współczynnik optymizmu dla decydenta optymisty.

3) Jeżeli $\alpha = 0,5$, dla każdej decyzji obliczamy wskaźnik $hb_j^{0,5}$, korzystając ze wzoru:

$$hb_j^{0,5} = hb_j^p = hb_j^o = b_j \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.37)$$

gdzie b_j to wskaźnik Bayesa wyznaczany zgodnie z formułą (2.7).

Jak widać, w tym wypadku nie ma znaczenia, która zależność zostanie zastosowana (hb_j^p czy hb_j^o), ponieważ oba wzory prowadzą do uzyskania tych samych wartości. Są one równe wskaźnikom Bayesa, gdyż wagi dla wszystkich wypłat są identyczne.

Krok 4. Wybieramy tę strategię, która spełnia warunek:

$$hb_{j*} = \max_j \{hb_j\}. \quad (2.38)$$

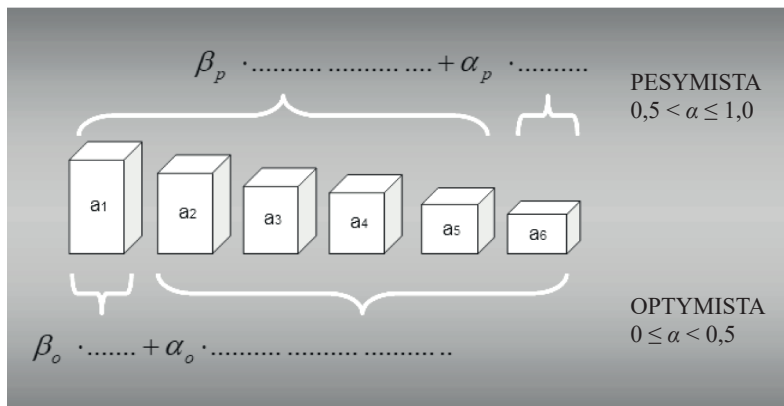
Reguła H+B jest w swej konstrukcji dość prosta, jednak jej idea wymaga wyjaśnienia. Łatwo można w niej dostrzec elementy charakterystyczne dla zasady Hurwicza i zasady Bayesa. Z pierwszą procedurą łączy ją możliwość określenia poziomu współczynnika ostrożności, czyli zadeklarowania swojego nastawienia do ryzyka, oraz konieczność wyznaczenia pewnej średniej ważonej. Z drugą procedurą łączy ją ustalenie końcowego wskaźnika na podstawie wszystkich wyników, nie tylko skrajnych³³.

Przejdźmy teraz do przeanalizowania kroku 3, tj. zasadniczego etapu całej procedury. Z zależności (2.35)-(2.37) wynika, że w wypadku pesymisty należy przemnożyć współczynnik pesymizmu przez ostatni wyraz ciągu Sq_j , który jest równy najniższej wypłacie, a współczynnik optymizmu przez wszystkie pozostałe wyrazy tego ciągu, czyli przez $(m - 1)$ najwyższych wyrazów. Natomiast w wypadku

³³ W regule H+B widoczne są też cechy metody WOWA (*Weighted Ordered Weighted Averaging*), czyli przypisywanie różnych wag poszczególnym scenariuszom (Ogryczak i Śliwiński, 2009).

optymisty konieczne jest przemnożenie współczynnika optymizmu przez pierwszy wyraz ciągu Sq_j , który jest równy najwyższej wypłacie, a współczynnika ostrożności przez $(m - 1)$ najniższych wyrazów tego ciągu. Powyższe objaśnienia ilustruje dodatkowo rysunek 2.1.

Aby obliczone wskaźniki hb_j mieściły się w przedziale $[w_j, m_j]$, wspomniane sumy odpowiednio zważonych wypłat są na koniec dzielone przez sumę wszystkich wykorzystanych wag. Zabieg ten nie jest jednak kluczowy, a brak mianownika we wzorach (2.35)-(2.37) nie wpłynąłby na ranking wariantów decyzyjnych. Dla pesymisty stosujemy raz parametr α i $(m - 1)$ razy parametr β . Dla optymisty korzystamy raz ze współczynnika β i $(m - 1)$ razy ze współczynnika α . Każdorazowe uwzględnienie wszystkich wypłat pozwala nam z pewnością zawrzeć we wskaźniku hb_j informację o częstotliwości poszczególnych wyników (zarówno skrajnych, jak i pośrednich).



Rysunek 2.1. Ważenie wypłat w regule H+B

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2014d.

Zauważmy, że w całym wzorze (2.35) największą wagę będzie miał ostatni wyraz ciągu, gdyż dla pesymisty $\alpha \in]0,5, 1]$ (i jest to oczywiście logiczne), zatem pozostałe wypłaty (tj. $(m - 1)$ najwyższych wyrazów ciągu) będą potraktowane tym bardziej marginalnie, im wyższy będzie współczynnik pesymizmu: $\beta \in [0, 0,5[$, lecz im wyższą wartość będą miały te wypłaty i im więcej takich wypłat będzie, tym wyższy będzie wskaźnik hb_j^p . Dzięki temu, że – w przeciwieństwie do wskaźnika Hurwicza – współczynnik optymizmu w formule (2.35) jest przyporządkowany wszystkim wyrazom nierosnącego ciągu wypłat poza ostatnim, pesymiście zarekomendowana zostanie ta strategia, której minimalna wypłata jest względnie najwyższa lub której najwyższe wypłaty występują stosunkowo często – taki bowiem rozkład jest preferowany przez pesymistów, gdyż daje on im poczucie bez-

pieczeństwa. Znaczenie $(m - 1)$ najwyższych wyrazów ciągu zależy oczywiście od poziomu współczynnika pesymizmu. Dla skrajnego pesymisty tylko ostatni wyraz ciągu będzie odgrywać istotną rolę, a reszta wypłat nie będzie się liczyć prawie wcale; $(m - 1)$ najwyższych wyrazów ciągu będzie przybierać na znaczeniu tym bardziej, im bardziej umiarkowany będzie pesymizm decydenta.

Analogicznie, we wzorze (2.36) największe znaczenie ma pierwszy wyraz ciągu, gdyż dla optymisty $\beta \in]0,5, 1]$ (co również jest zrozumiałe), natomiast reszta wypłat (czyli $(m - 1)$ najniższych wyrazów ciągu) jest uwzględniana tym bardziej symbolicznie, im wyższy jest współczynnik optymizmu: $\alpha \in [0, 0,5[$. Jednakże im wyższą wartość będą miały te wyniki i im więcej takich wypłat będzie, tym wyższy będzie wskaźnik hb_j^o . Dzięki temu, że współczynnik pesymizmu we wzorze (2.36) jest, w przeciwieństwie do wskaźnika Hurwicza, przyporządkowany wszystkim wyrazom nierosnącego ciągu wypłat, z wyjątkiem pierwszego, optymiście zostanie zarekomendowana ta strategia, której maksymalna wypłata jest względnie najwyższa lub której pozostałe wypłaty są często wysokie – taki bowiem rozkład jest bardzo atrakcyjny dla optymistów. Wszystko będzie jednak zależało od poziomu współczynnika optymizmu. W wypadku skrajnego optymisty tylko pierwszy wyraz ciągu będzie miał istotne znaczenie, a pozostałe wypłaty będą miały znikomy wpływ na ranking wariantów – taki optymista liczy na to, że będzie miał szczęście i że wystąpi akurat najlepszy scenariusz dla wybranej decyzji. Waga $(m - 1)$ najniższych wyrazów ciągu będzie natomiast coraz wyższa – tym bardziej, im bardziej umiarkowany będzie optymizm decydenta; w tym wypadku optymista nie jest już taki pewien wystąpienia najkorzystniejszego wyniku, poszukuje więc wariantu z dość licznymi wysokimi wypłatami pośrednimi.

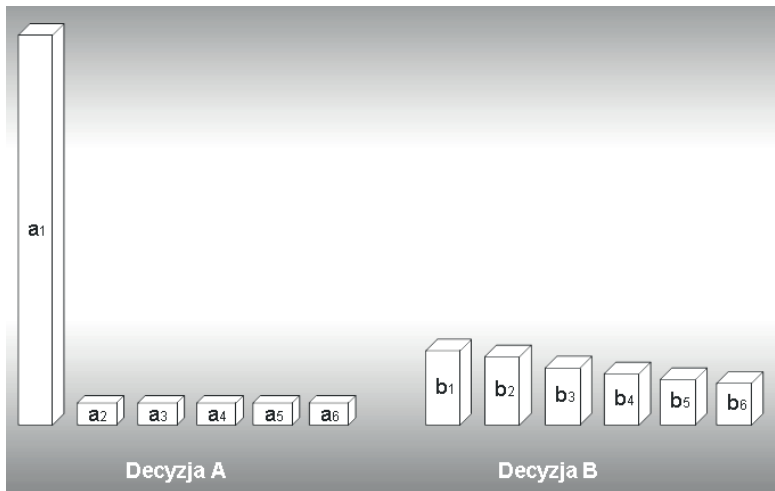
Z konstrukcji proponowanych wzorów (2.35) i (2.36) wynika, że we wskaźnikach ustalanych dla pesymisty wraz ze wzrostem liczby stanów natury maleje znaczenie minimalnej wypłaty i rośnie znaczenie sumy $(m - 1)$ najwyższych wypłat, a we wskaźnikach obliczanych dla optymisty maleje znaczenie maksymalnej wypłaty i rośnie znaczenie sumy $(m - 1)$ najniższych wypłat. Zależność ta nie występuje w pierwotnej wersji reguły Hurwicza, gdzie niezależnie od liczby scenariuszy ważne są tylko dwie wypłaty: maksymalna i minimalna. Zaobserwowana cecha reguły H+B jest natomiast charakterystyczna dla zasady Bayesa, zgodnie z którą szansa wystąpienia danego scenariusza maleje tym bardziej, im stanów jest więcej (Gaspars-Wieloch, 2014d).

Dla współczynników α oscylujących wokół wartości 0,5 prezentowana zasada proponuje takie same rankingi jak rankingi generowane za pomocą reguły Bayesa, co jest zrozumiałe, gdyż podobnie wazone są wszystkie wypłaty.

- Reguła H+B, w odróżnieniu od zasady Hurwicza, daje więc następujące korzyści:
- dla umiarkowanego pesymisty: im więcej jest stanów, tym wyższy wskaźnik otrzyma wariant decyzyjny, dla którego większość scenariuszy oferuje

- wypłaty bliskie wartości maksymalnej związanej z tym wariantem (jest to pewna forma zabezpieczenia dla pesymisty);
- dla umiarkowanego optymisty: im więcej jest scenariuszy, tym mniejszy wskaźnik otrzyma wariant decyzyjny, dla którego większość stanów oferuje wypłaty bliskie wartości minimalnej związanej z tym wariantem (dzięki temu optymiście zarekomendowana zostanie strategia, której najwyższe wypłaty są znacznie wyższe od najwyższych wypłat innych strategii) (Gaspars-Wieloch, 2014d).

W cytowanej pracy znajdziemy opis jeszcze jednej zalety reguły H+B. Otóż ważenie wszystkich wyników, a nie tylko skrajnych wartości, daje istotną przewagę tejże zasady nad regułą Hurwicza wówczas, gdy decydent ma do wyboru dwie decyzje (A i B) o zbiorach wypłat przedstawionych na rysunku 2.2 (przykład 21). Opcja A charakteryzuje się jedną bardzo wysoką wypłatą (kilkakrotnie przewyższającą maksymalną wypłatę związaną z decyzją B), natomiast pozostałe jej wypłaty są kilkakrotnie niższe od minimalnej wypłaty wariantu B). Z kolei wyniki decyzji B są dość wyrównane i, poza jednym scenariuszem, wyższe od wypłat opcji A .



Rysunek 2.2. Zbiór wypłat dla decyzji A i B (przykład 21)

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2014d.

Decydent o nastawieniu skrajnie pesymistycznym (parametr α równy jedności) będzie zainteresowany realizacją strategii B , której minimalna wypłata jest względnie wyższa, i tak też się dzieje w przypadku zastosowania obu procedur. Problem pojawia się, gdy podmiot nie jest skrajnym pesymistą bądź też jest po

prostu umiarkowanym decydującym. Omawiane reguły zaproponują decydującemu strategię A dopiero wtedy, gdy maksymalna wypłata tej decyzji spełni odpowiednio warunek (2.39) lub (2.40):

$$\begin{aligned} (1-\alpha) \cdot a_1 + \alpha \cdot a_6 &> (1-\alpha) \cdot b_1 + \alpha \cdot b_6 \Rightarrow \\ \Rightarrow a_1 &> \frac{(1-\alpha) \cdot b_1 + \alpha \cdot (b_6 - a_6)}{1-\alpha} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{(1-\alpha) \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) + \alpha \cdot a_6}{5 \cdot (1-\alpha) + \alpha} &> \\ \frac{(1-\alpha) \cdot (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5) + \alpha \cdot b_6}{5 \cdot (1-\alpha) + \alpha} &\Rightarrow \\ a_1 &> \frac{(1-\alpha) \cdot (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 - a_2 - a_3 - a_4 - a_5) + \alpha \cdot (b_6 - a_6)}{1-\alpha} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Jak widać, minimalny poziom wypłaty a_1 dla reguły Hurwicza jest znacznie niższy od minimalnego poziomu tego wyniku dla zasady H+B (w liczniku we wzorze (2.40) występują ze znakiem dodatnim wszystkie wypłaty decyzji B , a nie tylko skrajne wartości). Zatem klasyczna reguła Hurwicza sugeruje pesymistom decyzje o rzadkich wysokich wypłatach przy stosunkowo małej przewadze maksymalnej wypłaty nad maksymalnymi wypłatami innych strategii. Takie decyzje wcale nie charakteryzują się bezpiecznymi rozkładami wypłat (Gaspars-Wieloch, 2014d).

Konkludując, należy stwierdzić, że metoda H+B, dzięki uwzględnieniu specyfiki całego zbioru wypłat, może znacząco się przyczynić do zredukowania negatywnych skutków asymetryczności rozkładów charakterystycznych dla oryginalnej reguły Hurwicza. Jej stosowanie pozwoli otrzymać logiczne odpowiedzi dla szerszego spektrum problemów decyzyjnych. Do analizy wartości pośrednich dotyczących poszczególnych opcji zachęcają także Perez i współautorzy (2015).

Na koniec tego podrozdziału zaprezentujemy krótki przykład ilustrujący ideę reguły H+B. Odwołamy się do danych z tabeli 2.32 (przykład 22). Warto podkreślić, że celowo rozpatrujemy sytuację, w której rozkłady wypłat są asymetryczne. W przypadku pierwszej decyzji dominują wypłaty bliższe wypłatom minimalnej, z kolei dla pozostałych dwóch decyzji zauważalna jest przewaga wyników bliskich wartości maksymalnych.

Krok 1 reguły H+B pominiemy, ponieważ tworzymy ranking decyzji dla różnych wartości parametru α . W kroku 2 generujemy nierosnące ciągi wypłat: $Sq_1 = (10, 3, 2, 0, -1)$, $Sq_2 = (8, 7, 7, 6, 0)$, $Sq_3 = (7, 6, 6, 3, 1)$. W kroku 3 wyznaczamy wartość wskaźnika hb_j . Tabela 2.33 zawiera dokładne obliczenia dla $\alpha = 0,3$ (umiarkowany optymistą) i dla $\alpha = 0,7$ (umiarkowany pesymistą). Dla pozostałych poziomów

współczynnika ostrożności (oraz tych dwóch konkretnych wartości) końcowe wyniki zawiera tabela 2.34 (przeanalizowano wszystkie wartości parametru α z rozwinięciem dziesiętnym do drugiego miejsca po przecinku, różniące się o 0,05). W ostatnim kroku każdorazowo wybieramy wariant o najwyższym wskaźniku.

Tabela 2.32. Przykład 22 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	2	8	3
S_2	-1	0	7
S_3	0	7	6
S_4	10	7	1
S_5	3	6	6

Tabela 2.33. Przykład 22 – obliczenia dla wskaźników hb_j ($\alpha = 0,3$ i $\alpha = 0,7$)

Wariant	Decydent	
	Umiarkowany optymista $\alpha_o = 0,3$	Umiarkowany pesymista $\alpha_p = 0,7$
A_1	$h_{A_1}^o = \frac{0,3 \cdot 4 + 0,7 \cdot 10}{(5-1) \cdot 0,3 + (1-0,3)} = 4,3$	$h_{A_1}^p = \frac{0,7 \cdot (-1) + 0,3 \cdot 15}{(1-0,3) + (5-1) \cdot 0,3} = 2,0$
A_2	$h_{A_2}^o = \frac{0,3 \cdot 20 + 0,7 \cdot 8}{(5-1) \cdot 0,3 + (1-0,3)} = 6,1$	$h_{A_2}^p = \frac{0,7 \cdot 0 + 0,3 \cdot 28}{(1-0,3) + (5-1) \cdot 0,3} = 4,4$
A_3	$h_{A_3}^o = \frac{0,3 \cdot 16 + 0,7 \cdot 7}{(5-1) \cdot 0,3 + (1-0,3)} = 5,1$	$h_{A_3}^p = \frac{0,7 \cdot 1 + 0,3 \cdot 22}{(1-0,3) + (5-1) \cdot 0,3} = 3,8$
Ranking	A_2, A_3, A_1	A_2, A_3, A_1

Zauważmy, że wszystkie rozpatrywane opcje są optymalne w sensie Pareta (zgodnie z definicją przyjętą w podrozdziale 2.2.1), gdyż każdy wariant, przynajmniej dla jednego scenariusza, jest lepszy od pozostałych decyzji. Dla skrajnie niskich poziomów współczynnika α (należących do przedziału $[0, 0,1]$) wygrywa decyzja A_1 . Dla decydentów umiarkowanie pesymistycznych, umiarkowanych i umiarkowanie optymistycznych zwycięża opcja A_2 , podmiotom zaś o bardzo wysokim współczynniku ostrożności (należącym do przedziału $[0,85, 1,0]$) rekomendowana jest decyzja A_3 . Otrzymane rankingi wydają się logiczne, zważywszy na to,

Tabela 2.34. Przykład 22 – wskaźniki hb_j dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła H+B)

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	10,0	8,0	7,0
0,05	8,4	7,5	6,5
0,10	7,2	7,1	6,1
0,15	6,3	6,8	5,8
0,20	5,5	6,5	5,5
0,25	4,9	6,3	5,3
0,30	4,3	6,1	5,1
0,35	3,9	6,0	5,0
0,40	3,5	5,8	4,8
0,45	3,1	5,7	4,7
0,50	2,8	5,6	4,6
0,55	2,6	5,4	4,4
0,60	2,5	5,1	4,3
0,65	2,2	4,8	4,1
0,70	2,0	4,4	3,8
0,75	1,7	4,0	3,6
0,80	1,4	3,5	3,3
0,85	1,0	2,9	2,9
0,90	0,5	2,2	2,4
0,95	-0,2	1,2	1,8
1,00	-1,0	0,0	1,0

że wariant A_1 oferuje najwyższą wypłatę, ale też charakteryzuje się największym rozstępem wypłat, a dwie wartości jego wskaźnika są nawet ujemne – trudno byłoby więc umiarkowanym decydom i pesymistom zaakceptować taką decyzję. Decyzja A_3 z kolei ma względnie najniższą maksymalną wypłatę, ale za to cechuje ją najmniejszy rozstęp wypłat i względnie najwyższy minimalny wynik – jest to zatem bardzo bezpieczny wariant, idealny dla skrajnych pesymistów. Na koniec opcja A_2 – nie ma ona ani względnie najwyższej wypłaty maksymalnej, ani względnie najwyższej wypłaty minimalnej, ani też największego bądź najmniejszego rozstępu wypłat. Nadaje się dla umiarkowanych decydom, a także dla podmiotów o umiarkowanym pesymizmie lub optymizmie.

Tabela 2.35. Przykład 22 – wskaźniki h_j dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła Hurwicza)

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	10,0	8,0	7,0
0,05	9,5	7,6	6,7
0,10	8,9	7,2	6,4
0,15	8,4	6,8	6,1
0,20	7,8	6,4	5,8
0,25	7,3	6,0	5,5
0,30	6,7	5,6	5,2
0,35	6,2	5,2	4,9
0,40	5,6	4,8	4,6
0,45	5,1	4,4	4,3
0,50	4,5	4,0	4,0
0,55	4,0	3,6	3,7
0,60	3,4	3,2	3,4
0,65	2,9	2,8	3,1
0,70	2,3	2,4	2,8
0,75	1,8	2,0	2,5
0,80	1,2	1,6	2,2
0,85	0,7	1,2	1,9
0,90	0,1	0,8	1,6
0,95	-0,5	0,4	1,3
1,00	-1,0	0,0	1,0

Gdybyśmy wygenerowali dla tego samego przykładu ranking na podstawie reguły Hurwicza, byłibyśmy być może nieco zaskoczeni proponowanymi rozwiązaniami (tabela 2.35). Reguła Hurwicza zaleca bowiem wybór pierwszej decyzji nie tylko skrajnym optymistom, lecz też podmiotom o współczynniku $\alpha = 0,6$ (umiarkowany pesymizm), choć wariant ten jest konkurencyjny względem pozostałych opcji tylko w wypadku jednego scenariusza. Dla pozostałych stanów wypada słabo. Co więcej, mimo że decyzja A_2 jest niezdominowana i, poza jednym scenariuszem, oferuje całkiem dobre wyniki, reguła Hurwicza nie zaleca jej realizacji żadnemu decydentowi.

2.3.2. Reguła APO

Kolejna autorska propozycja metody mogącej znaleźć zastosowanie w podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności, która jednocześnie uwzględniałaby asymetryczny charakter rozkładu wypłat i dawałaby możliwość wzięcia pod uwagę nastawienia jednostki do ryzyka, to reguła APO. Obszerny opis tego podejścia zamieszczono w pracy Gaspars-Wieloch (2014a). Poniżej zaprezentowano algorytm dla wspomnianej reguły.

Algorytm dla reguły APO

Krok 1. Ustalamy wartość współczynnika pesymizmu α decydenta dla danej sytuacji decyzyjnej.

Krok 2. Dla każdej decyzji A_j wyznaczamy nierosnący ciąg wypłat Sq_j według wzoru (2.34).

Krok 3. Obliczamy parametr C , który oznacza liczebność (moc) podzbioru dobrych i podzbioru złych wyników w ciągu:

$$C = \max \{1, \lceil m \cdot \min \{\alpha, 1 - \alpha\} \rceil\}, \quad (2.41)$$

gdzie m to liczba scenariuszy.

Krok 4. Dla każdego wariantu ustalamy średnią dobrych wyników ($A_j^{I, \max}$) i średnią złych wyników ($A_j^{I, \min}$), korzystając z formuł:

$$A_j^{I, \max} = \frac{1}{C} \sum_{s=1}^C a_{s, j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.42)$$

$$A_j^{I, \min} = \frac{1}{C} \sum_{s=m-C+1}^m a_{s, j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.43)$$

gdzie s to numer wyrazu ciągu Sq_j , a n to liczba decyzji.

Krok 5. Dla każdej decyzji obliczamy wskaźnik APO na podstawie zależności:

$$H_j^I = \alpha \cdot A_j^{I, \min} + (1 - \alpha) \cdot A_j^{I, \max}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.44)$$

gdzie H_j^I oznacza wskaźnik APO dla decyzji A_j .

Krok 6. Wybieramy strategię spełniającą warunek:

$$H_{j^*}^I = \max_j \{H_j^I\}. \quad (2.45)$$

Podzbiorem dobrych wyników danej decyzji będziemy nazywać zbiór zawierający pierwszy wyraz nierosnącego ciągu Sq_j oraz pewną nieujemną liczbę kolejnych wyrazów tego ciągu. Natomiast podzbiorem złych wyników danej opcji będzie zbiór zawierający ostatni wyraz ciągu oraz pewną nieujemną liczbę wyrazów bezpośrednio poprzedzających ostatni wyraz (patrz krok 3). Liczebność podzbioru (C) zależy od dwóch czynników: liczby scenariuszy w macierzy wypłat oraz poziomu współczynnika pesymizmu. Gdy $\alpha = 0,5$, parametr C jest równy połowie liczby wszystkich analizowanych stanów (w wypadku parzystej liczby scenariuszy) bądź jest większy od tej połowy (w wypadku nieparzystej liczby scenariuszy). Wówczas przy obliczaniu obu średnich we wzorach (2.42) i (2.43) uwzględniane są wszystkie wypłaty dotyczące danej decyzji, a środkowy wyraz ciągu bywa czasem brany pod uwagę podwójnie (jako element znajdujący się w obu podzbiorach). Podzbiory dobrych i złych wyników ulegają zawężeniu wraz ze wzrostem bądź spadkiem wartości współczynnika α oraz wraz ze spadkiem liczby scenariuszy. W skrajnej sytuacji (dla $\alpha = 0$ lub $\alpha = 1$) podzbiory te są jednoelementowe ($C = 1$), co ma oczywiście sens, gdyż wtedy skrajny optymistą lub skrajny pesymista skupia się wyłącznie na odpowiednio pierwszym lub ostatnim wyrazie ciągu Sq_j . Oznacza to, że w takim przypadku wartość średniej A_j^I, \max we wzorze (2.42) jest po prostu równa m_j , a wartość średniej A_j^I, \min w formule (2.43) sprowadza się do w_j . Parametr C będzie także równy 1, gdy między współczynnikiem pesymizmu a liczbą stanów natury spełniona będzie następująca zależność: $\min\{\alpha, 1 - \alpha\} \leq \frac{1}{m}$.

Uzyskane wartości dla wskaźnika H_j^I zawsze będą się mieścić w przedziale $[w_j, m_j]$.

Reguła APO jest pewną pośrednią procedurą między oryginalną regułą Hurwicza a zasadą H+B. Wpływ reguły Bayesa, podobnie jak w regule H+B, jest również widoczny, lecz w mniejszym wymiarze, gdyż tym razem konstruowane wskaźniki nie zawsze uwzględniają wszystkie wypłaty związane z daną opcją (zakres uśrednianych wyników zależy od deklarowanego przez decydenta współczynnika ostrożności i liczby scenariuszy). Choć metoda ta nie ma nic wspólnego ze zbiorami rozmytymi, to zauważamy, że jest ona nieco podobna do koncepcji Nakamury (podrozdział 2.2.2), wykorzystującej kres górny i dolny, czyli tzw. supremum i infimum. Istotną cechą zasady APO, odróżniającą ją od reguły SAPO, którą zaprezentowano w podrozdziale 2.3.3, jest to, że ta procedura jest skierowana przede wszystkim do pasywnych decydentów, a więc podmiotów, którym zależy na uzyskaniu odpowiednich rekomendacji bez nadmiernego angażowania się w cały proces decyzyjny. Są oni skłonni, po przeanalizowaniu macierzy wypłat dla danego problemu decyzyjnego, zadeklarować poziom swojego współczynnika ostrożności, ale w kolejnych krokach procedury woleliby już nie brać udziału.

Zanim jednak omówimy regułę SAPO, przeanalizujemy sposób działania podejścia APO, korzystając z przykładu 22 (tabela 2.32). Świadomie pomijamy krok 1, gdyż dla celów poznawczych sprawdzimy, jakie rankingi można otrzymać za pomocą tej reguły przy różnych wartościach parametru α . Krok 2 wykonano już przy okazji omawiania zasady H+B. Pokażemy sposób obliczania parametru C (krok 3) dla współczynników ostrożności $\alpha = 0,3$ i $\alpha = 0,7$. Gdy $\alpha = 0,3$, $C = \max\{1, \lceil 5 \cdot \min\{0,3, 1 - 0,3\} \rceil\} = 2$. Oczywiście tę samą wartość przyjmie parametr C dla $\alpha = 0,7$: $C = \max\{1, \lceil 5 \cdot \min\{0,7, 1 - 0,7\} \rceil\} = 2$. Oznacza to, że zarówno dla umiarkowanego optymisty, jak i dla umiarkowanego pesymisty pominięty zostanie środkowy wyraz każdego ciągu przy wyznaczaniu średnich dla poszczególnych podzbiorów. Obliczenia związane z krokiem 4 i 5 zawarto w tabeli 2.36. W kroku 6 wybieramy decyzję o najwyższej wartości wskaźnika (patrz wartości zaznaczone szarym kolorem w tabeli 2.37). Otrzymane rekomendacje są zbliżone do rekomendacji uzyskanych za pomocą reguły H+B. Tym razem jednak decyzja A_1 proponowana jest jeszcze przy współczynniku $\alpha = 0,2$, z kolei decyzja A_3 proponowana jest już od $\alpha = 0,8$.

Tabela 2.36. Przykład 22 – obliczenia dla wskaźników H_j^I ($\alpha = 0,3$ i $\alpha = 0,7$)

Wariant	Decydent	
	Umiarkowany optymista $\alpha_o = 0,3$	Umiarkowany pesymista $\alpha_p = 0,7$
A_1 $Sq_1 =$ (10, 3, 2, 0, -1)	$A_1^{I, \max} = \frac{1}{2}(10+3) = 6,5$ $A_1^{I, \min} = \frac{1}{2}(-1+0) = -0,5$ $H_1^I = 0,3 \cdot (-0,5) + 0,7 \cdot 6,5 = 4,4$	$A_1^{I, \max} = \frac{1}{2}(10+3) = 6,5$ $A_1^{I, \min} = \frac{1}{2}(-1+0) = -0,5$ $H_1^I = 0,7 \cdot (-0,5) + 0,3 \cdot 6,5 = 1,6$
A_2 $Sq_2 =$ (8, 7, 7, 6, 0)	$A_2^{I, \max} = \frac{1}{2}(8+7) = 7,5$ $A_2^{I, \min} = \frac{1}{2}(0+6) = 3$ $H_2^I = 0,3 \cdot 3 + 0,7 \cdot 7,5 = 6,2$	$A_2^{I, \max} = \frac{1}{2}(8+7) = 7,5$ $A_2^{I, \min} = \frac{1}{2}(0+6) = 3$ $H_2^I = 0,7 \cdot 3 + 0,3 \cdot 7,5 = 4,4$
A_3 $Sq_3 =$ (7, 6, 6, 3, 1)	$A_3^{I, \max} = \frac{1}{2}(7+6) = 6,5$ $A_3^{I, \min} = \frac{1}{2}(1+3) = 2$ $H_3^I = 0,3 \cdot 2 + 0,7 \cdot 6,5 = 5,2$	$A_3^{I, \max} = \frac{1}{2}(7+6) = 6,5$ $A_3^{I, \min} = \frac{1}{2}(1+3) = 2$ $H_3^I = 0,7 \cdot 2 + 0,3 \cdot 6,5 = 3,4$
Ranking	A_2, A_3, A_1	A_2, A_3, A_1

Tabela 2.37. Przykład 22 – wskaźniki H_j^I dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła APO)

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	10,0	8,0	7,0
0,05	9,5	7,6	6,7
0,10	8,9	7,2	6,4
0,15	8,4	6,8	6,1
0,20	7,8	6,4	5,8
0,25	4,8	6,4	5,4
0,30	4,4	6,2	5,2
0,35	4,1	5,9	4,9
0,40	3,7	5,7	4,7
0,45	2,9	6,0	5,0
0,50	2,7	5,8	4,8
0,55	2,4	5,7	4,7
0,60	2,3	4,8	3,8
0,65	2,0	4,6	3,6
0,70	1,6	4,4	3,4
0,75	1,3	4,1	3,1
0,80	1,2	1,6	2,2
0,85	0,7	1,2	1,9
0,90	0,1	0,8	1,6
0,95	-0,5	0,4	1,3
1,00	-1,0	0,0	1,0

Po przestudiowaniu idei całej procedury łatwiej będzie nam zrozumieć, dlaczego nazwano ją regułą APO. Jest to skrót od angielskiego wyrażenia „the averages of good and bad results weighted by the pessimism and optimism index” (średnie dobrych i złych wyników ważonych współczynnikiem pesymizmu i optymizmu).

2.3.3. Reguła SAPO

Jak już wspomniano, reguła SAPO ma wiele wspólnego z regułą APO (uwzględnia więc obecność asymetrycznych rozkładów wypłat), choć tym razem głównym adresatem są decydenci zamierzający brać aktywny udział w całym procesie decyzyjnym. Obszerny opis tego podejścia też znajdziemy w pracy Gaspars-Wieloch (2014a), a przykłady zastosowań zawarto w innej pracy autorki (Gaspars-Wieloch, 2014e). Zasadniczo reguła SAPO tym różni się od podejścia APO, że decydent ma prawo indywidualnie określić liczebność podzbioru dobrych i podzbioru złych wyników. Ta liczebność może być różna dla poszczególnych decyzji, a zawartość obu podzbiorów można ustalać w sposób względny (na podstawie współczynnika odchylenia od skrajnych wypłat) lub w sposób bezwzględny (za pomocą górnej i dolnej granicy). Opis algorytmu dla reguły SAPO przedstawiono poniżej.

Algorytm dla reguły SAPO

Krok 1. Ustalamy wartość współczynnika pesymizmu (α) decydenta dla danej sytuacji decyzyjnej.

Krok 2. Dla każdej decyzji A_j wyznaczamy nierosnący ciąg wypłat Sq_j według wzoru (2.34).

Krok 3. Obliczamy parametr C , tj. liczebność podzbioru dobrych i podzbioru złych wyników w ciągu, według wzoru (2.41) oraz szacujemy parametry d_j^{\max} i d_j^{\min} lub b_j^{\max} i b_j^{\min} . Pierwsze oznaczają dopuszczalne współczynniki odstępstwa (odchylenia) od odpowiednio najwyższej (m_j) i najniższej (w_j) wypłaty (metoda względna). Drugie to dopuszczalna dolna i górna granica dla odpowiednio podzbioru dobrych i podzbioru złych wyników (metoda bezwzględna).

Krok 4. Dla każdego wariantu generujemy podciąg dobrych wyników (SSq_j^{\max}) i podciąg złych wyników (SSq_j^{\min})³⁴, korzystając ze wzorów (gdy dane są parametry d_j^{\max} i d_j^{\min}):

$$SSq_j^{\max} = \left\{ a_{s,j} \in Sq_j : \left(m_j - d_j^{\max} (m_j - w_j) \leq a_{s,j} \leq m_j \right) \wedge \left(\left| SSq_j^{\max} \right| \leq C \right) \wedge (a_{s,j} \rightarrow \max) \right\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.46)$$

$$SSq_j^{\min} = \left\{ a_{s,j} \in Sq_j : \left(w_j \leq a_{s,j} \leq w_j + d_j^{\min} (m_j - w_j) \right) \wedge \left(\left| SSq_j^{\min} \right| \leq C \right) \wedge (a_{s,j} \rightarrow \min) \right\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.47)$$

³⁴ Dobre i złe wyniki są tu tak samo rozumiane jak w podrozdziale 2.3.2.

lub wzorów (gdy dane są parametry b_j^{\max} i b_j^{\min}):

$$SSq_j^{\max} = \left\{ a_{s,j} \in Sq_j : (b_j^{\max} \leq a_{s,j} \leq m_j) \wedge \left(|SSq_j^{\max}| \leq C \right) \wedge (a_{s,j} \rightarrow \max) \right\},$$

$$j = 1, \dots, n, \quad (2.48)$$

$$SSq_j^{\min} = \left\{ a_{s,j} \in Sq_j : (w_j \leq a_{s,j} \leq b_j^{\min}) \wedge \left(|SSq_j^{\min}| \leq C \right) \wedge (a_{s,j} \rightarrow \min) \right\},$$

$$j = 1, \dots, n, \quad (2.49)$$

gdzie:

s – numer wyrazu ciągu Sq_j ,

$|SSq_j^{\max}|$ i $|SSq_j^{\min}|$ – ostateczne liczebności obu podciągów.

Krok 5. Dla każdego wariantu ustalamy średnią dobrych wyników ($A_j^{\text{II}, \max}$) i średnią złych wyników ($A_j^{\text{II}, \min}$), korzystając z formuł:

$$A_j^{\text{II}, \max} = \frac{1}{|SSq_j^{\max}|} \sum_{a_{s,j} \in SSq_j^{\max}} a_{s,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.50)$$

$$A_j^{\text{II}, \min} = \frac{1}{|SSq_j^{\min}|} \sum_{a_{s,j} \in SSq_j^{\min}} a_{s,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.51)$$

Krok 6. Dla każdej opcji wyznaczamy wskaźnik H_j^{II} na podstawie zależności:

$$H_j^{\text{II}} = \alpha \cdot \frac{m + C - 2 \cdot |SSq_j^{\min}|}{m} A_j^{\text{II}, \min} + (1 - \alpha) \cdot \frac{m + 2 \cdot |SSq_j^{\max}| - C}{m} A_j^{\text{II}, \max},$$

$$j = 1, \dots, n. \quad (2.52)$$

Krok 7. Wybieramy strategię spełniającą warunek:

$$H_{j^*}^{\text{II}} = \max_j \{H_j^{\text{II}}\}. \quad (2.53)$$

Przejdźmy teraz do wyjaśnienia niektórych kroków powyższej procedury. W kroku 3, zarówno parametry d_j^{\max} i d_j^{\min} , jak i b_j^{\max} i b_j^{\min} ustalane są arbitralnie przez decydenta. Można deklarować odrębne parametry dla każdej decyzji bądź wspólne dla wszystkich rozpatrywanych wariantów (wówczas zamiast stosować d_j^{\max} i d_j^{\min} lub b_j^{\max} i b_j^{\min} upraszczamy zapisy we wzorach do postaci d^{\max} i d^{\min} lub b^{\max} i b^{\min}). Użycie wspólnych parametrów b^{\max} i b^{\min} dla wszystkich opcji

ma sens jedynie wtedy, gdy poziomy wypłat dotyczących poszczególnych wariantów decyzyjnych są zbliżone. Związki pomiędzy tymi parametrami ukazano za pomocą formuł:

$$d_j^{\max} = \frac{m_j - b_j^{\max}}{m_j - w_j}, \quad (2.54)$$

$$d_j^{\min} = \frac{b_j^{\min} - w_j}{m_j - w_j}. \quad (2.55)$$

Szacowane współczynniki powinny zawsze spełniać warunki:

$$w_j \leq b_j^{\min} < b_j^{\max} \leq m_j, \quad (2.56)$$

$$d_j^{\max} + d_j^{\min} < 1, \quad (2.57)$$

$$d_j^{\max}, d_j^{\min} \geq 0. \quad (2.58)$$

Ze wzorów przedstawionych w kroku 4 wynika, że tym razem liczebność podciągu dobrych i podciągu złych wyników jest ustalana nie tylko na podstawie współczynnika pesymizmu i liczby scenariuszy (patrz parametr C), lecz także na podstawie dodatkowych parametrów (d_j^{\max} i d_j^{\min} lub b_j^{\max} i b_j^{\min}). Dzięki nim decydent może określić, które wypłaty są naprawdę dla niego atrakcyjne, a które wyniki są zdecydowanie niekorzystne. Zauważmy, że parametru C nie zastępujemy w metodzie SAPO współczynnikami odstępstwa lub odpowiednimi progami, choć jego obecność we wzorach (2.46)-(2.49) może na pierwszy rzut oka wydawać się zbędna. Jego rola jest nadal bardzo istotna – to on wskazuje nam, jaki maksymalnie zakres wypłat powinien być przez decydenta rozpatrywany. Im bardziej umiarkowane podejście go cechuje, tym więcej uwagi powinien poświęcić na przeanalizowanie wypłat pośrednich.

Objasnijmy teraz rolę, jaką w formule (2.52) odgrywają ilorazy $\frac{m + C - 2 \cdot |SSq_j^{\min}|}{m}$ i $\frac{m + 2 \cdot |SSq_j^{\max}| - C}{m}$. Parametry m , C , $|SSq_j^{\min}|$, $|SSq_j^{\max}|$ umożliwiają uwzględnienie ostatecznych rozmiarów obu podciągów, a więc ich znaczenie przy ustalaniu ważonej średniej wypłat. Im liczniejszy jest dany podciąg, tym większy (pozytywny lub negatywny) wpływ na końcową wartość wskaźnika H_j^{II} powinna mieć średnia jego wyrazów. Decyzja jest tym bardziej atrakcyjna, im więcej zawiera dobrych i mniej złych wypłat. Wraz ze wzrostem $|SSq_j^{\max}|$ pierwszy iloraz maleje,

lecz zawsze przyjmuje wartości z przedziału $]0, 2[$. Waga $\frac{m + C - 2 \cdot |SSq_j^{\min}|}{m}$ sta-

nowi pewnego rodzaju karę dla wariantu, który ma dużo złych wyników (im bliższa parametru C jest liczba takich wyników, tym gorzej świadczy to o danej decyzji) – taki rozkład wypłat nie jest pożądany przez decydenta. Z kolei wraz ze wzrostem $|SSq_j^{\max}|$ drugi iloraz rośnie, choć zawsze przyjmuje wartości z przedziału $]0, 2[$.

Waga $\frac{m + 2 \cdot |SSq_j^{\max}| - C}{m}$ jest zatem nagrodą dla opcji, która zawiera wiele dobrych

wyników (im bliższa parametru C jest liczba takich wyników, tym lepiej świadczy to o danej decyzji) – podmioty decyzyjne są takimi rozkładami wypłat bardzo zainteresowane. Warto podkreślić, że w przeciwieństwie do reguły H+B czy APO, wartości wskaźników uzyskiwanych za pomocą reguły SAPO mogą czasem przekraczać parametr m_j lub być niższe od parametru w_j (zob. tabela 2.39).

Zanim omówimy konkretny przykład, cenne wydają się dwie następujące uwagi. Po pierwsze, możliwość samodzielnego szacowania parametrów d_j^{\max} i d_j^{\min} lub b_j^{\max} i b_j^{\min} jest równoznaczna z możliwością określenia użyteczności, jaką dla decydenta mają poszczególne wyniki (pojęciu użyteczności poświęcono podrozdziały 1.3.6, 2.2.2 i 2.7). Krok ten jest więc dodatkowym sposobem pozwalającym uwzględnić preferencje decydenta. Po drugie, wspomniany etap procedury jest z jednej strony pracochłonny dla podmiotu decyzyjnego, lecz z drugiej strony umożliwia dokładną kontrolę zawartości podciągu dobrych i podciągu złych wyników. Taką zaletą nie może pochwalić się reguła APO. Na przykład jeżeli wypłaty danej decyzji to 10, 1, 1, 1, 1, 1, a $\alpha = 0,4$, to z tego wynikałoby, że zgodnie z podejściem APO, dobre wyniki to 10, 1, 1, a złe wyniki to 1, 1, 1. Przy samodzielnym deklarowaniu współczynników odstępstwa bądź górnych i dolnych granic takie przyporządkowanie wypłat nigdy nie będzie zachodziło. Z tego jednak powodu nie należy przekreślać reguły APO. Choć istnieje ryzyko, że obiektywnie niekorzystny wynik związany z daną decyzją zostanie przydzielony do podzbioru dobrych wyników, to właśnie jego obecność w tym podzbiorze sprawi, że wyznaczona dlań średnia odpowiednio zmniejszy się, co wpłynie na obniżenie atrakcyjności rozpatrywanego wariantu. Stosowanie reguły APO prowadzi zatem, nawet w takich sytuacjach, do uzyskania racjonalnych rozwiązań.

Zaprezentowaną w tym podrozdziale regułę nazwano zasadą SAPO, gdyż jest to skrót od „the shortened averages of good and bad results weighted by the pessimism and optimism index”, a więc „zawężonych średnich dobrych i złych wyników ważonych współczynnikiem pesymizmu i optymizmu”.

Jak już wspomniano, regułę SAPO po raz pierwszy opisała Gaspars-Wieloch (2014a). Warto jednak podkreślić, że w niniejszej monografii przedostatni krok tejże procedury uległ drobnej modyfikacji. Otóż w licznikach we wzorze (2.52)

zastąpiono pierwotne jedynki parametrem C i zwiększono znaczenie liczebności podciągnięć, przypisując im wagę równą 2. Autorka postanowiła dokonać tej zmiany, by podciągi dobrych (złych) wyników mogły być jeszcze bardziej „nagradzane” („ukarane”), gdy liczba ich wyrazów jest bliska bądź równa parametrowi C .

Niniejszy podrozdział zakończymy przykładem. W związku ze względnie większą złożonością reguły SAPO i możliwością jej stosowania w czterech różnych odmianach (I – wspólne współczynniki odstępstwa; II – różne współczynniki odstępstwa; III – wspólne górne i dolne progi; IV – różne górne i dolne progi), tym razem pozwolimy sobie przeanalizować działanie procedury nieco bardziej wybiórczo. Pozostaniemy przy przykładzie 22, lecz rozpatrywać będziemy tylko przypadek z równymi współczynnikami odchylenia dla wszystkich decyzji. Założymy, że interesuje nas uzyskanie rankingu za pomocą reguły SAPO przy różnych wartościach parametru α (krok 1). Krok 2 wykonaliśmy już w podrozdziale 2.3.1. Sposób obliczenia parametru C (krok 3) został z kolei przedstawiony w podrozdziale 2.3.2. Przyjmujemy, że $d^{\max} = 0,2$ i $d^{\min} = 0,3$ dla wszystkich rozpatrywanych decydentów: $\alpha \in [0, 1]$. Podciągi dobrych i złych wyników (krok 4) tworzymy na podstawie wzorów (2.46) i (2.47), patrz tabela 2.38. Krok 5 polega na obliczeniu średnich wszystkich wyrazów znajdujących się w poszczególnych podciągach. Na przykład dla decyzji A_3 , przy $\alpha = 0,5$, średnia dobrych wyników wynosi $A_3^{\text{II}, \max} = (7+6+6)/3 = 19/3$. Tabela 2.39 zawiera obliczone wartości wskaźników H_j^{II} (krok 6). Tu już przy $\alpha = 0,6$ decyzja A_3 jest rekomendowana. Warto mieć jednak świadomość tego, że te wyniki nie są do końca porównywalne z wynikami dla pozostałych reguł (tabele 2.34, 2.35, 2.37), gdyż w regule SAPO stosujemy dodatkowo parametry d_j^{\max} i d_j^{\min} lub b_j^{\max} i b_j^{\min} , które również wpływają na ostateczną postać rankingu.

Tabela 2.38. Przykład 22 – podciągi dobrych i złych wyników dla wybranych wartości parametru α , $d^{\max} = 0,2$, $d^{\min} = 0,3$ (reguła SAPO)

Wariant	Podciągi dobrych i złych wyników
A_1 $Sq_1 =$ (10, 3, 2, 0, -1)	$b_1^{\max} = 7,8$, $b_1^{\min} = 2,3$ 1) $\alpha = 0$ lub $\alpha = 1 \rightarrow C = 1$: $SSq_1^{\max} = (10)$, $SSq_1^{\min} = (-1)$ 2) $\alpha = 0,3$ lub $\alpha = 0,7 \rightarrow C = 2$: $SSq_1^{\max} = (10)$, $SSq_1^{\min} = (0, -1)$ 3) $\alpha = 0,5 \rightarrow C = 3$: $SSq_1^{\max} = (10)$, $SSq_1^{\min} = (0, -1, 2)$
A_2 $Sq_2 =$ (8, 7, 7, 6, 0)	$b_2^{\max} = 6,4$, $b_2^{\min} = 2,4$ 1) $\alpha = 0$ lub $\alpha = 1 \rightarrow C = 1$: $SSq_2^{\max} = (8)$, $SSq_2^{\min} = (0)$ 2) $\alpha = 0,3$ lub $\alpha = 0,7 \rightarrow C = 2$: $SSq_2^{\max} = (8, 7)$, $SSq_2^{\min} = (0)$ 3) $\alpha = 0,5 \rightarrow C = 3$: $SSq_2^{\max} = (8, 7, 7)$, $SSq_2^{\min} = (0)$
A_3 $Sq_3 =$ (7, 6, 6, 3, 1)	$b_3^{\max} = 5,8$, $b_3^{\min} = 2,8$ 1) $\alpha = 0$ lub $\alpha = 1 \rightarrow C = 1$: $SSq_3^{\max} = (7)$, $SSq_3^{\min} = (1)$ 2) $\alpha = 0,3$ lub $\alpha = 0,7 \rightarrow C = 2$: $SSq_3^{\max} = (7, 6)$, $SSq_3^{\min} = (1)$ 3) $\alpha = 0,5 \rightarrow C = 3$: $SSq_3^{\max} = (7, 6, 6)$, $SSq_3^{\min} = (1)$

Tabela 2.39. Przykład 22 – wskaźniki H_J^H dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła SAPO)

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	12,0	9,6	8,4
0,05	11,4	9,1	8,0
0,10	10,7	8,6	7,6
0,15	10,1	8,2	7,3
0,20	9,4	7,7	6,9
0,25	7,4	7,9	7,1
0,30	6,9	7,4	6,7
0,35	6,4	6,8	6,3
0,40	5,9	6,3	5,9
0,45	4,5	6,5	6,1
0,50	4,1	5,9	5,7
0,55	3,7	5,3	5,2
0,60	3,8	4,2	4,2
0,65	3,3	3,7	3,8
0,70	2,8	3,2	3,4
0,75	2,3	2,6	3,0
0,80	1,8	1,9	2,3
0,85	1,1	1,4	1,9
0,90	0,5	1,0	1,6
0,95	-0,2	0,5	1,2
1,00	-0,8	0,0	0,8

Reguła SAPO, podobnie jak APO, przypomina nieco koncepcję Nakamury (podrozdział 2.2.2), gdyż również sprowadza się do podjęcia decyzji na podstawie analizy najlepszych i najgorszych wyników.

2.3.4. Konkluzje

Wnioski końcowe dla podrozdziału 2.3 są następujące.

- 1) Wszystkie trzy zaprezentowane reguły (H+B, APO i SAPO) stanowią pewne modyfikacje oryginalnej metody Hurwicza. Zostały wprowadzone po to, by rekomendacje uzyskiwane za pomocą przekształconych procedur były logiczne

- nawet wówczas, gdy przynajmniej jedna rozpatrywana decyzja charakteryzuje się asymetrycznym rozkładem wypłat.
- 2) Podobnie jak reguła Hurwicza, zmodyfikowane podejścia również nadają się do poszukiwania odpowiedniej strategii czystej bądź mieszanej³⁵ (por. podrozdział 2.2.1).
 - 3) Głównym zastosowaniem metody pierwotnej i jej modyfikacji są jednokrotne realizacje wybranego wariantu decyzyjnego, gdyż po wykonaniu danej opcji, a więc po jej weryfikacji, macierz wypłat oraz nastawienie danego decydenta do ryzyka mogą przed kolejnymi realizacjami ulec zmianie, co pociągnie za sobą konieczność obliczenia nowych wskaźników i wygenerowania zaktualizowanych rankingów. Niemniej ze względu na to, że proponowane w pracy reguły uwzględniają nie tylko skrajne wypłaty, lecz także wszystkie (H+B, APO, SAPO) bądź niektóre (APO, SAPO) wypłaty pośrednie, można wykorzystać je również do wyboru wariantów decyzyjnych realizowanych wielokrotnie, choć w ograniczonym zakresie, ponieważ wypłaty uzyskujące największe wagi w poszczególnych procedurach to wartości skrajne.
 - 4) W analizowanym przykładzie rozstęp między najwyższą a najniższą wypłatą był w miarę zbliżony dla wszystkich wariantów decyzyjnych (od 11 do 7). Gdyby jednak pojawiła się w macierzy wypłat choć jedna opcja mocno różniąca się pod tym względem od pozostałych wariantów, należałoby być może poddać pod rozważenie wprowadzenie jakiegoś dodatkowego kroku (lub zmianę istniejącego) w omówionych procedurach. Problem ten szerzej opisano w podrozdziale 2.6.
 - 5) Każda reguła opisana w tej części pracy, w większym lub mniejszym stopniu, umożliwia uwzględnienie preferencji decydenta na podstawie współczynnika pesymizmu (wszystkie metody) oraz dopuszczalnych współczynników odstępstw lub dolnej i górnej granicy (SAPO).
 - 6) W przypadku skrajnych pesymistów bądź optymistów rankingi uzyskiwane za pomocą reguł H+B, APO lub SAPO przypominają rankingi otrzymywane na podstawie zasady Hurwicza (zwłaszcza wówczas, gdy liczba scenariuszy jest mała). W pozostałych sytuacjach, a więc gdy mamy do czynienia z umiarkowanymi pesymistami bądź optymistami (lub gdy liczba stanów natury jest duża), rankingi wariantów proponowane przez nowe podejścia nie przypominają już rankingów otrzymywanych za pomocą reguły Hurwicza.
 - 7) W wypadku problemu decyzyjnego, w którym warianty są niezdominowane, rankingi generowane przez zmodyfikowane zasady Hurwicza będą bardziej wrażliwe na poziom parametru α niż przy oryginalnej regule Hurwicza, gdyż

³⁵ W wypadku wyznaczania strategii mieszanej zmodyfikowane wskaźniki Hurwicza wykorzystywane są jako wagi funkcji celu w modelu optymalizacyjnym (2.22)-(2.24).

- zmiana wartości współczynnika ostrożności powoduje zmianę wag dla wielu wypłat (nie tylko skrajnych).
- 8) Miejmy świadomość tego, że gdyby tabele z ostatecznymi wskaźnikami były nieco bardziej rozbudowane (np. dla wartości parametru α różniących się o 0,01, a nie 0,05), wówczas można byłoby dokładniej zaobserwować, gdzie następuje zmiana pozycji danej decyzji w rankingu. Jednak dla naszych analiz podane zestawienia były wystarczające.
 - 9) Spośród wszystkich czterech reguł (oryginalnej zasady Hurwicza i jej modyfikacji: H+B, APO, SAPO) procedura SAPO wymaga od decydenta największego zaangażowania, dając w zamian większe możliwości uwzględnienia indywidualnych preferencji.
 - 10) Reguła H+B nieco przypomina metodę oczekiwanej wypłaty (podrozdział 2.2.2) ze względu na ważenie wszystkich wypłat. Tu jednak podobieństwo się kończy, gdyż w wypadku EPM wagi określają prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów, a ich suma wynosi 1, natomiast w podejściu H+B wagi określają naturę decydenta i najczęściej nie sumują się do jedności.

2.4. „Personalizacja” natury i „problem pojedynczego zdarzenia”

Kolejnym zarzutem padającym pod adresem reguł klasycznych i omówionym w podrozdziale 2.2.1 jest problem „personalizacji” natury (Officer i Anderson, 1968). Gdybyśmy chcieli opracować jakąś metodę, w której nie dochodziłoby do takiej zmienności „postawy” natury (przejawiającej się występowaniem różnych scenariuszy w zależności od decyzji podjętej przez decydenta), musielibyśmy przyjąć, że tym razem status danego scenariusza powinien być określony globalnie (tj. względem wszystkich rozpatrywanych decyzji), a nie lokalnie (tj. dla każdej decyzji odrębnie). Zanim zaprezentujemy dwie procedury spełniające powyższe założenie, przywołamy jeszcze „problem pojedynczego zdarzenia” poruszony w podrozdziale 1.2.2. Jak pamiętamy, według L. von Misesa (1949, 1962) prawdopodobieństwa zdarzeń jednostkowych nie da się wyrazić liczbowo, gdyż jeżeli po zrealizowaniu (lub w trakcie realizacji) danego wariantu decyzyjnego ma szanse wystąpić tylko jedno z przewidywanych zdarzeń, to pozostałe nigdy się nie spełnią – nie będą miały ani razu takiej możliwości. W niniejszej monografii właśnie takimi sytuacjami się zajmujemy, ponieważ rozpatrujemy przypadki jednokrotnej realizacji wybranego wariantu (*one-shot decisions*). Skoro więc nie ma sensu przypisywać na siłę wszystkim zdarzeniom prawdopodobieństw, to może warto wytypować scenariusz bądź podzbiór scenariuszy, który(e) ma(ją) największą, subiektywną

oczywiście, szansę wystąpić. Takie podejście byłoby też zgodne z obserwacjami Roszkowskiej i Wachowicza (2015b), którzy stwierdzają, że ludzie wolą stosować miary porządkowe aniżeli miary kardynalne, a więc łatwiej jest decydentowi uszeregować scenariusze niż oszacować prawdopodobieństwa ich wystąpienia³⁶. Zawężenie pierwotnego zbioru potencjalnych scenariuszy do zbioru stanów natury o największej subiektywnej szansie wystąpienia byłoby też zbieżne z podejściem proponowanym przez Courtneya i współautorów (1997).

W tym podrozdziale zaprezentujemy dwie metody: regułę SF+AS(p) i regułę SF+AS(m). W porównaniu z istniejącymi już regułami, wspomniane autorskie podejścia mają dość nowatorski charakter, gdyż w zupełnie inny sposób wykorzystują dostępną macierz wypłat do wyboru odpowiedniej strategii czystej (SF+AS(p)) bądź mieszanej (SF+AS(m)). Obie reguły, podobnie jak procedury omówione w podrozdziale 2.3, pozwalają uwzględnić preferencje decydenta. Tym razem jednak we wzorach będzie występować współczynnik optymizmu β . Ze względu na relację pomiędzy współczynnikiem optymizmu a współczynnikiem pesymizmu nie ma to jednak większego znaczenia.

W omawianych dwóch regułach, podobnie jak w podrozdziale 2.3, założymy, że macierz wypłat, na podstawie której decydent podejmuje decyzję, jest już dana.

2.4.1. Reguła SF+AS(p)

Opis reguły SF+AS(p) przedstawiła Gaspars-Wieloch (2013b, 2015d), a przykłady zastosowań ekonomicznych tej metody można znaleźć w innych pracach autorki (Gaspars-Wieloch, 2017d, 2017f). Algorytm dla wspomnianej reguły zamieszczono poniżej.

Algorytm dla reguły SF+AS(p)

Krok 1. Szacujemy współczynnik optymizmu decydenta β .

Krok 2. Dla każdego scenariusza S_j obliczamy sumy tzw. przypadków dominacji (*dominance cases*), czyli d_i , według wzorów:

$$d_{i,j} = m - \max \left\{ p^j(a_{i,j}) \right\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.59)$$

$$d_i = \sum_{j=1}^n d_{i,j}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.60)$$

³⁶ Warto oczywiście podkreślić, że w niektórych sytuacjach zarówno miary kardynalne, jak i porządkowe zbyt słabo opisują preferencje decydentów (Świtalski, 2002a).

gdzie:

$d_{i,j}$ – liczba wypłat związanych z decyzją A_j , które są gorsze (niższe) od wypłaty $a_{i,j}$,

m – liczba stanów natury,

$p^j(a_{i,j})$ – pozycja wyniku $a_{i,j}$ w nierosnącym ciągu (Sq_j) wszystkich wypłat dotyczących wariantu A_j ; jeżeli dana wypłata $a_{i,j}$ ma taką samą wartość jak co najmniej jedna inna wypłata tej samej opcji, przy wyznaczaniu $p^j(a_{i,j})$ należy ostatecznie wybrać we wzorze (2.59) najdalszą pozycję tego wyniku we wspomnianym ciągu³⁷.

Krok 3. Przyporządkowujemy każdemu scenariuszowi przedział $[b_i, t_i]$ dla współczynnika optyimizmu, korzystając z formuł:

$$w = \frac{1}{d_{\max} - d_{\min} + 1}, \quad (2.61)$$

$$b_i = \max \left\{ b \mid \left\{ (b \mid w) \wedge \left(b \leq \frac{d_i - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right) \wedge (b \in [0; 1 - w]) \right\} \right\}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.62)$$

$$t_i = \min \left\{ t \mid \left\{ (t \mid w) \wedge \left(t \geq \frac{d_i - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right) \wedge (t \in [w; 1]) \wedge (t = b_i + w) \right\} \right\}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.63)$$

Symbol w oznacza szerokość przedziału dla każdego stanu, przy czym d_{\max} i d_{\min} stanowią odpowiednio największą i najmniejszą sumę przypadków dominacji spośród tych, które zostały wyznaczone dla kolejnych scenariuszy:

$$d_{\max} = \max_i \{d_i\}, \quad (2.64)$$

$$d_{\min} = \min_i \{d_i\}. \quad (2.65)$$

Z wyjątkiem przedziału(ów) z najmniejszą sumą przypadków dominacji, przyjmijmy, że przedziały $[b_i, t_i]$ są lewostronnie otwarte: $]b_i, t_i]$.

³⁷ Na przykład, jeżeli rozpatrujemy ciąg $Sq_1 = (5, 4, 3, 3, 3, 3, 0, -9)$, to dla wszystkich czterech wypłat równych 3 parametr $d_{i,j} = 8 - \max\{3, 4, 5, 6\} = 8 - 6 = 2$ (gdyż wynik 3 jest lepszy od dwóch wypłat: 0 i -9).

Krok 4. Wskazujemy V , czyli zbiór wartości, na podstawie których decydent będzie podejmować ostateczną decyzję (n to liczba decyzji):

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_j, \dots, v_n\}. \quad (2.66)$$

a) Jeżeli parametr β danego decydenta należy do przedziału $[b_i, t_i]$ lub $]b_i, t_i]$, który jest przyporządkowany dokładnie jednemu scenariuszowi, to zbiór V zawiera wszystkie wypłaty związane z tym stanem natury:

$$\exists_i (\beta \in [b_i, t_i] \vee \beta \in]b_i, t_i]) \Rightarrow V = \{a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,j}, \dots, a_{i,n}\}. \quad (2.67)$$

b) Jeżeli parametr β należy do przedziału $[b_i, t_i]$ lub $]b_i, t_i]$, który jest przyporządkowany więcej niż jednemu scenariuszowi, V wyznaczamy na podstawie zależności:

$$\exists_i (\beta \in [b_i, t_i] \vee \beta \in]b_i, t_i]) \wedge (|S(S_i)| > 1) \Rightarrow V = \{A_j^{arit}\}, \quad (2.68)$$

$$A_j^{arit} = \frac{1}{|S(S_i)|} \sum_{S_i \in S(S_i)} a_{i,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.69)$$

gdzie:

$S(S_i)$ – podzbiór zawierający scenariusze S_i z przedziałem $[b_i, t_i]$ lub $]b_i, t_i]$ pokrywającym deklarowany przez decydenta współczynnik β ,

$|S(S_i)|$ – moc tego podzbioru (czyli liczba stanów natury, na podstawie których podmiot podejmie ostateczną decyzję).

c) Jeżeli β nie należy do żadnego przedziału przypisanego kolejnym scenariuszom, zbiór V ustala się następująco:

$$\neg \exists_i (\beta \in [b_i, t_i] \vee \beta \in]b_i, t_i]) \Rightarrow V = \{A_j^{weig(e,f)}\}, \quad (2.70)$$

$$A_j^{weig(e,f)} = \frac{\beta - t_e}{b_f - t_e} \cdot a_{f,j} + \frac{b_f - \beta}{b_f - t_e} \cdot a_{e,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.71)$$

$$S(S_e) = \{S_i | ((\beta - t_i > 0) \wedge (\beta - t_i \rightarrow \min))\}, \quad (2.72)$$

$$S(S_f) = \{S_i | ((b_i - \beta > 0) \wedge (b_i - \beta \rightarrow \min))\}, \quad (2.73)$$

gdzie:

e i f dotyczą scenariuszy, których granice przedziałów dla współczynnika β są odpowiednio nieco niższe (wzór 2.72) i nieco wyższe (wzór 2.73) niż parametr β_k ,
 t_e i b_f – koniec przedziału dla stanu S_e oraz początek przedziału dla stanu S_f ,
 $a_{e,j}$ i $a_{f,j}$ – wypłaty związane z decyzją A_j i stanami S_e lub S_f ,
 $S(S_e)$ i $S(S_f)$ – podzbiory zawierające odpowiednio scenariusze S_e lub S_f .

Jeżeli w danym problemie decyzyjnym istnieje więcej niż jeden scenariusz S_e lub S_f , wypłaty $a_{e,j}$ i $a_{f,j}$ we wzorze (2.71) zastępujemy średnimi arytmetycznymi odpowiednich wypłat:

$$\left(|S(S_e)| > 1\right) \Rightarrow a_{e,j} = \frac{1}{|S(S_e)|} \sum_{S_i \in S(S_e)} a_{i,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.74)$$

$$\left(|S(S_f)| > 1\right) \Rightarrow a_{f,j} = \frac{1}{|S(S_f)|} \sum_{S_i \in S(S_f)} a_{i,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.75)$$

gdzie $|S(S_e)|$ i $|S(S_f)|$ to moc podzbiorów $S(S_e)$ i $S(S_f)$.

Krok 5. Znajdujemy decyzję $A_{j(1)}$, tj. decyzję, której wartość v_j w zbiorze V jest najwyższa:

$$A_{j(1)} = \arg \max_j \{v_j\}. \quad (2.76)$$

a) Wariant $A_{j(1)}$ jest jednocześnie decyzją optymalną ($A_{j(1)} = A_j^*$), jeżeli spełnia poniższe warunki:

$$\forall_{t \in \{1, 2, \dots, p\}} (a_{t, j(1)} \geq w_{j^*}), \quad (2.77)$$

$$p = \lceil (1 - \beta) \cdot m \rceil = \lceil \alpha \cdot m \rceil, \quad (2.78)$$

$$a_{1, j(1)} \geq a_{2, j(1)} \geq \dots \geq a_{t, j(1)} \geq \dots \geq a_{p-1, j(1)} \geq a_{p, j(1)}, \quad (2.79)$$

$$\exists_{a_{i,j} (i=1, \dots, m)} (a_{i,j} \geq M(\beta)), \quad (2.80)$$

$$M(\beta) = \beta(m_{j^*} - w_{j^*}) + w_{j^*}, \quad (2.81)$$

gdzie:

p – minimalna liczba scenariuszy, których wypłaty powinny być przynajmniej równe w_{j^*} ,

$a_{t,j(1)}$ – wypłata uzyskana w przypadku wyboru decyzji $A_{j(1)}$ i wystąpienia scenariusza S_t ,

w_{j^*} – wskaźnik Walda dla optymalnego wariantu wyznaczony na podstawie wzorów (2.1)-(2.2),

$M(\beta)$ – minimalny poziom wypłaty, którą powinien mieć przynajmniej jeden wynik dla wybranej decyzji; poziom ten zależy od współczynnika optymizmu (im wyższy, tym wyższy wymagany wynik) oraz od optymalnego wskaźnika Walda i optymalnego wskaźnika max-max m_{j^*} (zob. wzory (2.3)-(2.4)).

Jeżeli istnieją dwie lub więcej decyzji spełniających zależność (2.76), optymalne są tylko te, które spełniają jednocześnie warunki (2.77)-(2.81).

b) Jeżeli nie znaleziono opcji, dla której zachodzą zależności (2.76) i (2.77)-(2.81), znajdujemy decyzję $A_{j(2)}$ spełniającą warunek:

$$\left(\left(\bigvee_{t \in \{1, 2, \dots, p\}} (a_{t,j} \geq w_{j^*}) \right) \wedge (v_j \rightarrow \max) \right) \vee \left(\left(\bigvee_{i=1, \dots, m} (a_{i,j} \geq M(\beta)) \right) \wedge (v_j \rightarrow \max) \right). \quad (2.82)$$

Taki wariant decyzyjny zawsze istnieje ($A_{j(2)} = A_j^*$).

Prezentację przykładu liczbowego poprzedzimy jak zwykle niezbędnym wyjaśnieniem poszczególnych kroków procedury. W powyższej metodzie można wyraźnie wyodrębnić dwa etapy:

1. Typowanie scenariusza (kroki 1-4) – przewidywanie scenariusza mającego subiektywnie największe szanse wystąpienia (ustalenia dokonywane są na podstawie wcześniej zadeklarowanego współczynnika optymizmu).
2. Wybór decyzji (kroki 4-5) – wariant wybierany jest na podstawie skróconej macierzy wypłat zawierającej wyniki tylko tych scenariuszy, których przedział $[b_i, t_i]$ lub $]b_i, t_i]$ pokrywa współczynnik optymizmu decydenta lub jest najbliższej tej wartości³⁸.

To właśnie dwuetapowość omawianej reguły sprawiła, że nazwano ją SF+AS(p) (*scenario forecasting and alternative selection for pure strategies*).

³⁸ Krok 4 realizuje oba etapy procedury.

Status scenariusza (niekorzystny, przeciętny, atrakcyjny) nie zależy od wybranej decyzji – jest on stały i opisany za pomocą przedziału $[b_i, t_i]$ lub $]b_i, t_i]$. Im większe wartości zawiera ten przedział, tym bardziej atrakcyjny jest dany stan natury, gdyż częściej dominuje nad pozostałymi (jego wypłaty są względnie wyższe), a więc, kierując się zdrowym rozsądkiem, można przyporządkowywać scenariusze o coraz wyższych wartościach we wspomnianym przedziale podmiotom o coraz wyższym współczynniku optymizmu i odwrotnie – rekomendować scenariusze o niskich wartościach w tym przedziale odpowiednio umiarkowanym i skrajnym pesymistom. Warto podkreślić, że stosowanie tzw. przypadków dominacji i współczynnika optymizmu w celu określenia statusu poszczególnych stanów natury jest tylko propozycją. Można bowiem wykorzystać inne kryteria, inne miary.

Zauważmy, że krok 5 nie polega na prostym znalezieniu decyzji, której wypłata, średnia arytmetyczna wybranych wypłat bądź średnia ważona wskazanych wypłat są najwyższe. Optymalna decyzja musi spełnić jeszcze dwa kluczowe warunki. Z jednej strony powinna zawierać odpowiednią liczbę wyników nie mniejszych aniżeli wskaźnik Walda (wzory 2.77-2.79). Im większym pesymistą jest decydent, tym więcej takich wypłat powinno pojawić się w nierosnącym ciągu wypłat rozpatrywanej decyzji. Wprowadzenie tego dodatkowego zastrzeżenia jest pewną formą zabezpieczenia dla umiarkowanych decydentów i pesymistów, którym zależy na tym, by uzyskać wynik co najmniej równy temu wskaźnikowi. Z drugiej strony ostatecznie wybrany wariant powinien mieć co najmniej jeden wynik nie mniejszy niż parametr $M(\beta)$, co jest z kolei pewnym zabezpieczeniem dla optymistów, którzy liczą na szczęście (wzory 2.80-2.81). W bardzo specyficznych sytuacjach decyzyjnych drugi warunek należy jednak stosować ostrożnie. W końcowej części niniejszego podrozdziału ten wątek rozwinięto. Wprowadzenie obu dodatkowych założeń zabezpieczających głównie skrajnych decydentów wynika z tego, że wystąpienie typowanych scenariuszy nie jest gwarantowane, a więc w rzeczywistości może się pojawić zupełnie inny stan natury.

Zawartość kroku 5 prezentowana w niniejszej rozprawie różni się nieco od ostatniego kroku oryginalnej wersji procedury SF+AS(p) opisanej w pracach Gaspars-Wieloch (2013b, 2015d). W pierwotnej postaci owej reguły brakuje wzorów (2.80)-(2.82). Wprowadzona zmiana wynika z tego, że jeżeli dołączymy na końcowym etapie powyższe zależności, mamy szansę lepiej zadbać o „interesy” umiarkowanych i skrajnych optymistów, którzy oczekują, niezależnie od wybranej opcji, najwyższych bądź prawie najwyższych wypłat.

W celu zilustrowania reguły SF+AS(p) ponownie skorzystamy z przykładu 22 (tabela 2.32). Będziemy się starali zbadać działanie procedury przy różnych poziomach współczynnika optymizmu, dlatego w kroku 1 nie podajemy konkretnej wartości tego parametru. W kroku 2 wyznaczamy liczby przypadków dominacji i ich sumy (tabela 2.40, przedostatnia kolumna). Na przykład $d_{3,2} = 2$, ponieważ

wypłata $a_{3,2} = 7$ jest wyższa od dwóch wyników (0 i 6). W kroku 3 obliczenia rozpoczynamy od ustalenia szerokości przedziału dla współczynnika optymizmu: $w = 1/(7 - 4 + 1) = 0,25$. Początki i końce poszczególnych przedziałów (tabela 2.40, ostatnia kolumna) wyznaczamy na podstawie wzorów (2.62)-(2.63).

Tabela 2.40. Przykład 22 – przypadki dominacji i ich suma

Stany	Decyzje						Suma (d_i)	$[b_i, t_i]$
	Wypłaty			Przypadki dominacji				
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3		
S_1	2	8	3	2	4	1	7	$]0,75, 1,0]$
S_2	-1	0	7	0	0	4	4	$[0, 0,25]$
S_3	0	7	6	1	2	2	5	$]0,25, 0,5]$
S_4	10	7	1	4	2	0	6	$]0,5, 0,75]$
S_5	3	6	6	3	1	2	6	$]0,5, 0,75]$

Wiemy już zatem, że według przyjętego kryterium najbardziej atrakcyjnym scenariuszem jest stan S_1 , a najmniej – stan S_2 . W kroku 4 należy ustalić scenariusz bądź scenariusze o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Na przykład dla umiarkowanego pesymisty ($\beta_1 = 0,3$) typowany scenariusz to S_3 , gdyż wartość 0,3 należy do przedziału $]0,25, 0,5]$, który został przypisany temu stanowi natury. Natomiast dla umiarkowanego optymisty ($\beta_2 = 0,7$) przewidywane scenariusze to S_4 i S_5 , ponieważ wartość 0,7 należy do dwóch identycznych przedziałów $]0,5, 0,75]$ związanych właśnie z tymi stanami natury. W tym samym kroku wskazujemy wartości (wypłaty bądź średnie wypłat), na podstawie których będzie można ostatecznie podjąć decyzję. Dla umiarkowanego pesymisty ($\beta_1 = 0,3$) sytuacja jest trywialna. Skoro tylko jeden scenariusz został wytypowany (krok 4a, wzór (2.67)), to zbiór $V_1 = \{a_{3,1}, a_{3,2}, a_{3,3}\} = \{0, 7, 6\}$. W wypadku umiarkowanego optymisty ($\beta_2 = 0,7$) wytypowano dwa stany natury (krok 4b, wzory (2.68)-(2.69)), zatem V_2 będzie zawierać średnie wypłat z dwóch scenariuszy: $V_2 = \{(a_{4,1} + a_{5,1})/2, (a_{4,2} + a_{5,2})/2, (a_{4,3} + a_{5,3})/2\} = \{6,5, 6,5, 3,5\}$. W ostatnim kroku na początek kierujemy się zależnością (2.76), czyli umiarkowany pesymista ($\beta_1 = 0,3$) powinien wybrać decyzję A_2 , a umiarkowany optymistą ($\beta_2 = 0,7$) – wariant A_1 lub A_2 .

Sprawdźmy jednak, czy proponowane opcje spełniają dodatkowe założenia. Dla umiarkowanego pesymisty minimalna liczba wypłat, które powinny być co najmniej równe wskaźnikowi Walda, wynosi 4, umiarkowanemu optymiście zaś zaleca się, by wybrał wariant zawierający co najmniej dwie takie wypłaty (wzór (2.78)):

$$p_1 = \lceil (1 - 0,3) \cdot 5 \rceil = \lceil 0,7 \cdot 5 \rceil = 4, \quad p_2 = \lceil (1 - 0,7) \cdot 5 \rceil = \lceil 0,3 \cdot 5 \rceil = 2.$$

Wskaźnik Walda wynosi $w_{j*} = \max\{-1, 0, 1\} = 1$, a wskaźnik max-max jest równy $m_{j*} = \max\{10, 8, 7\} = 10$. Decyzja A_2 ma aż 4 wypłaty przekraczające 1 (tj. 8, 7, 7 i 6). Opcja A_1 ma 3 takie wartości (tj. 10, 3 i 2). Minimalny wymagany poziom choć jednej wypłaty to odpowiednio $M(\beta_1) = 0,3(10 - 1) + 1 = 3,7$ i $M(\beta_2) = 0,7(10 - 1) + 1 = 7,3$. Dla umiarkowanego pesymisty decyzja A_2 jest ostateczną optymalną decyzją (liczba wypłat co najmniej równa wskaźnikowi Walda jest wystarczająca, ponadto prawie wszystkie wypłaty przekraczają poziom $M(\beta_1)$). Dla umiarkowanego optymisty obie decyzje (A_1 i A_2) mogą mu być zarekomendowane jako ostateczne rozwiązania optymalne (choć decyzja A_2 jest nieco bardziej bezpieczna).

Tabela 2.41. Przykład 22 – typowane scenariusze oraz wartości v_j i p dla $\beta \in [0, 1]$ (reguła SF+AS(p))

Współ- czynnik optymizmu	S_i^k	Decyzja			p	$M(\beta)$
		A_1	A_2	A_3		
1,00	S_1	2	8	3	0	10,0
0,95	S_1	2	8	3	1	9,6
0,90	S_1	2	8	3	1	9,1
0,85	S_1	2	8	3	1	8,7
0,80	S_1	2	8	3	1	8,2
0,75	S_4, S_5	(6,5)	6,5	3,5	2	7,8
0,70	S_4, S_5	(6,5)	6,5	3,5	2	7,3
0,65	S_4, S_5	(6,5)	6,5	3,5	2	6,9
0,60	S_4, S_5	(6,5)	6,5	3,5	2	6,4
0,55	S_4, S_5	(6,5)	6,5	3,5	3	6,0
0,50	S_3	0	7	6	3	5,5
0,45	S_3	0	7	6	3	5,1
0,40	S_3	0	7	6	3	4,6
0,35	S_3	0	7	6	4	4,2
0,30	S_3	0	7	6	4	3,7
0,25	S_2	-1	0	7	4	3,3
0,20	S_2	-1	0	7	4	2,8
0,15	S_2	-1	0	7	5	2,4
0,10	S_2	-1	0	7	5	1,9
0,05	S_2	-1	0	7	5	1,5
0,00	S_2	-1	0	7	5	1,0

Tabela 2.41 zawiera zbiorcze zestawienie wyników dla różnych poziomów parametru β . Wartości te obliczono dla coraz mniejszych poziomów współczynnika optymizmu, a nie jak w podrozdziale 2.3 – dla coraz większych poziomów współczynnika ostrożności. Jednak ze względu na to, że suma obu współczynników jest równa 1, nie ma to żadnego znaczenia, gdyż w gruncie rzeczy w kolejnych wierszach wszystkich tabel zbiorczych chodzi o to samo nastawienie do ryzyka, tj. coraz większą ostrożność podmiotu decyzyjnego. Decydentom o współczynniku β z przedziału $]0,5, 0,75]$ proponowane są dwie różne decyzje (A_1 i A_2), przy czym wyniki dla A_1 ujęto w tabeli celowo w nawias, by zaznaczyć, że ten wariant ma mniej wypląt co najmniej równych wskaźnikowi Walda (decyzja A_1 jest nieco mniej bezpieczna).

Z analizowanego zadania wynikła dość ciekawa sytuacja. Otóż wariant A_1 został zarekomendowany skrajnym optymistom (było tak też w przypadku reguł H+B, APO i SAPO), choć scenariusz o największej sumie przypadków dominacji (tj. S_1) nie oferuje akurat tej opcji korzystnej wypłaty. Teoretycznie, zgodnie z regułą SF+AS(p), to decyzja A_2 powinna być proponowana skrajnym optymistom, lecz w związku z tym, że ani ona, ani opcja A_3 nie spełniają warunków (2.80)-(2.81), jedyną możliwością jest wybór wariantu A_1 (nawet jeżeli wypada on najgorzej w ramach scenariusza S_1).

O ile warunki (2.77)-(2.79), zabezpieczające pesymistów, są cenne dla dowolnego problemu decyzyjnego, o tyle warunki (2.80)-(2.81), dające szansę skrajnym optymistom na osiągnięcie wysokiej wypłaty, mogą być w niektórych sytuacjach wątpliwe. Przyjrzyjmy się strukturze macierzy wypłat zaprezentowanej w tabeli 2.42 (przykład 23), w którym maksymalna wypłata mocno różni się od wszystkich pozostałych maksymalnych wypłat. Jest nią wynik równy 1000. Jeżeli skorzystamy teraz ze wzorów (2.80)-(2.81), to okaże się, że nawet dla skrajnego pesymisty ($\beta = 0,0091$) jedyną opcją spełniającą powyższe założenia jest decyzja A_1 , która jest przecież bardzo ryzykowna! Oczywiście wariant ten nie zostanie na szczęście ostatecznie zaproponowany decydentowi, gdyż warunki (2.77)-(2.79) nie są

Tabela 2.42. Przykład 23 – macierz wypłat

Stan	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
S_1	-1000	8	3
S_2	-100 000	0	7
S_3	0	7	6
S_4	1000	7	1
S_5	-10 000	6	6

spełnione przez wspomnianą opcję. W tej sytuacji konieczne jest skorzystanie z formuły (2.82), dzięki której podmiot decyzyjny może jeszcze raz zastanowić się, na czym mu bardziej zależy: na jak największej liczbie wypłat nie gorszych od optymalnego wskaźnika Walda, czy na pojedynczej wypłacie nie mniejszej od ustalonego progu.

W związku z powyższym zaleca się rozważne stosowanie warunków (2.80)-(2.81), zwłaszcza w wypadku występowania zróżnicowanych rozstępów wypłat dla poszczególnych wariantów decyzyjnych. Tej rozważnej postawie ma właśnie służyć krok 5b (wzór (2.82)). Charakter założeń (2.80)-(2.81) jest więc raczej opcjonalny, a decydent powinien dokonać ostatecznego wyboru po dokładnym zbadaniu macierzy wypłat. Jeżeli nie jest on gotowy na poniesienie zbyt dużego ryzyka, rozsądniej będzie zadowolić się opcją o bardziej stabilnych wypłatach – w przykładzie 23 alternatywą dla opcji A_1 byłaby decyzja A_2 .

2.4.2. Reguła SF+AS(m)

Dotychczas skupiliśmy się na regułach decyzyjnych wspierających poszukiwanie optymalnej strategii czystej (choć w podrozdziale 2.3.4 stwierdzono, że prezentowane modyfikacje reguły Hurwicza również da się zastosować do wyznaczenia odpowiedniej strategii mieszanej). Teraz zobaczmy, na czym może polegać reguła decyzyjna pozwalająca wyznaczyć strategię mieszaną, która jednocześnie uwzględnia nastawienie decydenta do ryzyka i wprowadza możliwość uprzedniego wyłączenia scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Proponowana zasada to reguła SF+AS(m), której opis autorka zawarła po raz pierwszy w swojej wcześniejszej pracy (Gaspars-Wieloch, 2014c)³⁹. Poniżej zaprezentowano algorytm dla tej reguły.

Algorytm dla reguły SF+AS(m)

Krok 1. Szacujemy współczynnik optyimizmu decydenta β .

Krok 2. Na podstawie macierzy wypłat formułujemy i rozwiązujemy problem optymalizacyjny, korzystając ze wzorów (2.15)-(2.18). Otrzymane rozwiązanie to y^* , czyli maksymalny minimalny gwarantowany dochód, oraz udziały poszczególnych decyzji w strategii mieszanej, dzięki którym możliwe jest osiągnięcie tego dochodu. Takim rozwiązaniem zadowoli się zawsze skrajny pesymista.

Krok 3. Wyznaczamy m^* , tj. maksymalną wypłatę, zgodnie ze wzorami (2.3)-(2.4). Na takie rozwiązanie liczy zawsze skrajny optymista.

³⁹ W cytowanej pracy reguła SF+AS(m) nosi nazwę β -decision rule.

Krok 4. Ustalamy $S(S_i)$ – podzbiór scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Wykorzystujemy w tym celu wzory:

$$S_i \in S(S_i) \Leftrightarrow \left(\bigvee_{a_{i,j} (j=1, \dots, n)} \exists a_{i,j} \geq M(\beta) \right) \vee (d_i \geq d(\beta)), \quad (2.83)$$

$$d(\beta) = \beta(d_{\max} - d_{\min}) + d_{\min}, \quad (2.84)$$

$$d_i = \sum_{j=1}^n d_{i,j}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.85)$$

$$d_{i,j} = m - \max \{ p^j(a_{i,j}) \}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.86)$$

$$M(\beta) = \beta(m^* - y^*) + y^*, \quad (2.87)$$

gdzie:

$a_{i,j}$ – wypłata w wypadku wyboru decyzji A_j i wystąpienia scenariusza S_i ,
 $M(\beta)$ – zależny od współczynnika optymizmu minimalny poziom wypłaty, którą powinien mieć co najmniej jeden wynik związany z wytypowanym scenariuszem⁴⁰,

d_i – suma tzw. przypadków dominacji (*dominance cases*),

$d(\beta)$ – minimalna suma przypadków dominacji, którą powinien się charakteryzować typowany scenariusz (zależy ona od współczynnika optymizmu),

$d_{i,j}$ – liczba wypłat związanych z decyzją A_j , które są gorsze (niższe) od wypłaty $a_{i,j}$,

d_{\max} i d_{\min} – odpowiednio największa i najmniejsza suma przypadków dominacji spośród tych, które zostały wyznaczone dla kolejnych scenariuszy (wzory (2.64)-(2.65)),

n – liczba decyzji,

m – liczba stanów natury,

$p^j(a_{i,j})$ – pozycja wyniku $a_{i,j}$ w nierosnącym ciągu (Sq_j) wszystkich wypłat dotyczących wariantu A_j ; jeżeli dana wypłata $a_{i,j}$ ma tę samą wartość co przynajmniej jedna inna wypłata tej samej opcji, to przy ostatecznym wyznaczaniu $p^j(a_{i,j})$ należy wybrać najdalszą pozycję tego wyniku we wspomnianym ciągu⁴¹.

⁴⁰ Uwaga! Parametr $M(\beta)$ wystąpił też w regule SF+AS(p), lecz jego interpretacja jest tam nieco inna. W procedurze sformułowanej dla strategii czystych symbol ten oznacza minimalny poziom, jaki musi osiągnąć co najmniej jedna wypłata związana z daną decyzją. Natomiast w metodzie opracowanej dla strategii mieszanych parametr $M(\beta)$ określa minimalną wartość, jaką powinna mieć co najmniej jedna wypłata dotycząca rozpatrywanego scenariusza.

⁴¹ Odpowiedni wyjaśniający przykład liczbowy podano już w podrozdziale 2.4.1.

Krok 5. Rozwiązujemy zadanie sformułowane za pomocą modelu optymalizacyjnego (2.88)-(2.92) lub (2.88)-(2.91) i dodatkowych warunków, jeżeli to konieczne:

$$\sum_{S_i \in S(S_i)} \max \{g_i, 0\} \rightarrow \min, \quad (2.88)$$

$$\sum_j^n a_{i,j} x_j = M(\beta) - g_i, \quad i \in S(S_i), \quad (2.89)$$

$$\sum_j^n x_j = 1, \quad (2.90)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.91)$$

$$g_{i^*} \leq 0, \quad (2.92)$$

gdzie:

- g_i – odchylenie rzeczywistego dochodu od minimalnego wymaganego poziomu $M(\beta)$, jeżeli wystąpi scenariusz S_i ;
- x_j – udział decyzji A_j w strategii mieszanej,
- g_{i^*} – odchylenie wyznaczone dla, specjalnie wybranego przez decydenta, scenariusza S_{i^*} ⁴².

Otrzymane rozwiązanie przedstawia optymalną strategię mieszaną.

Widzimy, że tu również parametr β ma wpływ na tworzenie podzbioru scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Do wyłonienia wspomnianych stanów natury wykorzystano dwa parametry: sumę przypadków dominacji oraz minimalną wymaganą wypłatę. Są to więc narzędzia podobne do tych, których użyto przy okazji opracowywania reguły SF+AS(p). Różnica polega jednak na tym, że w wypadku SF+AS(p) podzbiór $S(S_i)$ składa się tylko z tych scenariuszy, których przedział $[b_i, t_i]$ lub $]b_i, t_i]$ zawiera wartości równe bądź bardzo zbliżone do poziomu współczynnika optymizmu, zatem podzbiór ten jest na ogół mało liczny. W przypadku SF+AS(m) moc podzbioru zależy przede wszystkim od współczynnika β . Dla skrajnych pesymistów owa liczebność jest równa m , tj. liczbie wszystkich rozpatrywanych stanów natury, a więc model (2.88)-(2.91) sprowadza się do modelu (2.15)-(2.18). Jest tak dlatego, że decydent o takim temperamencie woli postępować ostrożnie i mieć kontrolę nad wszystkimi scenariuszami, nie wyklu-

⁴² Więcej wyjaśnień na temat stanu S_{i^*} Czytelnik znajdzie w dalszej części tego podrozdziału.

czając żadnego z nich ($d(\beta) = d_{\min}$; $M(\beta) = y^*$). Dopiero wraz ze wzrostem wartości parametru β , a więc gdy analizujemy sytuację umiarkowanych pesymistów, umiarkowanych decydentów, umiarkowanych optymistów i wreszcie skrajnych optymistów, moc tego podzbioru zmniejsza się, gdyż coraz mniej scenariuszy jest w stanie sprostać wymaganiom ujętym we wzorze (2.83). Wraz ze wzrostem wartości współczynnika optymizmu mamy do czynienia z decydentami, którzy zakładają, że te gorsze scenariusze nie wystąpią, więc nie ma sensu ich rozpatrywać w rozwiązywanym zadaniu optymalizacyjnym. Warunek (2.83) nie jest zbyt rygorystyczny, ponieważ wystarczy, że scenariusz spełni jeden z dwóch postawionych postulatów, aby został zakwalifikowany do podzbioru $S(S_i)$. Zastosowane kryteria umożliwiające wyłonienie scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia są jedynie propozycją – decydenci mogą rozważyć wybór innych narzędzi służących temu celowi.

Obie strony zależności (2.89) ukazują faktyczny uzyskany dochód, jeżeli poszczególne udziały w strategii mieszanej będą równe x_1, x_2, \dots, x_n i wystąpi scenariusz S_i . Celem funkcji (2.88) jest minimalizacja, w ramach podzbioru $S(S_i)$, sumy wszystkich odchyień rzeczywistego dochodu od oczekiwanego. Warto zwrócić uwagę na to, że tylko dodatnie odchylenia ($g_i > 0$) są niepożądane, gdyż świadczą one o tym, że analizowana strategia mieszana, o ile wystąpi dany scenariusz, wiąże się z osiągnięciem dochodu niższego od dochodu wymaganego.

Warunek (2.92) jest opcjonalny. Można z niego korzystać, gdy decydent jest przekonany, że konkretny stan natury (oznaczymy go przez S_{i^*}) wystąpi. Wzór (2.92) pozwala ustalić takie wartości dla zmiennych x_1, x_2, \dots, x_n , aby dla tego właśnie scenariusza faktyczny dochód był na pewno nie niższy aniżeli oczekiwany. Wybrany przez decydenta scenariusz musi należeć do podzbioru $S(S_i)$ i spełniać przynajmniej pierwszą część zależności (2.83). W przeciwnym razie postawiony problem jest sprzeczny – nie ma rozwiązania dopuszczalnego.

Podobnie jak SF+AS(p), procedura SF+AS(m) jest dwuetapowa, a jej nazwa pochodzi od angielskiego wyrażenia „scenario forecasting and alternative selection for mixed strategies”.

Czas na krótki przykład ilustrujący poszczególne kroki reguły SF+AS(m). Wykorzystamy tradycyjnie dane z macierzy wypłat przykładu 2.22 (tabela 2.32). Krok 1 z wiadomych względów pomijamy. W kroku 2 rozwiązujemy zadanie (2.93)-(2.100):

$$y \rightarrow \max, \quad (2.93)$$

$$2x_1 + 8x_2 + 3x_3 \geq y, \quad (2.94)$$

$$-x_1 + 0x_2 + 7x_3 \geq y, \quad (2.95)$$

$$0x_1 + 7x_2 + 6x_3 \geq y, \quad (2.96)$$

$$10x_1 + 7x_2 + x_3 \geq y, \quad (2.97)$$

$$3x_1 + 6x_2 + 6x_3 \geq y, \quad (2.98)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad (2.99)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0. \quad (2.100)$$

Otrzymujemy: $y^* = 3,97$, $x_1 = 0,177$, $x_2 = 0,230$, $x_3 = 0,593$.

W kroku 3 ustalamy parametr $m^* = 10$. Krok 4 przeanalizujemy dla $\beta_1 = 0,3$ i $\beta_2 = 0,7$. Liczby i sumy przypadków dominacji znajdują się w tabeli (2.40), a minimalna suma przypadków dominacji oraz minimalna wymagana wypłata są odpowiednio równe: $d(\beta_1) = 0,3(7 - 4) + 4 = 4,9$ i $d(\beta_2) = 0,7(7 - 4) + 4 = 6,1$ oraz $M(\beta_1) = 0,3(10 - 3,97) + 3,97 = 5,8$ i $M(\beta_2) = 0,7(10 - 3,97) + 3,97 = 8,2$. Podzbiory $S(S_i)$ mają zatem następujący skład: $S(S_i^1) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$, $S(S_i^2) = \{S_1, S_4\}$.

W kroku 5 pokażemy najpierw sposób formułowania zadania optymalizacyjnego dla umiarkowanego pesymisty ($\beta_1 = 0,3$):

$$\max \{g_1, 0\} + \max \{g_2, 0\} + \max \{g_3, 0\} + \max \{g_4, 0\} + \max \{g_5, 0\} \rightarrow \min, \quad (2.101)$$

$$2x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 5,8 - g_1, \quad (2.102)$$

$$x_1 + 0x_2 + 7x_3 = 5,8 - g_2, \quad (2.103)$$

$$0x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 5,8 - g_3, \quad (2.104)$$

$$10x_1 + 7x_2 + x_3 = 5,8 - g_4, \quad (2.105)$$

$$3x_1 + 6x_2 + 6x_3 = 5,8 - g_5, \quad (2.106)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad (2.107)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0. \quad (2.108)$$

Wartości optymalne poszczególnych zmiennych są następujące: $x_1 = 0,13$, $x_2 = 0,59$, $x_3 = 0,28$, $g_1 = 0$, $g_2 = 3,95$, $g_3 = 0$, $g_4 = 0,10$, $g_5 = 0,19$. Należy więc w 13% realizować wariant A_1 , w 59% wariant A_2 i w 28% wariant A_3 , przy czym, gdyby przy takiej strategii wystąpił akurat scenariusz S_1 lub S_3 , to rzeczywisty dochód byłby równy minimalnemu wymaganemu. W przeciwnym razie oczekiwany dochód nie będzie osiągnięty.

Zadanie dla umiarkowanego optymisty jest znacznie krótsze:

$$\max\{g_1, 0\} + \max\{g_4, 0\} \rightarrow \min, \quad (2.109)$$

$$2x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 8,2 - g_1, \quad (2.110)$$

$$10x_1 + 7x_2 + x_3 = 8,2 - g_4, \quad (2.111)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad (2.112)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0. \quad (2.113)$$

Wartości optymalne dla powyższego zadania wynoszą: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $g_1 = 0,2$, $g_4 = 1,2$. Otrzymana optymalna strategia mieszana jest zatem jednocześnie optymalną strategią czystą.

W tabeli 2.43 zestawiono strukturę strategii mieszanych dla coraz niższych wartości współczynnika optyimizmu. Można zauważyć, że dość często decyzja o największym udziale w strategii mieszanej jest jednocześnie opcją rekomendowaną przez większość reguł omówionych w poprzednich podrozdziałach i opracowanych dla strategii czystych.

Zasadnicza różnica pojawia się w górnej części tabeli, w której rozpatrywane są przypadki decydentów nastawionych bardzo optymistycznie. Tutaj decyzja A_2 zwycięża, choć w dotychczasowych rankingach przewagę zdobywała opcja A_1 . Jest to spowodowane tym, że wraz ze wzrostem parametru $M(\beta)$ decyzja A_2 pozostaje bardziej opłacalna niż A_1 , gdyż nawet jeżeli nie ma w swym zbiorze ani jednej wypłaty równej co najmniej $M(\beta)$, to jej wybór gwarantuje znacznie niższe odchylenia (g_i) od oczekiwanego wyniku. Na przykład przy $M(\beta) = 9,0$ wybór A_2 pociąga za sobą odchylenia $g_1 = 1,0$ (niekorzystne) i $g_4 = 2,0$ (niekorzystne), podczas gdy wybór A_1 wiąże się z odchyleniami $g_1 = 7,0$ (bardzo niekorzystne) i $g_4 = -1,0$ (korzystne). Suma niepożądanych odchyleń jest zatem większa przy wyborze opcji A_1 . Warto jednak pamiętać, że jeżeli decydent jest przekonany, że dany scenariusz należący do podzbioru $S(S_i)$ ma względnie większe szanse wystąpić aniżeli pozostałe z tego podzbioru, to zawsze może rozwiązywać zadanie z dodatkowym warunkiem (2.92). Tak też uczyniono dla wszystkich przypadków, w których β jest równe co najmniej 0,7, a otrzymane nowe udziały podano w nawiasach (założono, że scenariusz S_4 ma większą subiektywną szansę, gdyż jednocześnie należy do $S(S_i)$ i ma co najmniej jedną wypłatę nie mniejszą od wymaganej). Wprowadzenie kolejnego warunku sprawiło, że uzyskane strategie dla skrajnych i umiarkowanych optymistów upodobniły się do optymalnych strategii czystych uzyskanych za pomocą wcześniej opisanych technik.

Tabela 2.43. Przykład 22 – rozwiązania optymalne dla $\beta \in [0, 1]$ (reguła SF+AS(m))

Współczynnik optyimizmu	$S(S_i)$	Decyzja			$d(\beta)$	$M(\beta)$
		A_1	A_2	A_3		
1,00	S_1, S_4	0,00(1,00)	1,00(0,00)	0,00	7,0	10,0
0,95	S_1, S_4	0,00(0,90)	1,00(0,10)	0,00	6,9	9,7
0,90	S_1, S_4	0,00(0,80)	1,00(0,20)	0,00	6,7	9,4
0,85	S_1, S_4	0,00(0,70)	1,00(0,30)	0,00	6,6	9,1
0,80	S_1, S_4	0,00(0,60)	1,00(0,40)	0,00	6,4	8,8
0,75	S_1, S_4	0,00(0,50)	1,00(0,50)	0,00	6,3	8,5
0,70	S_1, S_4	0,00(0,40)	1,00(0,60)	0,00	6,1	8,2
0,65	S_1, S_4, S_5	0,02	0,98	0,00	6,0	7,9
0,60	S_1, S_4, S_5	0,07	0,93	0,00	5,8	7,6
0,55	S_1, S_4, S_5	0,10	0,90	0,00	5,7	7,3
0,50	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,00	0,81	0,19	5,5	7,0
0,45	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,00	0,74	0,26	5,4	6,7
0,40	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,00	0,68	0,32	5,2	6,4
0,35	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,00	0,62	0,38	5,1	6,1
0,30	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,13	0,59	0,28	4,9	5,8
0,25	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,15	0,53	0,32	4,8	5,5
0,20	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,14	0,47	0,39	4,6	5,2
0,15	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,16	0,41	0,43	4,5	4,9
0,10	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,16	0,35	0,49	4,3	4,6
0,05	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,17	0,29	0,54	4,2	4,3
0,00	S_1, S_2, S_3, S_4, S_5	0,18	0,23	0,59	4,0	4,0

Zadania oparte na modelu (2.88)-(2.90) są nieliniowe, co może powodować pewne trudności przy rozwiązywaniu większych problemów. Jednak wspomniane zadania da się sprowadzić do postaci zadań programowania liniowego dzięki zastąpieniu każdej zmiennej g_i parą nieujemnych zmiennych decyzyjnych g_i^- i g_i^+ , które oznaczają odpowiednio niekorzystne i korzystne odchylenie. Owe zmienne należy dodać do obu stron warunków (2.89), po lewej g_i^- i po prawej g_i^+ , a funkcja celu minimalizuje sumę odchyłek g_i^- . Tu niekorzystne są dodatnie wartości zmiennej g_i^- , natomiast w modelu (2.88)-(2.90) niekorzystne są dodatnie wartości zmiennej g_i .

2.4.3. Konkluzje

Większość konkluzji dotyczących obu zaprezentowanych reguł decyzyjnych zawarto już w poprzednich podrozdziałach. W tym miejscu warto może tylko krótko omówić dziewięć kwestii.

- 1) Obie reguły są przeznaczone do wyznaczania wariantu decyzyjnego realizowanego tylko jeden raz, gdyż po tej realizacji okoliczności mogą się na tyle zmienić, że konieczna będzie aktualizacja macierzy wypłat i współczynnika optymizmu, co pociąga za sobą nowe ustalenia w zakresie typowanych scenariuszy.
- 2) W przeciwieństwie do zasad przedstawionych w podrozdziale 2.3, reguły SF+A-S(p) oraz SF+AS(m) nie wymagają dodatkowego zabezpieczającego narzędzia decyzyjnego na wypadek zaistnienia zróżnicowanych rozstępów wypłat dla poszczególnych wariantów decyzyjnych, gdyż takie zabezpieczenia już istnieją. Mowa tu o minimalnej liczbie wypłat równych co najmniej wskaźnikowi Walda (p) i o konieczności wystąpienia co najmniej jednej wypłaty nie niższej od progu ustalonego na podstawie współczynnika optymizmu $M(\beta)$.
- 3) Analizując rozwiązania uzyskiwane za pomocą reguły SF+AS(m), można zauważyć, że jeżeli to tylko możliwe, warto jest postawić sobie za cel „wyznaczenie optymalnej strategii mieszanej” zamiast „wyznaczenia optymalnej strategii czystej”, gdyż w pierwszym przypadku, dzięki dywersyfikacji strategii, nawet minimalny gwarantowany dochód może być wyższy aniżeli wskaźnik Walda obliczony do pojedynczej opcji ($3,97 > 1$).
- 4) W podrozdziale 2.4 nie było bezpośrednio mowy o użyteczności, lecz dzięki wprowadzeniu takich parametrów jak minimalna liczba wypłat nie mniejszych niż optymalny wskaźnik Walda czy minimalna wartość, jaką powinna mieć co najmniej jedna wypłata, decydent ma okazję pokazać, jakie wypłaty są dla niego cenne. Pamiętajmy jednak, że te parametry mają wtórny charakter, a więc nie ustala ich arbitralnie podmiot decyzyjny na początku rozwiązywanego zadania – są one wyznaczone automatycznie na podstawie zadeklarowanego współczynnika optymizmu.
- 5) Stosowanie reguł SF+AS(p) i SF+AS(m) ma sens jedynie wówczas, gdy scenariusze związane z danym wariantem decyzyjnym ściśle zależą od scenariuszy dotyczących pozostałych rozpatrywanych opcji. Jeżeli natomiast każda decyzja ma swój własny, niezależny zbiór stanów natury, to użycie wymienionych procedur jest nieuzasadnione.
- 6) Szeregując scenariusze od najbardziej do najmniej atrakcyjnego, można by odnieść wrażenie, że w regułach SF+AS(p) i SF+AS(m) mamy do czynienia, według teorii decyzji, z podejmowaniem decyzji w warunkach niepełnej informacji (DMPI), gdzie nie znamy dokładnie rozkładu prawdopodobieństwa,

- ale jesteśmy w stanie uporządkować stany natury w kolejności od najbardziej do najmniej prawdopodobnego. Jest to jednak tylko złudzenie, ponieważ we wspomnianych procedurach ani ekspert, ani decydent nie dokonuje świadomego szeregowania zdarzeń – status poszczególnych scenariuszy jest określany za pomocą odpowiednich formuł opartych na współczynniku optymizmu.
- 7) W angielskiej nazwie reguł SF+AS(p) i SF+AS(m) pojawia się pojęcie *scenario forecasting*, które oznacza prognozowanie scenariuszy. Z rozdziału 1.3.2 wiemy natomiast, że stany natury niekoniecznie muszą być utożsamiane z prognozami. Wyrażenia *scenario forecasting* nie użyto jednak tutaj w znaczeniu przewidywania potencjalnych wersji przyszłości, ale w znaczeniu typowania, spośród ustalonych już wcześniej scenariuszy, stanów o największej subiektywnej szansie wystąpienia.
 - 8) Możemy zadać pytanie, dlaczego w regule SF+AS(p) zbiór scenariuszy, na podstawie których dokonujemy wyboru wariantu decyzyjnego, ulega silniejszej redukcji aniżeli w procedurze SF+AS(m). Wyjaśnienie jest następujące. W pierwszej regule możemy sobie pozwolić na takie istotne zawężenie zbioru, ponieważ w ostatnim kroku metody, w razie wskazania opcji o niezadawalających parametrach, mamy możliwość skorygowania rozwiązania poprzez analizę całej wyjściowej macierzy wypłat. Z kolei w drugiej regule nadmierne zredukowanie zbioru stanów natury nie jest wskazane, gdyż w wypadku wygenerowania niesatysfakcjonującego rozwiązania jego korekta – polegająca na zmianie udziałów poszczególnych wariantów w strategii mieszanej na podstawie analizy wypłat w całej macierzy – może nie być efektywna.
 - 9) Reguła SF+AS(m) ma nie jedno, lecz dwa zastosowania. Można ją wykorzystać do określenia nie tylko optymalnej strategii mieszanej, lecz także właściwej strategii czystej, jeżeli w modelu optymalizacyjnym (2.88)-(2.91) zastąpimy warunek (2.91) formułą zapewniającą binarny charakter zmiennych decyzyjnych. Jednak nie zawsze korzystanie z reguły SF+AS(m) jest możliwe, ponieważ ta procedura, w przeciwieństwie do metody SF+AS(p), wymaga użycia odpowiedniego oprogramowania.

2.5. Wrażliwość rankingów na strukturę macierzy wypłat

W podrozdziale 2.2.1 wiele miejsca poświęcono regułom decyzyjnym, które pozwalają uwzględnić strukturę macierzy wypłat w generowanych rankingach. Strukturę, czyli tak naprawdę pozycje poszczególnych wyników na tle pozostałych wypłat w ramach danego stanu natury. Frank (1997) podkreśla, że ludzie zwracają uwagę nie tylko na to, ile mogą zarobić, decydując się na daną opcję, lecz także na to, jak

ich wygrana wypadnie w porównaniu z wygranymi osób, które wybiorą inne warianty decyzyjne. Regułami klasycznymi biorącymi pod uwagę ów czynnik, tj. lokalną konkurencyjność poszczególnych wypłat, są zasada Savage'a i zasada *max-min joy* (MJ). Pamiętajmy jednak, że w podrozdziale 2.2.1 padły dwie krytyczne uwagi pod adresem tychże procedur. Zaobserwowane ich mankamenty to generowanie bezużytecznych rankingów (zerowe wskaźniki dla wszystkich rozpatrywanych decyzji, gdy każda opcja odnotowuje najgorszą wypłatę przynajmniej dla jednego stanu natury – patrz reguła MJ) oraz zbyt duża wrażliwość rankingów na drobne zmiany w zbiorze analizowanych wariantów decyzyjnych (wykluczenie jednej decyzji może spowodować całkowite odwrócenie rankingów – patrz obie reguły), choć ta druga cecha nie musi być oceniana negatywnie. Zmiany w rankingach dokonują się na skutek zmian w strukturze macierzy wypłat, a szczególnym przypadkiem tych zmian w strukturze jest właśnie zmiana zbioru rozpatrywanych wariantów decyzyjnych. W niniejszym podrozdziale zaproponowane są takie modyfikacje reguł klasycznych, które pozwalają uniknąć obu lub przynajmniej jednej z wymienionych niedoskonałości, a jednocześnie dają możliwość uwzględnienia struktury macierzy wypłat w generowanych rankingach. Z obu reguł klasycznych mogą korzystać jedynie pesymiści. Tu natomiast dokonamy próby dostosowania proponowanych metod do różnych temperamentów (podrozdziały 2.5.2-2.5.4). We wszystkich przedstawionych regułach, jak zwykle, pominięty zostanie etap szacowania macierzy wypłat.

2.5.1. Reguła CMJ

Pierwsza propozycja to hybryda, a zarazem rozszerzenie dwóch podejść: reguły zwanej *max-min joy criterion* i reguły Savage'a. Autorka nazwała tę przekształconą procedurę *cumulative max-min joy criterion* (CMJ). Zaprezentowała ją po raz pierwszy w artykule w *Quantitative Methods in Economics* (Gaspars-Wieloch, 2014b). Opis algorytmu dla reguły CMJ zamieszczono poniżej.

Algorytm dla reguły CMJ

Krok 1. Dla każdej decyzji wyznaczamy wskaźnik J_j^C , który oznacza najniższy skumulowany względny zysk związany z wariantem A_j . Korzystamy ze wzorów:

$$J_j^C = \min_i \{t_{i,j}^C\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.114)$$

$$t_{i,j}^C = n \cdot a_{i,j} - \sum_{j=1}^n a_{i,j}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.115)$$

gdzie:

n – liczba decyzji,

$a_{i,j}$ – wypłata przy wyborze decyzji A_j i wystąpieniu scenariusza S_i ,

m – liczba stanów natury,

$t_{i,j}^C$ – suma wszystkich różnic pomiędzy wypłatą $a_{i,j}$ a pozostałymi wynikami występującymi w ramach scenariusza S_i .

Krok 2. Wybieramy wariant spełniający założenie:

$$J_{j^*}^C = \max_j J_j^C. \quad (2.116)$$

Jak widać, reguła CMJ różni się tym od pierwotnej techniki MJ i zasady Savage'a, że polega na obliczaniu różnic między konkretnym wynikiem a wszystkimi pozostałymi wypłatami związanymi z danym stanem, podczas gdy reguły klasyczne skupiają się tylko na ustaleniu odległości rozpatrywanego wyniku od wypłaty najgorszej (reguła *max-min joy*) lub najlepszej (reguła Savage'a). Dzięki powyższej modyfikacji otrzymujemy bardziej precyzyjną informację na temat względnej pozycji poszczególnych wartości.

Powróćmy do przykładu 15 (tabela 2.22), na podstawie którego w podrozdziale 2.2.1 wykazano, że stosowanie reguły MJ może doprowadzić do uzyskania zupełnie beзуżytecznego rankingu na skutek pojawienia się zerowych wskaźników dla wszystkich opcji. Wyjaśniono również przy okazji, że taka sytuacja występuje wówczas, gdy każdy wariant decyzyjny osiąga dla co najmniej jednego stanu natury najgorszy wynik. Ranking wówczas wygenerowany wydał nam się dość nielogiczny, gdyż pierwsza decyzja uzyskiwała naprawdę wysokie wyniki, przy czym w scenariuszu, w którym miała najgorszą wypłatę, jeszcze dwie inne decyzje (A_3, A_4) osiągały ten najgorszy wynik, a pozostałe dwie decyzje (A_2 i A_5) były, owszem, od niej lepsze, ale przewaga wynosiła zaledwie 3 i 4 jednostki. W tabeli 2.44 zawarto wyniki obliczeń kroków 1 i 2. Zebrano też rankingi uzyskane za pomocą reguł klasycznych przeznaczonych dla pesymistów.

Tym razem w analizowanym przykładzie uzyskaliśmy zróżnicowane wartości wskaźników i dzięki nim możliwe było wygenerowanie bardziej użytecznego rankingu. Otrzymane wartości pokazują, że rzeczywiście każdy wariant wypada słabo co najmniej dla jednego stanu natury, lecz udało nam się zmierzyć poziom tej „słabości” i na jego podstawie uszeregować poszczególne decyzje.

Powyższa metoda ma niestety dwa ograniczenia. Może być stosowana, podobnie zresztą jak reguła MJ i reguła Savage'a, jedynie przez pesymistycznie nastawionych decydentów (maksymalizuje gwarantowaną sumę względnych odchyleń). Ponadto w wypadku zadań z bardzo zróżnicowanymi różnicami wypłat zalecana jest daleko idąca ostrożność. Przykład 24 opisany w tabelach 2.45-2.46 z pewnością nie powinien być rozwiązywany za pomocą reguły CMJ (zgodnie z jej krokami

Tabela 2.44. Przykład 15 – macierz sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (reguła CMJ)

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	131	-34	-59	-29	-9
S_2	88	-82	13	-22	3
S_3	-7	8	-7	-7	13
S_4	57	22	27	2	-108
S_5	90	-25	-5	-60	0
Minimalna suma względnych zysków J_j^C	-7	-82	-59	-60	-108
Ranking CMJ	I	IV	II	III	V
Ranking Walda	I	IV	II	III	V
Ranking Savage'a	I	IV	V	II	III
Ranking MJ	I	I	I	I	I

Tabela 2.45. Przykład 24 – macierz wypłat

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	1000	10	12	7	5
S_2	-200	8	13	8	11
S_3	-200	7	15	10	7
S_4	-200	5	8	12	5
S_5	-200	6	5	9	12

Tabela 2.46. Przykład 24 – macierz sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (reguła CMJ)

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	3966	-984	-974	-999	-1009
S_2	-840	200	225	200	215
S_3	-839	196	236	211	196
S_4	-830	195	210	230	195
S_5	-832	198	193	213	228
Minimalna suma względnych zysków J_j^C	-840	-984	-974	-999	-1009
Ranking CMJ	I	III	II	IV	V

należy wybrać decyzję A_1 , choć jest niezwykle ryzykowna). W takiej sytuacji najlepiej jest wesprzeć się dodatkowym narzędziem decyzyjnym, o którym jest mowa w podrozdziale 2.6.

Przedstawiona procedura ma też niewątpliwie zalety. Po pierwsze, charakteryzuje się wielką prostotą obliczeń. Po drugie, daje możliwość generowania rankingów uwzględniających strukturę macierzy. Pokazują to tabele 2.47-2.48 (przykład 25), które zawierają te same wypłaty co przykład 15, jednakże tutaj zmieniono kolejność wyników w ramach poszczególnych decyzji. Widzimy, że ostateczne rankingi rzeczywiście uległy zmianie. Po trzecie, pozwala na dokładniejszą ocenę pozycji danej wypłaty względem pozostałych. Pozycja ta jest mierzona nie tylko na podstawie najgorszego wyniku (patrz reguła *max-min joy*), najlepszego wyniku (patrz reguła Savage'a) czy też jakiegoś punktu referencyjnego (patrz teoria perspektywy), lecz w odniesieniu do wszystkich wypłat występujących w analizowanym scenariuszu. Jest to cecha pożądana przez decydentów. Po czwarte, w przeciwieństwie do klasycznych procedur rankingi otrzymane za pomocą reguły CMJ nie są wrażliwe na zmiany w zbiorze rozpatrywanych wa-

Tabela 2.47. Przykład 25 – macierz wypłat

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	9	3	-2	4	8
S_2	24	5	9	2	7
S_3	36	12	9	9	13
S_4	12	-10	6	-5	-21
S_5	25	2	6	1	7

Tabela 2.48. Przykład 25 – macierz sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (reguła CMJ)

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	23	-7	-32	-2	18
S_2	73	-22	-2	-37	-12
S_3	101	-19	-34	-34	-14
S_4	78	-32	48	-7	-87
S_5	84	-31	-11	-36	-6
Minimalna suma względnych zysków J_j^C	23	-32	-34	-37	-87
Ranking CMJ	I	II	III	IV	V

ariantów decyzyjnych. Oznacza to, że wykluczenie danej decyzji z tego zbioru nie wywołuje tym razem diametralnej zmiany w uszeregowaniu opcji, a więc względne pozycje zostają zachowane.

2.5.2. Hybrydy uwzględniające regułę CMJ i współczynnik pesymizmu

W podrozdziale 2.5.1 zaprezentowano autorską regułę CMJ, która jest bezpośrednią modyfikacją procedury MJ i procedury Savage'a. Oba pierwotne podejścia wspierają skrajnych pesymistów w procesie podejmowania decyzji. Dlatego też metoda będąca ich przekształceniem ma takie samo zastosowanie. Gdybyśmy jednak chcieli rozszerzyć jej obszar zastosowań tak, by mogli z niej korzystać również umiarkowani decydenci oraz optymiści, wówczas warto byłoby ideę tej metody połączyć z wybraną regułą z podrozdziału 2.3. Nie będziemy przedstawiać tutaj wszystkich możliwych kombinacji. Zakładamy, że wybór reguły, która wraz z procedurą CMJ ma utworzyć odpowiednią hybrydę, zależy już od indywidualnych preferencji decydenta (np. uwzględnienie wszystkich bądź tylko niektórych wypłat związanych z daną decyzją; uprzedni wybór scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia). Jako przykład omówimy hybrydę reguł CMJ i H+B.

Algorytm dla hybrydy CMJ i H+B

Krok 1. Ustalamy wartość współczynnika pesymizmu α podmiotu dla danej sytuacji decyzyjnej.

Krok 2. Dla każdej wypłaty $a_{i,j}$ (osiąganej przy wyborze decyzji A_j i wystąpieniu scenariusza S_i) wyznaczamy $t_{i,j}^C$, tj. sumę różnic między tą wypłatą a wszystkimi pozostałymi wynikami związanymi ze stanem S_i . Korzystamy ze wzoru (2.115).

Krok 3. Dla każdej decyzji A_j wyznaczamy nierosnący ciąg sum względnych zysków (Sq_j^C):

$$Sq_j^C = (t_{1,j}^C, \dots, t_{s,j}^C, \dots, t_{m,j}^C), \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.117)$$

gdzie:

s – numer wyrazu tego ciągu,

$$t_{s,j}^C \geq t_{s+1,j}^C \quad (s = 1, 2, \dots, m-1),$$

$t_{1,j}^C = m_j^C, t_{m,j}^C = w_j^C$, przy czym m_j^C i w_j^C to odpowiednio najwyższa i najniższa suma względnych zysków związana z opcją A_j .

Krok 4. Dla każdej decyzji obliczamy wskaźnik $hb(C)_j$, (tj. $hb(C)_j^p$, $hb(C)_j^o$ lub $hb(C)_j^{0,5}$, w zależności od parametru α).

1) Jeżeli $\alpha \in]0,5, 1]$, obliczamy wskaźnik $hb(C)_j^p$ zgodnie ze wzorem:

$$hb(C)_j^p = \frac{\alpha_p \cdot t_{m,j}^C + \beta_p \cdot \sum_{s=1}^{m-1} t_{s,j}^C}{(m-1)(1-\alpha_p) + \alpha_p}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.118)$$

gdzie:

α_p – współczynnik pesymizmu dla pesymisty,
 β_p – współczynnik optymizmu dla pesymisty,
 m – liczba scenariuszy.

2) Jeżeli $\alpha \in [0, 0,5[$, obliczamy wskaźnik $hb(C)_j^o$ zgodnie ze wzorem:

$$hb(C)_j^o = \frac{\alpha_o \cdot \sum_{s=2}^m t_{s,j}^C + \beta_o \cdot t_{1,j}^C}{(m-1) \cdot \alpha_o + 1 - \alpha_o}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.119)$$

gdzie α_o i β_o to odpowiednio współczynnik pesymizmu i współczynnik optymizmu dla optymisty.

3) Jeżeli $\alpha = 0,5$, obliczamy dla każdej decyzji wskaźnik $hb(C)_j^{0,5}$, korzystając ze wzoru:

$$hb(C)_j^{0,5} = hb(C)_j^p = hb(C)_j^o = b(C)_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.120)$$

gdzie $b(C)_j$ to wskaźnik Bayesa będący średnią wszystkich sum względnych zysków.

Krok 5. Wybieramy tę strategię, która spełnia warunek:

$$hb(C)_{j^*} = \max_j \{hb(C)_j\}. \quad (2.121)$$

W celu zilustrowania powyższej metody powrócimy do przykładu 22 (tabela 2.32), na podstawie którego omówiono poszczególne kroki reguł decyzyjnych prezentowanych w podrozdziałach 2.3 i 2.4. Krok 1 nie jest tu istotny, ponieważ będziemy rozpatrywać różne typy decydentów. W kroku 2 powyższej hybrydy obliczamy sumy względnych zysków $t_{i,j}^C$ (tabela 2.49). Omawianie kolejnych kroków pomijamy, gdyż przypominają one mocno kroki 2-4 reguły H+B. W tabeli 2.50 zebrano rozwiązania dla różnych wartości współczynnika pesymizmu.

Tabela 2.49. Przykład 22 – macierz wypłat i sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (hybryda CMJ i H+B)

Stan	Decyzja					
	Wypłaty			Sumy względnych zysków		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	2	8	3	-7	11	-4
S_2	-1	0	7	-9	-6	15
S_3	0	7	6	-13	8	5
S_4	10	7	1	12	3	-15
S_5	3	6	6	-6	3	3

Tabela 2.50. Przykład 22 – wskaźniki $hb(C)$, dla $\alpha \in [0, 1]$ (hybryda CMJ i H+B)

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	12,0	11,0	15,0
0,05	8,4	9,4	11,9
0,10	5,6	8,2	9,5
0,15	3,4	7,3	7,7
0,20	1,6	6,5	6,1
0,25	0,1	5,9	4,9
0,30	-1,1	5,3	3,8
0,35	-2,2	4,9	2,9
0,40	-3,1	4,5	2,1
0,45	-3,9	4,1	1,4
0,50	-4,6	3,8	0,8
0,55	-5,0	3,4	0,1
0,60	-5,4	2,9	-0,6
0,65	-5,8	2,4	-1,5
0,70	-6,4	1,7	-2,5
0,75	-7,0	1,0	-3,7
0,80	-7,8	0,1	-5,1
0,85	-8,7	-0,9	-6,8
0,90	-9,8	-2,2	-8,9
0,95	-11,2	-3,9	-11,6
1,00	-13,0	-6,0	-15,0

Tabela 2.51. Przykład 26 – macierz wypłat i sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) – (hybryda CMJ i H+B)

Stan	Decyzja					
	Wypłaty			Sumy względnych zysków		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	2	8	3	-7	11	-4
S_2	-1	7	7	-16	8	8
S_3	0	7	6	-13	8	5
S_4	10	0	1	19	-11	-8
S_5	3	6	6	-6	3	3

Tabela 2.52. Przykład 26 – wskaźniki $hb(C)_j$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (hybryda CMJ i H+B)

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	19,0	11,0	8,0
0,05	13,9	9,4	6,4
0,10	9,9	8,2	5,2
0,15	6,8	7,3	4,3
0,20	4,3	6,5	3,5
0,25	2,1	5,9	2,9
0,30	0,4	5,3	2,3
0,35	-1,1	4,9	1,9
0,40	-2,5	4,5	1,5
0,45	-3,6	4,1	1,1
0,50	-4,6	3,8	0,8
0,55	-5,1	3,2	0,4
0,60	-5,6	2,5	0,0
0,65	-6,3	1,6	-0,5
0,70	-7,0	0,7	-1,1
0,75	-7,9	-0,4	-1,7
0,80	-8,9	-1,8	-2,5
0,85	-10,1	-3,3	-3,4
0,90	-11,6	-5,3	-4,6
0,95	-13,5	-7,8	-6,1
1,00	-16,0	-11,0	-8,0

Na pierwszy rzut oka zaskakujące może być to, że tym razem skrajnemu optymiście rekomendowana jest decyzja A_3 , której wypłata maksymalna nie jest największą wypłatą w całej macierzy. Jest to jednak zrozumiałe, gdyż w wypadku hybrydy CMJ i H+B przyjmujemy zupełnie odmienne wstępne założenia. Decydentowi zależy tutaj na tym, by w ramach poszczególnych scenariuszy uzyskać jak najlepszy względny wynik. Wypłata $a_{2,3} = 7$ nie jest globalnie bardzo atrakcyjna, lecz dotyczy ona akurat scenariusza S_2 , w którym pozostałe wyniki są najgorsze w całej macierzy i to właśnie konkurencyjna pozycja owej wypłaty sprawia, że opcja A_3 dla niskich wartości współczynnika pesymizmu ma szansę na pierwsze miejsce w rankingu.

Z drugiej strony wystarczy dokonać drobnych zmian w macierzy wypłat, na przykład przedstawiając wypłaty $a_{2,2}$ i $a_{4,2}$ (tabela 2.51, przykład 26), aby otrzymać rankingi niemalże identyczne z tymi, które uzyskano, stosując regułę H+B dla przykładu 22 (tabela 2.52). Jeżeli decydentowi zależy na rekomendacjach uwzględniających nie tylko jego nastawienie do ryzyka, lecz także strukturę macierzy wypłat, to hybryda CMJ i H+B spełnia te oczekiwania.

2.5.3. Hybrydy uwzględniające normalizację wypłat i współczynnik pesymizmu

W poprzednim podrozdziale mowa była o hybrydach, które jednocześnie biorą pod uwagę stosunek decydenta do ryzyka i strukturę macierzy wypłat, tj. względną pozycję poszczególnych wyników. W podrozdziale 2.5.1 wspominaliśmy jednak, że reguła CMJ (a więc także wszelkie hybrydy na niej oparte) powinna być stosowana niezwykle ostrożnie w wypadku mocno zróżnicowanych rozstępów wypłat (patrz przykład 24). Dlatego kolejną propozycją, jeszcze bardziej modyfikującą oryginalne reguły *max-min joy* i Savage'a, jest uwzględnienie pozycji wypłat na podstawie normalizacji wartości, a nie sum względnych zysków. Normalizacja nie dotyczy oceny pozycji danej wypłaty względem wszystkich wypłat dotyczących danego stanu natury, lecz w stosunku do dwóch wyników: najlepszego i najgorszego. Podobne podejście zostało po raz pierwszy zaproponowane przez autorkę (Gaspars-Wieloch, 2018). Oczywiście, technikę normalizacji można połączyć z dowolną regułą omówioną w podrozdziale 2.3. Tutaj jako przykład podamy kroki metody APO(norm) odwołującej się do reguły APO (podrozdział 2.3.2).

Algorytm dla reguły APO(norm)

Krok 1. Ustalamy wartość współczynnika pesymizmu α decydenta dla danej sytuacji decyzyjnej.

Krok 2. Dla każdej wypłaty wyznaczamy wskaźnik normalizacji $N_{i,j}$ według wzoru:

$$N_{i,j} = \frac{a_{i,j} - \min_j \{a_{i,j}\}}{\max_j \{a_{i,j}\} - \min_j \{a_{i,j}\}}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.122)$$

gdzie:

m – liczba scenariuszy,

n – liczba decyzji.

Krok 3. Dla każdej decyzji A_j wyznaczamy nierosnący ciąg wskaźników normalizacji (Sq_j^N) według wzoru:

$$Sq_j^N = (N_{1,j}, \dots, N_{s,j}, \dots, N_{m,j}), \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.123)$$

gdzie:

s – numer wyrazu tego ciągu,

$N_{s,j} \geq N_{s+1,j}$ ($s = 1, 2, \dots, m-1$),

$N_{1,j} = m_j^N$, $N_{m,j} = w_j^N$, przy czym m_j^N i w_j^N to odpowiednio najwyższy i najniższy wskaźnik normalizacji związany z opcją A_j .

Krok 4. Obliczamy wartość parametru C , który oznacza liczebność (moc) podzbioru dobrych i podzbioru złych wyników w ciągu:

$$C = \max \{1, \lceil m \cdot \min \{\alpha, 1 - \alpha\} \rceil\}. \quad (2.124)$$

Krok 5. Dla każdego wariantu ustalamy średnią dobrych wyników ($A(N)_j^{I, \max}$) i średnią złych wyników ($A(N)_j^{I, \min}$), korzystając z formuł:

$$A(N)_j^{I, \max} = \frac{1}{C} \sum_{s=1}^C N_{s,j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.125)$$

$$A(N)_j^{I, \min} = \frac{1}{C} \sum_{s=m-C+1}^m N_{s,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.126)$$

Krok 6. Dla każdej decyzji obliczamy wartość wskaźnika APO(N) na podstawie zależności:

$$H(N)_j^I = \alpha \cdot A(N)_j^{I, \min} + (1 - \alpha) \cdot A(N)_j^{I, \max}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.127)$$

gdzie $H(N)_j^I$ oznacza wskaźnik APO(N) dla decyzji A_j .

Krok 7. Wybieramy strategię spełniającą warunek:

$$H(N)_{j^*}^I = \max_j \{H(N)_j^I\}. \quad (2.128)$$

- a) Jeżeli zbiór decyzji, dla których zachodzi powyższe założenie, nie jest jednoelementowy, wybieramy tę opcję należącą do wspomnianego zbioru, która ma mniej zerowych wskaźników normalizacji (w wypadku pesymisty) lub więcej jedynkowych wskaźników normalizacji (w wypadku optymisty).
- b) Jeżeli istnieją decyzje, których wartość wskaźnika $H(N)_j^I$ jest bardzo bliska optymalnej wartości tego wskaźnika, warto także i te warianty uwzględnić przy dokonywaniu ostatecznego wyboru.

W kroku 2 powyższej procedury podano wzór normalizacyjny dla kryteriów maksymalizowanych. W wypadku kryteriów minimalizowanych pierwotne wypłaty przekształcane są według wzoru (zob. Ravindran, 2008):

$$N_{i,j} = \frac{\max_j \{a_{i,j}\} - a_{i,j}}{\max_j \{a_{i,j}\} - \min_j \{a_{i,j}\}}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n. \quad (2.129)$$

Wzory (2.122) i (2.129) pozwalają ukazać pozycję danego wyniku na tle maksymalnej i minimalnej wypłaty dotyczącej konkretnego scenariusza – punktem odniesienia nie są globalnie największe i najmniejsze wypłaty. Konstrukcja formuł (2.123) i (2.129) daje możliwość „nagrodzenia” („ukarania”) wyniku, który jest najlepszy (najgorszy) w ramach danego stanu natury. Może się więc zdarzyć taka sytuacja decyzyjna, w której tej samej wartości raz zostanie przyporządkowany wskaźnik normalizacji równy 1, a raz równy 0, w zależności od tego, gdzie ta wartość mieści się w macierzy.

Krok 7a ma stanowić dodatkowe zabezpieczenie dla skrajnych pesymistów, na wypadek gdyby wszystkie decyzje były najgorsze co najmniej dla jednego stanu natury. Pamiętajmy, że reguła *max-min joy* plasuje w takiej sytuacji wszystkie opcje na tej samej, pierwszej pozycji w rankingu, gdyż wszystkie wskaźniki J_j są zerowe. Tu jednak proponujemy wprowadzenie pewnej prostej modyfikacji, dzięki której będzie można zróżnicować lokaty poszczególnych wariantów w rankingu i jednocześnie nagrodzić te decyzje, które najrzadziej (tj. dla najmniejszej liczby scenariuszy) odnotowują względnie najniższe wypłaty. Analogicznie można wyjaśnić zabezpieczenie wprowadzone dla optymistów – dzięki niemu decydom o takiej naturze zostanie zaproponowana opcja, która najczęściej (tzn. dla największej liczby scenariuszy) uzyskuje względnie najlepsze wyniki.

Sposób, w jaki należy korzystać z reguły APO(norm), zaprezentujemy, korzystając z danych przykładu 22. Krok 1 pomijamy, gdyż będziemy rozpatrywać różne typy decydentów. Tabela 2.53 zawiera obliczone wartości wskaźników normalizacji (krok 2).

Tabela 2.53. Przykład 22 – macierz wypłat i wskaźników normalizacji ($N_{i,j}$) (reguła APO(norm))

Stan	Decyzja					
	Wypłaty			Wskaźniki normalizacji		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	2	8	3	0,00	1,00	0,17
S_2	-1	0	7	0,00	0,13	1,00
S_3	0	7	6	0,00	1,00	0,86
S_4	10	7	1	1,00	0,67	0,00
S_5	3	6	6	0,00	1,00	1,00

Dalszych kroków nie omawiamy szczegółowo, ponieważ sama procedura APO została już dokładnie przedstawiona w podrozdziale 2.3.2. W tabeli 2.54 ujęto zestawienie wyników dla różnych poziomów współczynnika pesymizmu. Takich rankingów nie wygenerowano jeszcze za pomocą jakiegokolwiek dotychczas prezentowanej reguły. Są one zupełnie inne, lecz logiczne z punktu widzenia wstępnie przyjętych założeń. W wypadku skrajnego optymizmu rzeczywiście druga decyzja jest warta zarekomendowania, gdyż osiąga ona najczęściej wskaźniki normalizacji równe jedności. Ten wariant jest również najlepszy dla umiarkowanych decydentów, dla których istotna jest średnia pozycja danej decyzji. Wreszcie okazuje się, że opcja A_2 jest też najwłaściwszym rozwiązaniem dla skrajnego pesymisty, który unika decyzji charakteryzujących się częstymi zerowymi wskaźnikami normalizacji. W tabeli 2.54 ujęto dodatkowo w nawias te wartości wskaźnika $H(N)_j^I$, które są tylko minimalnie niższe od maksymalnych wartości. W kroku 7b badano więc także, dla niskiego poziomu współczynnika ostrożności, atrakcyjność wariantów A_1 i A_3 . Nie zostały one jednak ostatecznie wybrane z powodu mniejszej liczby jedynkowych wskaźników normalizacji.

Przypomnijmy, że w podrozdziale 2.5.2 analizowano także przykład 26 łudzaco podobny do przykładu 22 – przedstawione zostały jedynie dwie wypłaty dotyczące decyzji A_2 . Powróćmy na chwilę do niego, by sprawdzić, jak owa zmiana struktury macierzy wypłat wpłynie na końcowe rankingi uzyskane z wykorzystaniem reguły APO(norm) (tabele 2.55-2.56).

Tabela 2.54. Przykład 22 – wskaźniki $H(N)_j^I$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła APO(norm))

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	(1,00)	1,00	(1,00)
0,05	(0,95)	0,96	(0,95)
0,10	(0,90)	0,91	(0,90)
0,15	(0,85)	0,87	(0,85)
0,20	0,80	0,83	0,80
0,25	0,38	0,85	0,77
0,30	0,35	0,82	0,73
0,35	0,33	0,79	0,68
0,40	0,30	0,76	0,63
0,45	0,18	0,82	0,68
0,50	0,17	0,80	0,65
0,55	0,15	0,78	0,62
0,60	0,20	0,64	0,45
0,65	0,18	0,61	0,40
0,70	0,15	0,58	0,36
0,75	0,13	0,55	0,31
0,80	0,20	0,30	0,20
0,85	0,15	0,26	0,15
0,90	0,10	0,21	0,10
0,95	0,05	0,17	0,05
1,00	0,00	0,13	0,00

Dla skrajnego optymisty nic się nie zmienia. Przy wzroście współczynnika pesymizmu coraz większego znaczenia nabiera średnia pozycja wypłat (cel ten najlepiej jest realizowany przez wariant A_2), a przy bardzo wysokich wartościach tego parametru zasadnicza kwestia to minimalizacja liczby lokalnie najgorszych wypłat (to kryterium najlepiej realizuje wariant A_3). W przykładzie 26 zastosowanie kroku 7b przyczyniło się do korekty ostatecznych wyborów w przypadku $\alpha \in [0,05, 0,20]$. Choć dla tego poziomu współczynnika pesymizmu wyższe wartości wskaźnika $H(N)_j^I$ osiąga ostatnia decyzja, w końcowej fazie procedury rekomendowana jest opcja druga, gdyż osiąga one najwyższe wypłaty aż dla czterech stanów natury.

Tabela 2.55. Przykład 26 – macierz wypłat i wskaźników normalizacji ($N_{i,j}$) – (reguła APO(norm))

Stan	Decyzja					
	Wypłaty			Wskaźniki normalizacji		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	2	8	3	0,00	1,00	0,17
S_2	-1	7	7	0,00	1,00	1,00
S_3	0	7	6	0,00	1,00	0,86
S_4	10	0	1	1,00	0,00	0,10
S_5	3	6	6	0,00	1,00	1,00

Tabela 2.56. Przykład 26 – wskaźniki $H(N)_j^I$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła APO(norm))

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	(1,00)	1,00	(1,00)
0,05	(0,95)	0,95	(0,96)
0,10	(0,90)	0,90	(0,91)
0,15	(0,85)	0,85	(0,87)
0,20	(0,80)	0,80	(0,82)
0,25	0,38	0,88	0,78
0,30	0,35	0,85	0,74
0,35	0,33	0,83	0,70
0,40	0,30	0,80	0,65
0,45	0,18	0,85	0,69
0,50	0,17	0,83	0,66
0,55	0,15	0,82	0,63
0,60	0,20	0,70	0,48
0,65	0,18	0,68	0,44
0,70	0,15	0,65	0,39
0,75	0,13	0,63	0,35
0,80	0,20	0,20	0,28
0,85	0,15	0,15	0,24
0,90	0,10	0,10	0,19
0,95	0,05	0,05	0,15
1,00	0,00	0,00	0,10

Na koniec warto podkreślić, że zastąpienie sum względnych zysków (stosowanych w regule CMJ i hybrydzie na niej opartej) wskaźnikami normalizacji pozwala analizować także problemy decyzyjne charakteryzujące się bardziej zróżnicowanymi rozstępami wypłat. Obserwacja ta zostanie poparta analizą przykładu 24 (tabela 2.45), w którym to rozstęp wypłat decyzji A_1 jest znacznie większy aniżeli rozstępy wypłat pozostałych wariantów decyzyjnych.

Jak widać (tabela 2.57), przy stosowaniu reguły APO(norm) bardzo ryzykowny wariant A_1 , który zdobył pierwsze miejsce w rankingu wygenerowanym za pomocą metody CMJ, nie zostanie zarekomendowany skrajnemu pesymiście. Przy $\alpha = 1$ reguła APO(norm) zaproponuje decyzję A_3 , która, niezależnie od zaistniałego stanu natury, zawsze przynosi zyski.

Tabela 2.57. Przykład 24 – wskaźniki normalizacji ($N_{i,j}$) (reguła APO(norm))

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	1,000	0,005	0,007	0,002	0,000
S_2	0,000	0,977	1,000	0,977	0,991
S_3	0,000	0,963	1,000	0,977	0,963
S_4	0,000	0,967	0,981	1,000	0,967
S_5	0,000	0,972	0,967	0,986	1,000

2.5.4. Hybrydy uwzględniające punkty referencyjne i współczynnik pesymizmu

Kolejny sposób uwzględnienia struktury macierzy wypłat i nastawienia decydenta do danego problemu decyzyjnego może polegać na zastosowaniu punktu referencyjnego. Proponujemy jednak użyć tego narzędzia zupełnie inaczej aniżeli dotychczas. W literaturze znane są metody, w których wszystkie wypłaty ulegają przekształceniu na podstawie jednego, wspólnego punktu referencyjnego (Gaspars-Wieloch, 2015c; Gaspars-Wieloch i Michalska, 2016; Kahneman i Tversky, 1979; Kopańska-Bródka i Dudzińska-Baryła, 2008; Michalska, 2015; Michalska i Dudzińska-Baryła, 2015; Tversky i Kahneman, 1992). Tutaj z kolei zalecane jest przyjęcie odrębnych punktów referencyjnych dla każdego scenariusza. Uzasadnienie takiego postępowania jest następujące. W wypadku zajścia bardzo optymistycznego scenariusza dana wygrana związana z konkretną decyzją jest znacznie mniejszym „osiągnięciem” aniżeli uzyskanie tej samej wypłaty w ramach bardziej pesymistycznego scenariusza. Stąd poprzeczka w postaci punktu referencyjnego

może być ustawiona wyżej dla optymistycznych stanów natury i odpowiednio (tj. według uznania decydenta) niżej dla gorszych scenariuszy. Propozycję zastosowania punktów referencyjnych w taki właśnie sposób po raz pierwszy opisała Gaspars-Wieloch (2018). Punkty referencyjne mogą wzbogacić dowolną metodę opisaną w podrozdziale 2.3. Tu przykładowo podajemy kroki dla reguły H+B(ref), choć ze względu na wiele analogii poszczególne kroki nie będą już szczegółowo prezentowane.

Algorytm dla reguły H+B(ref)

Krok 1. Określamy współczynnik pesymizmu α decydenta.

Krok 2. Dla każdego stanu natury wyznaczamy punkty referencyjne r_i oraz ustalamy względne wypłaty $a_{i,j}^r$ zgodnie ze wzorem:

$$a_{i,j}^r = a_{i,j} - r_i \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n. \quad (2.130)$$

Kroki 3-5. Wykonujemy kroki 2-4 reguły decyzyjnej H+B (podrozdział 2.3.1) dla macierzy względnych wypłat. Stosujemy odpowiednio inne oznaczenia: Sq_j^r , $a_{s,j}^r$, m_j^r i w_j^r , $hb(r)_j$, $hb(r)_j^p$, $hb(r)_j^o$, $hb(r)_j^{0,5}$, $b(r)_j$, $hb(r)_j^*$.

Regułę H+B(ref) omówimy, korzystając z przykładu 27 (tabela 2.58). W przeciwieństwie do przykładu 22, będącego materiałem ilustracyjnym dla prawie wszystkich autorskich reguł opisanych w poprzednich podrozdziałach rozdziału 2, przykład 27 charakteryzuje się bardzo zróżnicowanymi zakresami wypłat, w zależności od badanego scenariusza. Stan S_1 jest wyraźnie najlepszy (wszystkie jego wypłaty przekraczają wyniki występujące w pozostałych stanach), natomiast stan

Tabela 2.58. Przykład 27 – macierz wypłat oraz względnych zysków i strat ($a_{i,j}^r$) – (reguła H+B(ref))

Stan	Decyzja					
	Wypłaty			Wskaźniki normalizacji		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	18	12	13	3	-3	-2
S_2	-1	-3	4	-4	-6	1
S_3	0	8	6	-6	2	0
S_4	10	5	1	4	-1	-5
S_5	4	10	9	-2	4	3

S_2 nie jest wprawdzie całkowicie zdominowany przez inne scenariusze, lecz i tak wypada słabo. Zwłaszcza w takiej sytuacji decyzyjnej różnicowanie punktów referencyjnych ma sens. W niniejszym podrozdziale będziemy również rozpatrywać różne temperamenty, dlatego krok 1 procedury H+B(ref) pomijamy. W kroku 2 określamy poziomy punktów referencyjnych (np. $r_1 = 15$, $r_2 = 3$, $r_3 = 6$, $r_4 = 6$, $r_5 = 6$), a następnie obliczamy względne zyski i straty (tabela 2.58). Tabela 2.59 zawiera zestawienie końcowych wyników dla różnych poziomów współczynnika pesymizmu.

Zaletą powyższej reguły jest z pewnością wprowadzenie punktów referencyjnych, czyli narzędzia uwzględniającego indywidualne preferencje decydenta i pozwalającego ocenić użyteczność poszczególnych wypłat na tle pozostałych wyników występujących w danym scenariuszu. Procedura ta wymaga jednak, podobnie jak

Tabela 2.59. Przykład 27 – wskaźniki $hb(r)_j$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła H+B(ref))

Współczynnik pesymizmu	Decyzja		
	A_1	A_2	A_3
0,00	4,0	4,0	3,0
0,05	2,9	3,0	2,2
0,10	2,1	2,2	1,6
0,15	1,4	1,5	1,1
0,20	0,9	1,0	0,8
0,25	0,4	0,6	0,4
0,30	0,1	0,2	0,2
0,35	-0,3	-0,1	-0,1
0,40	-0,5	-0,4	-0,3
0,45	-0,8	-0,6	-0,4
0,50	-1,0	-0,8	-0,6
0,55	-1,2	-1,0	-0,8
0,60	-1,5	-1,3	-1,0
0,65	-1,7	-1,6	-1,2
0,70	-2,1	-1,9	-1,5
0,75	-2,4	-2,3	-1,9
0,80	-2,9	-2,8	-2,3
0,85	-3,4	-3,3	-2,7
0,90	-4,1	-4,0	-3,3
0,95	-4,9	-4,9	-4,0
1,00	-6,0	-6,0	-5,0

reguła SAPO (podrozdział 2.3.3), nieco większego zaangażowania ze strony decydenta, ponieważ to on sam musi się dokładniej przyjrzeć macierzy wypłat i zdefiniować poziomy punktów referencyjnych.

2.5.5. Konkluzje

W podrozdziale 2.5 zaprezentowano takie procedury, które uwzględniają w generowanych rankingach nie tylko nastawienie decydenta do danego problemu (wyjątek stanowi reguła CMJ, podrozdział 2.5.1), lecz także informację o pozycjach poszczególnych wypłat względem pozostałych wyników w ramach konkretnego stanu natury. Nie przedstawiono wszystkich możliwych hybryd, ale zasygnalizowano, że regułę CMJ, technikę normalizacyjną oraz punkty referencyjne można połączyć z dowolną zasadą omówioną w podrozdziale 2.3. Warto więc może doprecyzować, że taką hybrydę jesteśmy w stanie też utworzyć z uwzględnieniem reguły SF+AS(p) (podrozdział 2.4.1), lecz zaleca się określenie zbioru scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia przed obliczaniem sum względnych zysków, wyznaczaniem wskaźników normalizacji czy też ustalaniem względnych wypłat na podstawie punktów referencyjnych.

W żadnym z proponowanych podejść nie występuje problem bezużytecznych rankingów charakterystyczny dla reguły *max-min joy* i polegający na pojawieniu się zerowych wskaźników dla wszystkich wariantów decyzyjnych.

Jeżeli chodzi natomiast o możliwość uzyskania odwróconego rankingu na skutek wykluczenia jednej z rozpatrywanych dotychczas opcji lub dodania nowego wariantu, to takie „ryzyko” istnieje, lecz tylko w wypadku korzystania ze wskaźników normalizacji – są one bowiem, jako jedyne, obliczane na podstawie skrajnych wartości występujących w danym scenariuszu (podrozdział 2.5.3). Warto jednak podkreślić, że ta cecha nie jest do końca wadą. Jeżeli decydentowi bardzo zależy na uwzględnieniu informacji o lokalnej konkurencyjności poszczególnych wypłat, to taka wrażliwość rankingów jest uzasadniona.

W podrozdziale 2.5 skoncentrowaliśmy się na regułach wspierających poszukiwanie odpowiedniej strategii czystej. Na ich podstawie można jednak rozwinąć procedury umożliwiające wyznaczenie stosownej strategii mieszanej. Na przykład sumy względnych zysków w regule CMJ mogą posłużyć jako parametry warunków w modelu (2.15)-(2.18) (reguła dla pesymistów), a wskaźniki $hb(C)_j$, $H(N)_j^I$ czy też $hb(r)_j$ można wykorzystać jako wagi funkcji celu w modelu (2.22)-(2.24).

2.6. Zróżnicowane rozstępy wypłat i zerowe wartości ekstremalne

Wielokrotnie wspomniano w pracy o problemie związanym ze zróżnicowanymi rozstępami wypłat dla poszczególnych decyzji oraz o tym, że wielu reguł decyzyjnych nie można stosować, jeżeli taka sytuacja się pojawi. Na przykład według reguły Hurwicza dwie opcje o skrajnych wypłatach 1 i 5 oraz $-10\,000$ i $400\,009$ przy współczynniku pesymizmu $\alpha = 0,8$ otrzymują takie same wartości wskaźnika $h_j = 1,8$, choć drugi wariant jest znacznie bardziej ryzykowny. Z kolei zgodnie z regułą APO (podrozdział 2.3.2) dwie opcje o wypłatach 2, -1 , 0, 10 i 3 oraz 3, 150, 6, -36 i 6 przy $\alpha = 0,8$ również uzyskają identyczne wartości wskaźnika $H_j^I = 1,2$, mimo że druga decyzja wiąże się z o wiele większym ryzykiem. Widzimy więc, że dwie opcje mogą zająć takie samo miejsce w rankingu nawet wówczas, gdy jedna z nich charakteryzuje się znacznie bardziej stabilnymi wypłatami aniżeli ta druga. W przypadku skrajnego optymisty takie zjawisko nie jest może zbyt niepokojące. Gdy jednak mamy do czynienia z pesymistą (np. $\alpha = 0,8$), powinniśmy dysponować jakimś narzędziem pomocniczym, które by eliminowało warianty decyzyjne o zbyt dużych rozstępach.

Takie dodatkowe kryteria występują już w regułach SF+AS(p) i SF+AS(m) prezentowanych w podrozdziale 2.4. Ich zadaniem jest wykluczenie tych opcji, które nie mają odpowiedniej liczby wypłat na określonym poziomie, przy czym im większym stopniem pesymizmu charakteryzuje się decydent, tym więcej takich wyników powinien posiadać dany wariant.

Reguły wymagające wsparcia w tym zakresie to klasyczne reguły decyzyjne (reguła Hurwicza, reguła Bayesa), procedury H+B, APO, SAPO, CMJ oraz hybrydy wykorzystujące CMJ, technikę normalizacyjną lub punkt referencyjny.

Do wymienionych metod można dołączyć jeszcze jeden krok następującej treści (Gaspars-Wieloch, 2017f): Jeżeli istnieje więcej niż jedna decyzja A_j^* spełniająca postawione kryterium (tj. maksymalizację wartości danego wskaźnika), wybieramy tę opcję (A_j^{**}), która spełnia warunek:

$$A_j^{**} = \arg \min_{j^*} (\sigma_{j^*}), \quad (2.131)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (a_{i,j} - \bar{a}_j)^2}, \quad (2.132)$$

gdzie:

σ_{j^*} – odchylenie standardowe wypłat dotyczących decyzji A_j^* ,

\bar{a}_j – średnia jej wypłat.

Powyższe kryterium warto stosować nie tylko dla wariantów najlepiej realizujących kryteriów główne, lecz także dla opcji, których wskaźniki są odpowiednio bliskie najlepszej wartości (tę odległość powinien już indywidualnie ustalić każdy decydent). W ten sposób jesteśmy w stanie wybrać wariant o bardziej stabilnych wypłatach, co ma znaczenie zwłaszcza w wypadku pesymistów (Gaspars-Wieloch, 2017f).

Poniżej prezentujemy trzy krótkie przykłady, w których ostateczny wybór dokonuje się dopiero po wykorzystaniu kryterium pomocniczego.

Stosując regułę Hurwicza (przykład 22, tabela 2.35) dla $\alpha = 0,6$, uzyskujemy identyczne najwyższe wskaźniki dla dwóch decyzji $h_1 = h_3 = 3,4$. Jednakże dla pierwszej z nich $\sigma_{1*} = 4,3$, a dla drugiej $\sigma_{3*} = 2,5$. Decydent może w tym momencie sam określić, na jaki poziom odchylenia wyraża zgodę.

Z kolei, korzystając z zasady H+B (przykład 22, tabela 2.34) dla $\alpha = 0,85$, uzyskujemy te same maksymalne wskaźniki dla dwóch wariantów $hb_2 = hb_3 = 2,9$, przy czym dla pierwszego z nich $\sigma_{2*} = 3,2$, a dla drugiego $\sigma_{3*} = 2,5$. Z względu na dość duży pesymizm podmiotu decyzyjnego pewnie lepszym rozwiązaniem będzie wybór decyzji A_3 .

Wreszcie, wykonując kolejne kroki hybrydy H+B i CMJ (przykład 22, tabela 2.52) dla $\alpha = 0,85$, otrzymujemy dwa wskaźniki o zbliżonych wartościach: $hb(C)_2 = -3,3$ i $hb(C)_3 = -3,4$. Według pierwszego kryterium należałoby więc wybrać wariant A_2 . Jednakże po zbadaniu odchylenia standardowych ($\sigma_{2*} = 3,2$, $\sigma_{3*} = 2,5$) decydent może bardziej skłonić się ku opcji A_3 .

Powyższe rozważania pozwalają nam zatem wyciągnąć następujący wniosek. Otóż stosowanie dodatkowego kryterium pomocniczego w postaci minimalizacji odchylenia wypłat od ich średniej ułatwia podejmowanie decyzji w wypadku wystąpienia więcej niż jednej opcji maksymalizującej kryterium główne (C. Ioan i G. Ioan, 2011). W literaturze można też spotkać prace, w których zaleca się stosowanie jakiejś miary rozproszenia wypłat nie tylko dla wariantów najlepszych z punktu widzenia głównego kryterium, lecz także dla pozostałych opcji (Hernández R. i in., 2018; Perez i in., 2015).

Omawiając problem związany ze zróżnicowanymi rozstępami wypłat, warto przy okazji wspomnieć w monografii o zjawisku występowania zerowych wypłat ekstremalnych dla wszystkich decyzji (Gaspars-Wieloch, 2016b). W dotychczasowych rozważaniach analizowaliśmy przykłady liczbowe pozbawione jakiegokolwiek kontekstu. W tym podrozdziale odwołamy się jednak do konkretnego problemu decyzyjnego, tj. do klasycznej wersji zagadnienia optymalizacji liczby części zamiennych (*spare parts quantity problem*)⁴³. Jak już zasygnalizowano w podrozdziale 2.2.1, dla tego problemu macierz strat związanych z niedoborem

⁴³ Opis tego zagadnienia można znaleźć na przykład w pracy Sikory (2008).

bądź nadmiarem części zapasowych w stosunku do rzeczywistego zapotrzebowania na te elementy ma zawsze na przekątnej zerowe wyniki, a pozostałe wartości są stratami, które można przedstawić w wartościach bezwzględnych (przykład 28, tabela 2.60) lub jako wartości ujemne (przykład 28, tabela 2.61).

Tabela 2.60. Przykład 28 – macierz strat ujętych w wartościach bezwzględnych (zagadnienie optymalnej liczby części zamiennych)

Stan (zapotrzebowanie)	Decyzja (podaż)				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	0	1	2	3	4
S_2	5	0	1	2	3
S_3	10	5	0	1	2
S_4	15	10	5	0	1
S_5	20	15	10	5	0

Tabela 2.61. Przykład 28 – macierz strat przedstawionych jako wartości ujemne (zagadnienie optymalnej liczby części zamiennych)

Stan (zapotrzebowanie)	Decyzja (podaż)				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	0	-1	-2	-3	-4
S_2	-5	0	-1	-2	-3
S_3	-10	-5	0	-1	-2
S_4	-15	-10	-5	0	-1
S_5	-20	-15	-10	-5	0

Gdybyśmy więc chcieli znaleźć stosowne rozwiązanie dla skrajnego optymisty na podstawie reguły max-max, to można by zadanie rozwiązać na dwa sposoby. Jeżeli zastosujemy wartości bezwzględne (sposób I), to zasadę max-max trzeba będzie dostosować do kryterium minimalizowanego, co sprowadza się do minimalizacji wypłat minimalnych (reguła min-min). Jeżeli natomiast straty podane zostaną jako wartości ujemne (sposób II), to reguła max-max nie będzie wymagała żadnych modyfikacji. Niezależnie jednak od przyjętego sposobu, w obu sytuacjach dojdziemy do etapu, na którym wszystkie decyzje, a więc wszystkie analizowane wielkości podaży części zamiennych, uzyskają ... zerowy wskaźnik. Ranking będzie zatem bezużyteczny, gdyż każdy wariant decyzyjny zajmie w nim pierwsze

miejsce, mimo że decyzje charakteryzują się mocno zróżnicowanymi rozstępami strat. W tym wypadku wskazane byłoby również wykorzystanie drugiego kryterium oceny, tj. minimalizacji odchylenia strat od średniej: $\sigma_{1*} = 7,9$, $\sigma_{2*} = 6,3$, $\sigma_{3*} = 4,0$, $\sigma_{4*} = 1,9$, $\sigma_{5*} = 1,6$. Dzięki niemu decydent optymistą nie będzie miał wątpliwości, że wśród tych pięciu rzekomo równoważnych decyzji najbardziej atrakcyjną opcją jest wariant A_5 .

O konieczności stosowania kryterium pomocniczego wspomniano już w kontekście poszukiwania strategii czystych. Nic jednak nie stoi na przeszkodzie, by to narzędzie wykorzystać przy ustalaniu optymalnej strategii mieszanej. Wystarczy wówczas dołączyć kolejny warunek do modelu optymalizacyjnego. Współczynnikami tegoż ograniczenia byłyby odchylenia obliczone dla wszystkich decyzji, a wyrazem wolnym byłby maksymalny dopuszczalny poziom odchylenia. Więcej informacji na ten temat znajdziemy w podrozdziale 4.5.

Czytając niniejszy podrozdział, można odnieść wrażenie, że powinien się on znaleźć w rozdziale dotyczącym wielokryterialnego podejmowania decyzji w warunkach niepewności (rozdział 3), gdyż oprócz kryterium głównego (tj. maksymalizacji wypłat) proponujemy drugie kryterium – minimalizację odchyłeń tychże wypłat od ich średniej. Podrozdział ten jednak nie pasuje do wspomnianego rozdziału, gdyż w trzeciej części pracy rozpatrywać będziemy sytuacje, w których problem decyzyjny jest opisany za pomocą przynajmniej dwóch macierzy wypłat, a w każdej z nich wyróżnić można zbiór decyzji i zbiór scenariuszy. Każda macierz wypłat przedstawia oddzielne kryterium (tj. odrębną cechę), np. zyski i czas.

2.7. Użyteczność

Zanim zakończymy rozważania dotyczące optymalizacji jednokryterialnej w warunkach niepewności, warto jeszcze pochylić się nad zagadnieniem związanym z użytecznością wypłat (które jest też oczywiście istotne w programowaniu wielokryterialnym). W niniejszym rozdziale tę użyteczność określano między innymi za pomocą punktu referencyjnego (podrozdział 2.5.4), sum względnych zysków (reguła CMJ i hybrydy na niej oparte, podrozdziały 2.5.1-2.5.2), techniki normalizacyjnej (podrozdział 2.5.3), liczby przypadków dominacji (reguła SF+AS(p), podrozdział 2.4.1), maksymalnych odchyłeń od wyników ekstremalnych (reguła SAPO, podrozdział 2.3.3). To są jednak tylko propozycje. Natomiast w razie zaistnienia takiej potrzeby niektóre przedstawione procedury można rozszerzyć o jeszcze jeden wstępny krok, polegający na oszacowaniu użyteczności poszczególnych wypłat na podstawie wybranej funkcji (np. quasi-liniowej, wykładniczej, logaryt-

micznej, marginalnej, potęgowej czy porządkowej). Poniżej podajemy dla przykładu postać funkcji wykładniczej (wzór 2.133) i potęgowo-logarytmicznej (wzór 2.134) (Christensen, Jorgenson i Lau, 1975; Ljungqvist i Sargent, 2004):

$$u(a_{i,j}) = \begin{cases} \frac{1 - e^{-a \cdot a_{i,j}}}{a}, & a \neq 0, \\ a_{i,j}, & a = 0, \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.133)$$

$$u(a_{i,j}) = \begin{cases} \frac{a_{i,j}^{1-\eta} - 1}{1-\eta}, & \eta \neq 1, \\ \ln(a_{i,j}), & \eta = 1, \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.134)$$

gdzie:

$u(a_{i,j})$ – użyteczność wypłaty,

a – współczynnik opisujący nastawienie decydenta do ryzyka ($a > 0$ – awersja do ryzyka, $a = 0$ – neutralność, $a < 0$ – skłonność do ryzyka),

η – parametr określający stosunek decydenta do ryzyka (im wyższa wartość współczynnika, tym większa awersja do ryzyka).

Dobrym posunięciem jest też wykorzystanie funkcji oceny sformułowanej przez twórców teorii perspektywy (Tversky i Kahneman, 1992):

$$u(a_{i,j}) = \begin{cases} -\lambda(-a_{i,j})^\beta, & a_{i,j} < 0, \\ (a_{i,j})^\delta, & a_{i,j} \geq 0, \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (2.135)$$

przy czym autorzy wspomnianej pracy zalecają przyjęcie następujących wartości: $\beta = 0,88$, $\delta = 0,88$, $\lambda = 2,25$. Szczegółowe założenia teorii perspektywy omówiono w podrozdziale 2.2.2. Tu tylko przypomnimy, że krzywa zaproponowana przez Kahnemana i Tversky'ego jest bardziej stroma w dziedzinie strat aniżeli w dziedzinie zysków, gdyż decydent mocniej odczuwa niezadowolenie ze straty o określonej wartości bezwzględnej niż zadowolenie z zysku o tej samej wartości.

Pamiętajmy jednak o tym, że decydent, wykonując kolejne kroki wybranej procedury, powinien mieć cały czas świadomość tego, czy ma do czynienia z pierwotnymi wypłatami oszacowanymi przez ekspertów, czy też z wartościami reprezentującymi indywidualną (bądź zbiorową) użyteczność tych wypłat. Ta informacja może bowiem mieć wpływ na wybór poziomu różnych parametrów, np. współczynnika pesymizmu czy też punktu referencyjnego, a więc na ostateczną decyzję.

2.8. Podsumowanie

W rozdziale 2 dokonano próby prezentacji istniejących jednokryterialnych reguł decyzyjnych wspierających poszukiwanie strategii czystej lub mieszanej w warunkach niepewności. Omówiono cechy, obszary zastosowań i mankamenty poszczególnych procedur. Następnie zaproponowano autorskie metody. Są one koncepcyjnie i metodologicznie bardzo zróżnicowane, choć we wszystkich przypadkach chodzi o ustalenie wariantu decyzji realizowanego jeden raz. Zadziwiająca może wydawać się Czytelnikowi liczba prezentowanych reguł decyzyjnych. Ma ona jednak swoje uzasadnienie. Ludzi różni między innymi stopień zaangażowania w procesie decyzyjnym, nastawienie do ryzyka, sposób traktowania przyszłych zdarzeń czy też ocena użyteczności wypłat. Dlatego też nie jesteśmy w stanie opracować uniwersalnej reguły, która zaspokoiłaby zróżnicowane potrzeby wszystkich podmiotów decyzyjnych. Proces podejmowania decyzji można zresztą śmiało przyrównać do procesu dokonywania zakupów. Obecnie klienci pragną indywidualnego traktowania. W związku z tym producenci i sprzedawcy wiele uwagi poświęcają nowemu trendowi zwanemu personalizacją produktów, która jest przeciwieństwem produkcji masowej. Drugi powód, dla którego autorka sugeruje stosowanie różnych technik decyzyjnych w zależności od okoliczności, wiąże się ze specyfiką macierzy wypłat. Mieliśmy bowiem okazję zaobserwować, jak zróżnicowane mogą być ich struktury pod względem rozstępów wypłat i asymetryczności rozkładów wyników dla poszczególnych decyzji, zakresów wartości dla rozpatrywanych scenariuszy czy też występowania wyjątkowo odległych wartości skrajnych w macierzy.

Zakończyliśmy rozważania dotyczące optymalizacji jednokryterialnej w warunkach niepewności. Nie jest to jednak koniec zagadnień wiążących się z tą tematyką, które można znaleźć w literaturze. Autorka zdaje sobie z tego sprawę, lecz z drugiej strony trudno byłoby w pracy omówić dokładnie wszystkie kwestie dotyczące wspomnianego obszaru badawczego.

Rozdział 3

WIELOKRYTERIALNE PODEJMOWANIE DECYZJI EKONOMICZNYCH

3.1. Wprowadzenie

W dotychczasowych analizach przyjęto, że decydent kieruje się jednym kryterium decyzyjnym (przedstawionym za pomocą jednej macierzy wypłat). W praktyce też tak może się zdarzyć. Często jednak podmiot decyzyjny porównuje dostępne warianty z punktu widzenia co najmniej dwóch celów. Takie działania nazywamy wielokryterialnym podejmowaniem decyzji. Proces ten jest dość skomplikowany, gdyż zazwyczaj poszczególne, często sprzeczne, cele wymagają wyboru i realizacji odmiennych wariantów decyzyjnych. Dlatego też decydent biorący pod uwagę więcej niż jedno kryterium przeważnie godzi się na jakieś rozwiązanie kompromisowe (Sikora, 2008; Trzaskalik, 2008). Wielokryterialne podejmowanie decyzji jest subdyscypliną współczesnych badań operacyjnych, uwzględniającą potrzeby i możliwości decydenta związane z subiektywną definicją problemów decyzyjnych, jego wewnętrznych celów, aspiracji oraz własnego systemu preferencji (Kaliszewski, 2006, 2008; Trzaskalik i Wachowicz, 2017; Wachowicz, 2015).

Różnorodność istniejących reguł wspierających wielokryterialne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności (*multi-criteria decision making under uncertainty*, MDMU) jest naprawdę imponująca. Obszerny przegląd modeli, metod i narzędzi wspomagających MDMU zawiera praca Durbacha i Stewarta (2012b).

Procedury te najczęściej mają elementy metod deterministycznego programowania wielokryterialnego (takich jak metakryterium czy hierarchia celów) i cechy reguł przeznaczonych do jednocelowego podejmowania decyzji w ramach problemów z niepewnymi parametrami (takich jak reguła Walda czy reguła Bayesa). W niniejszym opracowaniu nie pokazano oczywiście wszystkich możliwych hy-

bryd. Omówiono jednak rozwiązania zaproponowane w literaturze przez innych autorów, a następnie zaprezentowano autorskie pomysły.

W podrozdziale 3.2 dokonano skrótowego przeglądu istniejących wielokryterialnych metod podejmowania decyzji w warunkach niepewności. Natomiast począwszy od podrozdziału 3.3, przyjęto założenia wymienione w podrozdziale 1.4. Założono więc, że:

- a) wybrana decyzja będzie realizowana jednokrotnie,
- b) wszystkie rozpatrywane kryteria są maksymalizowane,
- c) decydent jest w stanie określić swój współczynnik pesymizmu w stosunku do danego problemu decyzyjnego,
- d) decydent potrafi podać wagi dla interesujących go kryteriów oceny wariantów decyzyjnych,
- e) analizowane problemy dotyczą gier z naturą, a nie gier z innymi graczami,
- f) znane są potencjalne scenariusze, lecz nieznanne jest prawdopodobieństwo ich wystąpienia,
- g) problem decyzyjny można przedstawić za pomocą P macierzy wypłat punktowych (gdzie P to liczba kryteriów).

Z ostatnim założeniem (g) wiąże się jeszcze jedna kwestia. Otóż optymalizacja wielocelowa może być rozpatrywana zarówno w wersji dyskretnej, jak i ciągłej. Wersja dyskretna oznacza, że zbiór możliwych decyzji jest dyskretny, skończony i znany *a priori* (przed rozwiązaniem problemu), natomiast w wersji ciągłej zbiór ten jest wyznaczony za pomocą warunków zadania programowania matematycznego. Wykorzystanie macierzy z punktowymi wypłatami oznacza oczywiście, że w dalszej części monografii rozważać będziemy jedynie dyskretną wersję optymalizacji wielocelowej.

Założenia trzecie (c) i czwarte (d) mają z kolei ścisły związek z preferencjami. Warto więc przy tej okazji wspomnieć, że Marler i Arora (2004) rozróżniają trzy kategorie wielocelowych metod optymalizacyjnych:

- a) MAP(prior) (*methods with a priori articulation of preferences*),
- b) MAP(post) (*methods with a posteriori articulation of preferences*),
- c) MNAP (*methods with no articulation of preferences*).

Kategoria metod nazwana MAP(prior) dotyczy sytuacji, w których decydent deklaruje swoje preferencje (znaczenie kryteriów, akceptowane wartości progowe, nastawienie do ryzyka itd.) przed rozwiązaniem problemu decyzyjnego. W drugim podejściu (MAP(post)) preferencje są deklarowane po wstępnym rozwiązywaniu zadania, na przykład poprzez wybór decyzji ze zbioru wariantów optymalnych w sensie Pareta. W trzecim podejściu (MNAP) preferencje decydenta nie są w ogóle definiowane. Decyzje obiektywnie najlepsze (np. warianty optymalne w sensie Pareta) są więc traktowane równoważnie. W monografii skoncentrowano się na metodach reprezentujących pierwszą (MAP(prior)) i drugą kategorię (MAP(post)).

Autorkę pracy interesowały wielokryterialne reguły decyzyjne wspierające poszukiwanie odpowiedniej strategii czystej bądź mieszanej.

Problemy, o których była mowa w rozdziale 2 (np. asymetryczność wypłat czy zróżnicowane rozstępy wypłat), mogą oczywiście także wystąpić w przypadku wielokryterialnej optymalizacji w warunkach niepewności. Nie analizowano ich jednak dogłębnie po raz drugi w rozdziale 3, gdyż propozycje zaprezentowane w poprzednim rozdziale można w podobny sposób zastosować w MDMU. Skupiono się natomiast na sprawach charakterystycznych dla sytuacji, w których podmiot decyzyjny kieruje się przy wyborze odpowiedniego wariantu co najmniej dwoma celami.

W trosce o zachowanie przyzwoitej liczby stron dla całej monografii, nie zaprezentowano przykładów liczbowych dla każdej autorskiej metody. Jednakże niektóre z nich zilustrowano w rozdziale 4, poświęconym ekonomicznym zastosowaniom proponowanych reguł decyzyjnych.

3.2. Przegląd i ocena istniejących wielokryterialnych reguł decyzyjnych

Jak już zasygnalizowano we wprowadzeniu do rozdziału 3, reguł decyzyjnych opracowanych dla MDMU jest bardzo dużo. W książce Trzaskalika (2014a) znajdziemy interesujący przegląd metod wielokryterialnego wspomaganie decyzji. Autor wymienia w niej nie tylko procedury dla zadań deterministycznych, lecz również techniki dla zadań stochastycznych i rozmytych. We wspomnianej pracy mowa jest między innymi o:

- **metodach addytywnych** (*fuzzy simple additive weighted method*, F-SAW),
- **rozwnięciach AHP**, czyli F-AHP (*fuzzy analytic hierarchy process*) (Mikhailidov i Tsvetininov, 2004) i F-ANP (*fuzzy analytic network process*) (Tzeng i Huang, 2011),
- **rozszerzeniach metod ELECTRE**⁴⁴, tj. ELECTRE I+SD i ELECTRE III+SD (Nowak, 2004b; Zarsa i Martel, 1994;), gdzie SD oznacza dominację stochastyczną,
- **rozszerzeniach metod PROMETHEE**⁴⁵, czyli PROMETHEE II+weto+SD i EXPROM⁴⁶ II+weto+SD (Nowak, 2005; Górecka, 2010),

⁴⁴ ELECTRE (fr. *elimination et choix traduisant la réalité*) to metoda wielokryterialna wykorzystująca wartości progowe równoważności i preferencji (Nowak, 2004a; Roy i Bouyssou, 1993).

⁴⁵ PROMETHEE (*preference ranking organization method for enrichment evaluations*) to metoda, w której każdemu kryterium przyporządkowana jest funkcja preferencji przyjmująca wartości z przedziału [0, 1] (Brans, 1982).

⁴⁶ EXPROM (*extension of the Promethee method*) to modyfikacja metody PROMETHEE wykorzystująca wariant idealny i antyidealny.

- **procedurach wykorzystujących punkty referencyjne**, tj. F-TOPSIS (*fuzzy technique for order preference by similarity to ideal solution*) (Jahanshahloo, Hosseinzadeh Lotfi i Izadikhah, 2006) i BIPOLAR+SD⁴⁷ (Górecka, 2009),
- **podejściach interaktywnych**: STEM-DPR (*step method for discrete decision making problems under risk*), INSDECM (*interactive stochastic decision making procedure*) i ATO-DPR (*analysis of trade-offs for discrete decision making problems under risk*) (Nowak, 2006, 2008, 2010)⁴⁸.

Przypomnijmy, że w pracy Durbacha i Stewarta (2012b) autorzy stwierdzają, że niepewność można opisać za pomocą aż pięciu różnych podejść (zob. podrozdział 1.3.2): prawdopodobieństwa i wielkości podobnych do tej miary, „wag decyzyjnych” (*decision weights*), miar ryzyka, liczb rozmytych i scenariuszy⁴⁹. Do grupy **metod wielokryterialnych opartych na prawdopodobieństwie** zaliczają oni między innymi procedury stosujące teorię oczekiwanej użyteczności (Keeney i Raiffa, 1993), porównanie parami rozkładów prawdopodobieństwa (Huang, Kira i Vertinsky, 1978; Zaraś, 2001; Zhang, Fan i Liu, 2010) oraz modele używające funkcji wiarygodności (Boujelben, De Smet, Frikha i Chabchoub, 2011; Shafer, 1976). „**Wagi decyzyjne**” (druga grupa) z kolei wprowadzono po to, by lepiej ukazać złożoność i ograniczenia ludzkiego umysłu. Są one więc ściśle związane z podejściem deskryptywnym (zob. podrozdział 1.4). Konceptji tej poświęcili prace między innymi: Abdellaoui, Bleichrodt i Paraschiv (2007), Bleichrodt, Pinto i Wakker (2001), Dyckerhoff (1994), Miyamoto i Wakker (1996), Wakker i Deneffe (1996) oraz Zank (2001). Niektóre procedury w nich opisane odwołują się do teorii perspektywy i skumulowanej teorii perspektywy (podrozdział 2.2.2). **Miar ryzyka** (trzecia grupa) użyli między innymi Ballesterro (2001), Bordley i Kirkwood (2004), De, Acharya i Sahu (1982), Durbach i Stewart (2011; 2012a), Kirkwood (1992) oraz Stewart (2005). Autorzy korzystają najczęściej z wariancji i kwantyli. Ryzyko kojarzą z rozproszeniem wyników lub z możliwością osiągnięcia negatywnych rezultatów. Według Durbacha i Stewarta (2012b) **liczb rozmytych** (grupa czwarta) w optymalizacji wielocelowej w warunkach niepewności można użyć w modelach z ważonymi addytywnymi sumami (F-SAW) (Chang i Wang, 2009; Chen i Hwang, 1992; Chu i Lin, 2009; Tzeng i Huang, 2011; Wang i Parkan, 2005), w modelach

⁴⁷ W metodzie o nazwie TOPSIS warianty decyzyjne porównywane są z abstrakcyjnymi ważonymi rozwiązaniami referencyjnymi: idealnym i antyidealnym. Natomiast w BIPOLAR porównanie decyzji odbywa się za pomocą dwubiegunowego układu referencyjnego. Metodę BIPOLAR opracowała Konarzewska-Gubała (1987a, 1987b, 1989, 1991, 2001).

⁴⁸ Podejść interaktywnych stosowanych w MDMU jest oczywiście o wiele więcej (Wojewnik i Szapiro, 2010).

⁴⁹ Zapropionowany w artykule Durbacha i Stewarta (2012b) podział metod modelowania niepewności przedstawiono już wprawdzie krótko w podrozdziale 1.3.2, jednak w tym miejscu omówiono go nieco dokładniej w kontekście optymalizacji wielocelowej.

opartych na metodach analitycznej hierarchizacji AHP⁵⁰ (Buckley, 1985; Triantaphyllou i Lin, 1996; Wang, Luo i Hua, 2008; Xu, 2000), w modelach odwołujących się do punktu idealnego (Ashtiani, Haghghirad, Makui i ali Montazer, 2009; Chen, 2000; Chu i Lin, 2003; Roszkowska i Kacprzak, 2016; Roszkowska i Wachowicz, 2015a; Tsaur i in., 2002; Walczak i Rutkowska, 2016; Wang i Elhag, 2006) oraz w modelach łączących zbiory rozmyte (*fuzzy sets*) ze zbiorami przybliżonymi (*rough sets*)⁵¹ (Greco, Matarazzo i Słowiński, 1999)⁵².

Ostatnia, piąta grupa wymieniona przez Durbacha i Stewarta (2012b) obejmuje wszystkie **procedury stosujące planowanie scenariuszowe** i to właśnie tej kategorii poświęcono najwięcej uwagi, gdyż jest ona zbieżna z założeniami przyjętymi w pracy. Przypomnijmy – celem tej książki jest omówienie reguł decyzyjnych rozwiązujących problemy przedstawione za pomocą macierzy wypłat zawierających informacje o potencjalnych decyzjach, scenariuszach i wypłatach towarzyszących każdej kombinacji ⟨scenariusz, decyzja⟩, przy czym prawdopodobieństwo wystąpienia stanów natury nie jest znane. Durbach i Stewart (2012b) twierdzą, że planowanie scenariuszowe jest bardzo pomocne w MDMU, gdyż nie wymaga ono od decydenta operowania rachunkiem prawdopodobieństwa, funkcjami przynależności czy też zbiorami rozmytymi. Jest to niezwykle istotne ułatwienie w kontekście coraz bardziej złożonej niepewności zewnętrznej (podrozdział 1.2.1). Autorzy podkreślają jedynie, że przy konstrukcji scenariuszy należy pamiętać, by były one wewnętrznie spójne.

Montibeller i Franco (2010) dodają, że zaproponowane w latach 80. ubiegłego stulecia stosowanie planowania scenariuszowego w MDMU jest doskonałą alternatywą dla teorii oczekiwanej użyteczności, z której, jak wiadomo, można korzystać jedynie w wypadku powtarzanych realizacji wybranej decyzji (Benartzi i Thaler, 1999; Lopes, 1996; Luce, 1996) oraz gdy da się określić wszystkie możliwe stany przyszłości. W niniejszej rozprawie przyjęto jednak założenie, że wybrane warianty są realizowane tylko raz (*one-shot decisions*). Ponadto ze względu na istnienie niepewności epistemicznej i aleatoryjnej dokładne ustalenie wyczerpującego zbioru potencjalnych przyszłych sytuacji jest niewykonalne.

⁵⁰ Metoda AHP (*analytical hierarchy process*) to metoda umożliwiająca, na podstawie werbalnych porównań kryteriów parami ze sobą oraz wariantów decyzyjnych ze względu na kolejne kryteria, utworzenie wektora skali, którego składowe pozwalają na porządkowanie wariantów decyzyjnych i wybór najlepszego z nich (Saaty, 1980; Trzaskalik, 2014a).

⁵¹ Zbiór rozmyty to obiekt matematyczny ze zdefiniowaną funkcją przynależności przybierającą wartości z przedziału $[0, 1]$ (Zadeh, 1965), a zbiór przybliżony to obiekt matematyczny zbudowany w oparciu o logikę trójwartościową (Pawlak, 1982).

⁵² Interesująca jest także propozycja zawarta w pracy Świtalskiego (1981), w której to zastosowano rozmyty zbiór elementów niezdominowanych w procesie optymalizacji wielokryterialnej.

W pracach Durbacha i Stewarta (2012a), Stewarta (1997) oraz Stewarta, Frencha i Riosa (2013) autorzy zastanawiają się nad tym, w jaki sposób w wypadku MDMU+SP (*multi-criteria decision making under uncertainty with scenario planning*) lub SB-MCDA (*scenario-based multi-criteria decision aid*) agregować wyniki pochodzące z różnych kryteriów i różnych scenariuszy. Rozwiązania sugerowane w literaturze są dość zróżnicowane (Bizikova i Kremer, 2015; Goodwin i Wright, 2001; Ram i in., 2010; Schroeder i Lambert, 2011).

Do metod wspierających MDMU+SP należy między innymi użyteczność oparta na addytywnej agregacji i scenariuszach (*additive aggregation giving a scenario-based utility for alternatives*) (Stewart, 2005). Występuje ona w dwóch odmianach:

$$U_j^{(scen)} = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^P w_{i,k} u_{i,k}(a_{i,j}^k), \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.1)$$

$$U_j^{(scen)} = \sum_{i=1}^m \left[\omega_i \sum_{k=1}^P w_k u_k(a_{i,j}^k) \right], \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.2)$$

gdzie:

$U_j^{(scen)}$ – użyteczność decyzji A_j ,

m – liczba scenariuszy,

P – liczba kryteriów,

$w_{i,k}$ i $u_{i,k}$ – odpowiednio waga i funkcja krańcowej użyteczności związane z kryterium K_k , pod warunkiem że zajdzie scenariusz S_i ,

$a_{i,j}^k$ – realizacja kryterium K_k przez wariant A_j , jeżeli wystąpi stan S_i ,

ω_i – waga przypisana scenariuszowi S_i .

Wzór (3.2) można stosować wówczas, gdy preferencje względem scenariuszy są stałe (Durbach i Stewart, 2012b). Dodajmy, że w tej metodzie liczba stanów natury musi być taka sama dla każdego rozpatrywanego kryterium. Podobne podejście proponują Montibeller i Franco (2010), lecz zamiast krańcowej użyteczności wprowadzają oni wartość znormalizowaną z przedziału $[0, 100]$.

Kolejne propozycje to:

- kombinacja programowania celowego z planowaniem scenariuszowym (*goal programming with scenario planning*) (Durbach i Stewart, 2003),
- analiza całkowitej wartości wielokryterialnej (*total multi-attribute value analysis*), której używają między innymi Goodwin i Wright (2001), Karvetski i Lambert (2012) oraz Phillips (1986),
- agregacja wyników względem scenariuszy za pomocą względnego prawdopodobieństwa (*results aggregation over scenarios using a relative likelihood*), (Korhonen, 2001),

- metoda oparta na przedziałach możliwych wypłat dla każdej decyzji (Montibeller i in., 2006; Ram i in., 2010),
- relacja dominacji oparta na regule Walda (Dominiak, 2006; Michnik, 2013b),
- hierarchizacja i quasi-hierarchizacja celów (Dominiak, 2006),
- funkcja odległości wyników od punktu idealnego i antyidealnego (Dominiak, 2006; Michnik, 2013b),
- relacja dominacji oparta na regule max-max (Michnik, 2013b),
- metoda interaktywna oparta na IMGP⁵³ (*interactive multiple goal programming*) i macierzy potencjału (Dominiak, 2006),
- hybryda podejścia interaktywnego i symulacji Monte Carlo (Dominiak, 2009),
- relacja dominacji na podstawie reguły Hurwicza (Michnik, 2013b).

Nie będziemy tu szczegółowo opisywać wszystkich koncepcji. Postaramy się jednak ukazać różnorodność proponowanych rozwiązań.

W metodzie opartej na programowaniu celowym (Durbach i Stewart, 2003) wybierany jest ostatecznie wariant decyzyjny spełniający warunek:

$$\min \Delta_j = \left[\sum_{i=1}^m \left[\sum_{k=1}^P [w_{i,k} \delta_{i,k,j}]^\alpha \right]^{1/\alpha} \right]^\beta, \quad (3.3)$$

gdzie:

α – parametr pozwalający określić miarę wybraną do agregacji kryteriów,
 β – parametr umożliwiający dobór metody agregacji scenariuszy (tj. normę Archimedes, gdy $\alpha = 1$, lub odległość Czebyszewa, gdy $\alpha = \infty$),

Δ_j – wskaźnik dla decyzji A_j ,

m – liczba scenariuszy,

P – liczba kryteriów,

$\delta_{i,j,k}$ – odchylenie wypłaty $a_{i,j}$ od pożądanego wyniku określonego dla danego scenariusza w ramach konkretnego kryterium ($g_{i,k}$),

$w_{i,k}$ – waga przypisana temu odchyleniu.

Propozycja Korhonen (2001) bywa krytykowana w związku z niewyczerpującym charakterem zbioru potencjalnych scenariuszy. W planowaniu scenariuszowym warunek ten nie jest konieczny, lecz w wypadku wspomnianej procedury ma on akurat znaczenie, gdyż metoda odwołuje się do prawdopodobieństwa. W pracach Durbacha i Stewarta (2012b) oraz Stewarta (2005) wspomina się o możliwości zastąpienia prawdopodobieństw względnymi wagami (*swing weights*), choć określenie ich wartości może być problematyczne.

⁵³ Opis IMGP znaleźć można w pracy Nijkampa i Spronka (1980).

Relacja dominacji z wykorzystaniem reguły Walda sprowadza się do wyłączenia rozwiązania optymalnego w sensie Pareta na podstawie minimalnych wypłat dotyczących każdej decyzji i ustalonych w obrębie każdego kryterium (Dominiak, 2006; Michnik, 2013b). Przykład 29 przedstawiony za pomocą tabel 3.1-3.4 ukazuje ideę tej metody. Pierwsze trzy tabele zawierają informacje o realizacjach trzech różnych kryteriów przez pięć wariantów decyzyjnych. W tabeli 3.4 zebrano minimalne wypłaty, z których wynika, że decyzje A_3 i A_4 są zdominowane przez A_1 , a wszystkie pozostałe opcje są optymalne w sensie Pareta: A_1, A_2 i A_5 .

Tabela 3.1. Przykład 29 – macierz wypłat – kryterium K_1

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	5	1	8	12	2
S_2	8	4	5	8	12
S_3	5	9	7	7	1
S_4	9	12	13	5	11
Wypłata minimalna	5	1	5	5	1

Tabela 3.2. Przykład 29 – macierz wypłat – kryterium K_2

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	50	100	38	12	42
S_2	35	44	53	78	72
S_3	40	90	77	97	91
S_4	70	50	23	85	51
Wypłata minimalna	35	44	23	12	42

Tabela 3.3. Przykład 29 – macierz wypłat – kryterium K_3

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	15	90	88	62	42
S_2	25	40	3	8	22
S_3	45	9	17	67	71
S_4	60	5	123	35	31
Wypłata minimalna	15	5	3	8	22

Tabela 3.4. Przykład 29 – porównanie wielokryterialne (minimalne wypłaty)

Kryterium	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
K_1	5	1	5	5	1
K_2	35	44	23	12	42
K_3	15	5	3	8	22

Hierarchizacja celów znajduje zastosowanie wówczas, gdy decydent jest w stanie ustalić kolejność kryteriów według ich ważności, np. K_1 , K_2 i K_3 (Dominiak, 2006). W tym wypadku również decyzje są podejmowane tylko na podstawie analizy wypłat minimalnych. Jeżeli przyjmiemy wspomnianą kolejność celów, to na pierwszym etapie wybrane zostaną decyzje A_1 , A_3 i A_4 (najlepiej realizują pierwsze kryterium), a na drugim etapie zwycięży opcja A_1 , gdyż spośród wcześniej wyłonionych wariantów osiąga ona najwyższą wypłatę w ramach drugiego kryterium. Wybór jednej opcji na podstawie tego celu oznacza, że etap trzeci nie jest tu w ogóle potrzebny – trzecie kryterium nie ma więc wpływu na końcową decyzję.

W quasi-hierarchizacji celów decydent określa dozwolone odchylenie od największej minimalnej wypłaty dla każdego kryterium (Dominiak, 2006). Poszczególne cele rozpatrywane są, podobnie jak w hierarchizacji celów, w odpowiedniej kolejności. Załóżmy, że owa kolejność przedstawia się następująco: K_1 , K_2 i K_3 , a akceptowane odchylenia wynoszą odpowiednio $q_1 = 2$, $q_2 = 12$ i $q_3 = 7$. Przy tak ustalonych parametrach w pierwszym etapie wyłonione zostaną decyzje: A_1 , A_3 i A_4 . Na drugim etapie zbiór obejmie już tylko warianty A_1 i A_3 , a ostatecznie wybór padnie na opcję A_1 (etap trzeci).

Reguła oparta na funkcji odległości (Dominiak, 2006) wymaga podania wag dla poszczególnych celów (ich suma musi być równa 1), np.: $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,3$ i $w_3 = 0,2$. Następnie wyznaczany jest \hat{A} , tj. „idealny punkt pesymistyczny” (*ideal pessimistic point*), którego współrzędne są równe największym minimalnym wypłatom ustalonym dla wszystkich kryteriów: $\hat{A} = [5, 44, 22]$. W kolejnym kroku należy dla każdego wariantu obliczyć wartość funkcji odległości według wzoru:

$$D(A_j, \hat{A}) = \sqrt{\sum_{k=1}^P w_k (\bar{a}_j^k - \hat{a}_k)^2}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.4)$$

gdzie:

$D(A_j, \hat{A})$ – funkcja odległości decyzji A_j od idealnego punktu pesymistycznego,
 P – liczba kryteriów,

w_k – waga kryterium K_k ,

\bar{a}_j^k – minimalna realizacja celu K_k związana z wariantem A_j ,
 \bar{a}_k – realizacja tego kryterium przez idealny punkt pesymistyczny.

Tabela 3.5 zawiera wyniki pośrednich obliczeń (tj. składniki sum będących argumentami poszczególnych pierwiastków) oraz końcowe wartości funkcji odległości dla wszystkich opcji. Na ostatnim etapie wybierana jest decyzja, dla której wyznaczony wskaźnik jest najmniejszy: A_5 .

Tabela 3.5. Przykład 29 – pośrednie obliczenia i wartości funkcji odległości

Kryterium	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
K_1	0,0	8,0	0,0	0,0	8,0
K_2	24,3	0,0	132,3	307,2	1,2
K_3	9,8	57,8	72,2	39,2	0,0
Funkcja odległości	5,84	8,11	14,30	18,61	3,03

Wszystkie cztery powyższe podejścia prezentowane przez Dominiaka (2006) biorą pod uwagę w ramach każdego celu jedynie najgorszy wynik związany z daną decyzją, co uniemożliwia ich stosowanie w wypadku umiarkowanych decydentów i optymistów. Metody te nadają się wyłącznie dla skrajnych pesymistów.

Hierarchizacja celów najczęściej sprowadza się do podejmowania decyzji opartych tylko na celu o największym znaczeniu – dzieje się tak, gdy w ramach tego kryterium zbiór wariantów o najwyższej minimalnej wypłacie jest jednoelementowy. Hierarchizacja celów nie ma więc w takich wypadkach wiele wspólnego z optymalizacją wielocelową, a pominięcie wszystkich pozostałych celów może doprowadzić do dość zaskakujących rezultatów. Pokazuje to przykład 30 (tabela 3.6). Tym razem podano tylko minimalne wypłaty związane z decyzjami. Jeżeli znów przyjmujemy następującą kolejność kryteriów: K_1 , K_2 i K_3 , to decyzja A_1 zostanie wybrana od razu w pierwszym kroku jako ostateczne rozwiązanie, mimo że realizuje ona, najgorzej ze wszystkich decyzji, kryteria K_2 i K_3 . Wybór tego wariantu może nawet doprowadzić do poniesienia straty!

Tabela 3.6. Przykład 30 – porównanie wielokryterialne (minimalne wypłaty)

Kryterium	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
K_1	5	4	4	4	4
K_2	1	100	120	130	90
K_3	-200	400	1000	300	500

Quasi-hierarchizacja celów, dzięki możliwości zadeklarowania dopuszczalnych odchyleń dla wszystkich celów (q_k), nie jest tak restrykcyjna, a więc pozwala w wielu sytuacjach (tj. gdy wartości odchyleń są odpowiednio duże) przeprowadzić analizę porównawczą wariantów nie tylko z punktu widzenia najważniejszego kryterium. Gdybyśmy w przykładzie 30 przyjęli $q_1 = 2$, $q_2 = 30$ i $q_3 = 100$, to najpierw wybrano by wszystkie decyzje (etap 1), potem zredukowano by zbiór do opcji A_2 , A_3 i A_4 (etap 2), a na końcowym etapie wygrałby wariant A_3 , który jest globalnie o wiele lepszym rozwiązaniem aniżeli decyzja A_1 wskazana za pomocą hierarchizacji celów.

Reguła korzystająca z funkcji odległości nie nadaje się zbyt do rozwiązywania problemów decyzyjnych, w których kryteria wyrażone są w różnych skalach. W przykładzie 29 rozwiązywanym tą właśnie metodą można dostrzec wspomnianą wadę procedury – o rankingu wariantów przesądzają nie tylko wagi celów, ale przede wszystkim rozstępy dotyczące poszczególnych kryteriów. Analizowana reguła powinna więc raczej być poprzedzona etapem umożliwiającym ujednoczenie celów.

Reguła, którą można byłoby zaproponować skrajnym optymistom, to podejście wykorzystujące relację dominacji i odwołujące się do zasady max-max (Michnik, 2013b). Dla przykładu 29 maksymalne wypłaty zebrano w tabeli 3.7. Rozwiązaniami optymalnymi w sensie Pareta są decyzje A_2 i A_3 .

Tabela 3.7. Przykład 29 – porównanie wielokryterialne (maksymalne wypłaty)

Kryterium	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
K_1	9	12	13	12	12
K_2	70	100	77	97	91
K_3	60	90	123	67	71

Wśród wymienionych technik dla MDMU+SP metody interaktywne opisane przez Dominiaka (2006, 2009) wyglądają bardzo obiecująco, gdyż są dość elastyczne – w ich wypadku pełna wiedza o ważności rozpatrywanych kryteriów nie jest konieczna na początku rozwiązywania problemu. Na przykład w metodzie interaktywnej zaprezentowanej przez tego autora (Dominiak, 2006) kolejne etapy wykonywane są na podstawie macierzy potencjału (*potency matrix*) zawierającej informacje o rozwiązaniu idealnie optymistycznym (według reguły max-max), idealnie pesymistycznym (według reguły max-min) i o rozwiązaniu na danym etapie pesymistycznym (według reguły min-min). Po przeanalizowaniu bieżącej macierzy potencjału decydent wybiera kryterium, którego minimalna wartość powinna być

wyższa, i ustala jej poziom. Decyzje niespełniające przyjętego warunku są usuwane ze zbioru potencjalnych wariantów, następnie generowana jest nowa macierz potencjału. Procedurę należy zakończyć, gdy wspomniany zbiór jest jednoelementowy. Jeżeli wartość progową dla danego celu ustalono zbyt rygorystycznie, tracąc w ten sposób cenne rozwiązania w zbiorze potencjalnych wariantów, omawiana reguła decyzyjna pozwala na powrót do etapu wcześniejszego i na skorygowanie swoich preferencji. Podejście interaktywne wzbogacone o symulację Monte Carlo składa się z etapów podobnych do występujących w pierwotnej metodzie interaktywnej (Dominiak, 2009). Tym razem jednak ustalane są dodatkowo rozkłady prawdopodobieństwa dla poszczególnych kryteriów. Autor pracy zakłada, że niektóre czynniki w rozwiązywanym problemie decyzyjnym są na tyle nieznane (*uncertainty factors*), że nie można dla nich ustalić prawdopodobieństwa, natomiast dla pozostałych czynników oszacowanie wielkości tej miary jest możliwe (*risk factors*)⁵⁴. Metody interaktywne nie są oczywiście pozbawione wad. Po pierwsze, wymagają dużego zaangażowania ze strony podmiotu decyzyjnego. Po drugie, podanie zbyt wysokich wartości progowych dla niektórych kryteriów może doprowadzić do wykluczenia całkiem dobrych wariantów. Po trzecie, dojście do momentu, w którym w zbiorze potencjalnych wariantów pozostanie już tylko jedna opcja, może się wiązać z koniecznością wykonania dość dużej liczby kroków.

Z punktu widzenia założeń przyjętych w niniejszej monografii technika odwołująca się do reguły Hurwicza (Michnik, 2013b) jest nam najbliższa. Przypomnijmy, że interesują nas te procedury, które mogą być stosowane zarówno przez skrajnych, jak i umiarkowanych decydentów. Reguła oparta na zasadzie Hurwicza polega na wyznaczeniu wskaźnika Hurwicza dla wszystkich decyzji w ramach poszczególnych kryteriów, zgodnie ze wzorem:

$$h_j^k = \alpha \cdot w_j^k + (1 - \alpha) \cdot m_j^k, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.5)$$

gdzie:

- w_j^k – minimalna realizacja kryterium K_k związana z decyzją A_j ,
- m_j^k – maksymalna realizacja tego celu przez wspomniany wariant decyzyjny,
- α – współczynnik pesymizmu.

W drugim kroku wyłaniany jest zbiór decyzji efektywnych (tj. optymalnych w sensie Pareta) na podstawie obliczonych wskaźników. Dla przykładu 3.1 wskaźniki Hurwicza wygenerowano w tabeli 3.8 przy założeniu, że współczynnik ostrożności decydenta wynosi 0.7. Rozwiązaniami optymalnymi w sensie Pareta są aż cztery warianty decyzyjne: A_1 , A_2 , A_3 i A_5 .

⁵⁴ Poprzez rozróżnienie czynników niepewności i czynników ryzyka Dominiak (2009) oczywiście bardziej identyfikuje się z teorią decyzji aniżeli z teorią ekonomii (zob. podrozdział 1.2.1).

Tabela 3.8. Przykład 29 – porównanie wielokryterialne (wskaźniki Hurwicza, $\alpha = 0,7$)

Kryterium	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
K_1	6,2	4,3	7,4	7,1	4,3
K_2	45,5	60,8	39,2	37,5	56,7
K_3	28,5	30,5	39,0	25,7	36,7

Zauważmy, że wszystkie omówione reguły wykorzystujące relację dominacji prowadzą do otrzymania zbioru zalecanych wariantów decyzyjnych, który zazwyczaj nie jest jednoelementowy, co z pewnością dla decydenta stanowi istotne utrudnienie w procesie podejmowania decyzji⁵⁵. W analizowanych przykładach nie uzyskaliśmy jednoznacznie konkretnej końcowej rekomendacji. Według reguły Walda, reguły max-max i reguły Hurwicza wyłoniono odpowiednio 3, 2 i 4 opcje. Michnik (2013b) zaznacza jednak, że w wypadku większej liczby niezdominowanych wariantów należy przeprowadzić drugi etap analizy, czyli zastosować dowolną metodę wielokryterialną opartą na tabeli z obliczonymi wskaźnikami.

Z powyższą kwestią wiąże się kolejny aspekt. Otóż niektóre techniki spotykają się też z krytyką ze względu na możliwość ich wykorzystania tylko wtedy, gdy rozpatrywane kryteria są niezależne (zob. podrozdział 1.3.5). Dotyczy to między innymi procedury opartej na regule Hurwicza (Michnik, 2013b), metody odwołującej się do reguły Walda, zasady max-max (Dominiak, 2006; Michnik, 2013b) oraz pierwszej odmiany użyteczności ustalonej na podstawie addytywnej agregacji i scenariuszy (Stewart, 2005). W tych podejściach dany scenariusz jest najgorszy (najlepszy) dla danej decyzji zazwyczaj tylko lokalnie, a więc tylko dla jednego z kryteriów, natomiast dla pozostałych celów skrajnymi scenariuszami (tj. najgorszym i najlepszym) są często zupełnie inne stany natury. Jeżeli tak się dzieje, to – być może nieświadomie – przyjmuje się założenie, że wystąpienie danego scenariusza w ramach analizowanego kryterium nie oznacza wcale jego jednoczesnego zajścia w ramach innego kryterium. Skoro tego wymogu nie ma, jest to równoznaczne z tym, że zbiór scenariuszy może być ustalany odrębnie dla poszczególnych celów, zatem skład i liczebność otrzymanych zbiorów mogą się diametralnie różnić. Jeżeli decydentowi zależy na tym, by uwzględnić to, że scenariusze ujęte w macierzy wypłat dla danego celu są ściśle powiązane ze scenariuszami zawartymi w macierzach wypłat dla pozostałych kryteriów, konieczny jest wybór takiej procedury, która te informacje pozwala zachować.

⁵⁵ Problem ten występuje nie tylko w regułach łączących relację dominacji z zasadą Walda, max-max czy Hurwicza (Dominiak, 2006; Michnik, 2013b), lecz także w podejściach opisanych przez Goodwina i Wrighta (2001), Montibellera i współautorów (2006) oraz Rama i współautorów (2010).

Z przeprowadzonej analizy podejść przeznaczonych do optymalizacji wielokryterialnej w warunkach niepewności wynika, że w literaturze opisano już rozmaite metody wielocelowe odwołujące się do planowania scenariuszowego i uwzględniające preferencje decydenta. Dostrzegamy jednak pewne możliwości udoskonalenia istniejących procedur bądź opracowania zupełnie nowych koncepcji. Po pierwsze, ewentualne modyfikacje mogą dotyczyć sposobu, w jaki ujmowana jest informacja o nastawieniu decydenta do ryzyka. Aktualna propozycja odwołująca się do reguły Hurwicza (Michnik, 2013b) ma, jak wiadomo, pewne ograniczenia, o których była mowa w rozdziale 2. Stosowanie tej zasady w wypadku asymetrycznych wypłat lub ich zróżnicowanych rozstępów może prowadzić do uzyskania dość zaskakujących rekomendacji. Po drugie, interesujące byłoby rozwinięcie badań w zakresie metod wspierających MDMU dla kryteriów zależnych i niezależnych w kontekście proponowanych w literaturze modeli jedno- i dwuetapowych (Durbach i Stewart, 2012b; Michnik, 2013b; Stewart, 2005). Po trzecie, w wypadku wielokryterialnego podejmowania decyzji w warunkach niepewności literatura oferuje głównie propozycje poszukiwania odpowiedniej strategii czystej. Mało jest natomiast opracowań poświęconych strategiom mieszanym⁵⁶, choć w niektórych sytuacjach ich stosowanie może się przyczynić do osiągnięcia większych zysków (Troutt i Pettypool, 1989). Po czwarte, przy tworzeniu reguł decyzyjnych warto zawsze pamiętać o tym, by kolejne kroki prowadzące do uzyskania rankingu wariantów poprzedzić ewentualnie jakimś etapem normalizacyjnym, gdy kryteria są wyrażone w różnych skalach bądź jednostkach. Ostatnia uwaga może się wydawać oczywista, lecz – jak już zdążyliśmy zauważyć – nie wszystkie istniejące procedury ten aspekt uwzględniają (w regule opartej na funkcji odległości taki etap z pewnością zwiększyłby obszar możliwych zastosowań tej koncepcji).

3.3. Modele jedno- i dwuetapowe a zależne i niezależne macierze wypłat

W podrozdziałach 1.3.5 i 3.2 zasygnalizowano, że przy wyborze odpowiedniej wielokryterialnej reguły decyzyjnej opartej na planowaniu scenariuszowym podmiot decyzyjny powinien mieć świadomość tego, z jakimi kryteriami ma do czynienia, a więc powinien wiedzieć, czy macierze wypłat opisujących kolejne cele są zależne, czy nie. Z rodzajem kryteriów ściśle jest bowiem związana metodo-

⁵⁶ Strategie mieszane rozpatrywane są w literaturze głównie w kontekście gier z drugim graczem (Czerwiński, 1972; Gilboa, 2009; Grigorieva, 2014; Ignasiak, 1996; Lozan i Ungureanu, 2013; Luce i Raiffa, 1957; Ungureanu, 2018; Voorneveld, Grahn i Dufwenberg, 2000; Voorneveld, Vermeulen i Borm, 1999).

logia ich agregacji, która z kolei jest potrzebna do ustalenia jednoznacznego rankingu wariantów.

Durbach i Stewart (2012b), Michnik (2013b) oraz Stewart (2005) wspominają o dwóch zasadniczych podejściach łączących analizę decyzyjną i planowanie scenariuszowe (MDMU+SP), tj. o klasie modeli jednoetapowych (1S) i klasie modeli dwuetapowych (2S), choć warto podkreślić jest to, że nie przesądzają oni do końca o tym, w jakich okolicznościach powinny być stosowane poszczególne modele. O tych okolicznościach jest natomiast mowa w niniejszej pracy.

Najpierw omówimy modele dwuetapowe (*2-stage models*). Ocena decyzji względem stanów i względem kryteriów jest w nich przeprowadzana osobno w oddzielnych etapach. Klasa modeli 2S dzieli się na dwie podklasy. Pierwszą z nich (podklasą 2S-CS) tworzą modele, w których na pierwszym etapie dokonujemy agregacji ocen wariantów względem kryteriów, a na drugim – względem scenariuszy. W drugiej podklasie (2S-SC) kolejność agregacji jest odwrócona. Najpierw wypłaty oceniane są względem scenariuszy, a potem według celów.

Modele jednoetapowe (*1-stage models*) polegają na utworzeniu wszystkich możliwych par kryteriów ze scenariuszami. Owe pary pełnią funkcję kryteriów, które autorzy wspomnianych prac nazywają metakryteriami (*meta-criteria, meta-attributes*). To pojęcie nie ma jednak nic wspólnego z metodą SAW (*simple additive weighted method*) polegającą na wyznaczeniu dla każdej decyzji sumy iloczynów realizacji poszczególnych kryteriów i ich wag (procedurę tę stosuje się w wypadku optymalizacji wielocelowej z deterministycznymi parametrami). Po uzyskaniu macierzy metakryteriów można zastosować dowolną procedurę wielokryterialną.

W modelach 2S-CS agregacja ocen najpierw względem kryteriów, a dopiero później względem scenariuszy, oznacza, że liczba stanów natury wyróżnionych w ramach poszczególnych celów musi być identyczna i że wypłata $a_{i,j}^k$ związana z decyzją A_j i scenariuszem S_i dla celu K_k ma ścisły związek z realizacją przez ten wariant decyzyjny pozostałych kryteriów w obrębie wspomnianego scenariusza. Owa kolejność agregacji wyników pasuje zatem tylko do problemów decyzyjnych, w których kryteria są zależne (*decision problems with dependent criteria, DPC(dep)*), a więc gdy danej kombinacji ⟨stan, decyzja⟩ odpowiada realizacja kryteriów na poziomie $a_{i,j}^1, \dots, a_{i,j}^k, \dots, a_{i,j}^P$.

Z kolei w modelach 2S-SC odwrócenie kolejności w agregowaniu wartości sprawia, że wszelkie zależności między kryteriami są całkowicie nieistotne, a rozmiary macierzy wypłat dla poszczególnych celów mogą być zupełnie różne. Może więc na przykład zaistnieć sytuacja, w której trzykryterialny wybór decyzji A_j pociągnie za sobą konsekwencje w postaci realizacji pierwszego kryterium na poziomie scenariusza S_4^1 , drugiego kryterium na poziomie scenariusza S_5^2 i trzeciego kryterium na poziomie scenariusza S_2^3 . Modele 2S-SC nadają się więc idealnie do problemów decyzyjnych z kryteriami niezależnymi (*decision problems with independent crite-*

ria, DPC (ind)). Z technicznego punktu widzenia można je oczywiście wykorzystać także dla kryteriów zależnych, choć po zapoznaniu się z metodologią przyjmowaną w tej podklasie stosowanie rozpatrywanych modeli w takich okolicznościach budzi poważne wątpliwości.

Modele jednoetapowe mają tę samą cechę co modele 2S-SC. Utworzenie jednej macierzy metakryteriów implikuje utratę informacji o ewentualnych związkach pomiędzy scenariuszami ujętymi w kolejnych pierwotnych macierzach wypłat. Modele te mogą więc znaleźć zastosowanie w problemach decyzyjnych z kryteriami niezależnymi.

Prezentowane w kolejnych częściach niniejszego podrozdziału cztery reguły decyzyjne różnią się pod względem:

- typu związku między kryteriami (kryteria zależne lub niezależne),
- rodzaju poszukiwanej strategii (strategia czysta lub mieszana).

Ich wspólną cechą jest natomiast możliwość:

- zadeklarowania swoich preferencji w postaci współczynnika pesymizmu i wag dla poszczególnych kryteriów przed rozwiązaniem problemu decyzyjnego,
- zastosowania także w przypadku asymetrycznych rozkładów wypłat bądź zróżnicowanych rozstępów wypłat,
- porównania kryteriów nawet wówczas, gdy wyrażone są w różnej skali bądź jednostkach.

W dwóch ostatnich proponowanych regułach decyzyjnych zostanie dodatkowo uwzględniony aspekt personalizacji natury, o którym była już mowa w rozdziale 2.

3.3.1. Reguła SAPO(CS)

W wypadku DPC(dep) odpowiednią strategię czystą można wyznaczyć, korzystając na przykład z reguły SAPO(CS) po raz pierwszy przedstawionej przez Gasparis-Wieloch (2014e). Opis algorytmu dla tej reguły przedstawiono poniżej.

Algorytm dla reguły SAPO(CS)

Krok 1. Przedstawiamy problem wielokryterialny w postaci P macierzy wypłat zawierających $n \times m$ wypłat $a_{i,j}^k$.

Krok 2. Dla wszystkich kryteriów ustalamy wagi w_k i współczynnik pesymizmu $\alpha \in [0, 1]$. Suma wag powinna być równa 1.

Krok 3 (opcjonalnie). Przekształcamy wypłaty zgodnie z poniższym wzorem (oczywiście zastosowanie normalizacji nie jest konieczne, gdy kryteria wyrażone są w tej samej skali i jednostce):

$$a(n)_{i,j}^k = \frac{a_{i,j}^k - \min_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \{a_{i,j}^k\}}{\max_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \{a_{i,j}^k\} - \min_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \{a_{i,j}^k\}},$$

$$k = 1, \dots, P; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (3.6)$$

Krok 4. Dla każdej pary (A_j, S_j) obliczamy syntetyczny wskaźnik według wzorów:

$$A_{i,j} = \sum_{k=1}^P w_k \cdot a_{i,j}^k, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (3.7)$$

$$A(n)_{i,j} = \sum_{k=1}^P w_k \cdot a(n)_{i,j}^k, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

i generujemy macierz zawierającą $n \times m$ zagregowanych wartości $A_{i,j}$ lub $A(n)_{i,j}$.

Kroki 5-10. Wykonujemy kroki 2-7 reguły decyzyjnej SAPO (podrozdział 2.3.3) z wykorzystaniem nowej macierzy, zastępując odpowiednio oznaczenia (tabela 3.9).

Tabela 3.9. Porównanie oznaczeń dla reguł SAPO i SAPO(CS)

SAPO	SAPO(CS)
$a_{s,j}$	$A_{s,j}$ lub $A(n)_{s,j}$
$a_{i,j}$	$A_{i,j}$ lub $A(n)_{i,j}$
$A_j^{\text{II}, \text{min}}$	\bar{A}_j^{min} lub $\bar{A}(n)_j^{\text{min}}$
$A_j^{\text{II}, \text{max}}$	\bar{A}_j^{max} lub $\bar{A}(n)_j^{\text{max}}$
H_j^{II}	S_j^{CS} lub $S(n)_j^{\text{CS}}$
$H_{j^*}^{\text{II}}$	$S_{j^*}^{\text{CS}}$ lub $S(n)_{j^*}^{\text{CS}}$

Krok 11 (opcjonalnie). W razie znacznych różnic między rozstępami (znormalizowanych) mierników syntetycznych dla poszczególnych decyzji obliczamy odchylenia standardowe tych mierników, korzystając ze wzoru (2.132) i odpowiednio zmieniając oznaczenia (tabela 3.9). W zależności od preferencji decydenta wybieramy wariant wskazany w kroku 10 bądź wariant o nieco gorszej wartości wskaźnika S_j^{CS} lub $S(n)_j^{\text{CS}}$, lecz nieco niższym poziomem odchylenia standardowego.

W powyższym algorytmie wzór (3.6) dotyczy kryteriów maksymalizowanych. Gdyby problem decyzyjny zawierał jakieś kryteria minimalizowane i niezbędne byłoby użycie techniki normalizacyjnej, warto byłoby skorzystać z formuły:

$$a(n)_{i,j}^k = \frac{\max_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \{a_{i,j}^k\} - a_{i,j}^k}{\max_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \{a_{i,j}^k\} - \min_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \{a_{i,j}^k\}},$$

$$k = 1, \dots, P; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n. \quad (3.9)$$

Zwróćmy uwagę na to, że proponowana normalizacja nie ma nic wspólnego ze wzorami (2.122) i (2.129). W tamtym przypadku chodziło o uwzględnienie informacji o strukturze macierzy wypłat dla problemu jednokryterialnego, a więc o ustalenie pozycji danej wypłaty w porównaniu z innymi wypłatami dotyczącymi konkretnego scenariusza. Tutaj natomiast normalizacja umożliwia wyznaczenie syntetycznego wskaźnika dla decyzji ocenianych na podstawie kryteriów pierwotnie nieporównywalnych.

Tabela 3.10. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wypłat – kryterium K_1

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	0,33	0,00	0,58	0,92	0,08
S_2	0,58	0,25	0,33	0,58	0,92
S_3	0,33	0,67	0,50	0,50	0,00
S_4	0,67	0,92	1,00	0,33	0,83

Tabela 3.11. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wypłat – kryterium K_2

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	0,43	1,00	0,30	0,00	0,34
S_2	0,26	0,36	0,47	0,75	0,68
S_3	0,32	0,89	0,74	0,97	0,90
S_4	0,66	0,43	0,13	0,83	0,44

Tabela 3.12. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wypłat – kryterium K_3

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	0,10	0,73	0,71	0,49	0,33
S_2	0,18	0,31	0,00	0,04	0,16
S_3	0,35	0,05	0,12	0,53	0,57
S_4	0,48	0,02	1,00	0,27	0,23

Tabela 3.13. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wskaźników syntetycznych ($A(n)_{i,j}$)

Stan	Decyzja				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
S_1	0,32	0,45	0,52	0,56	0,21
S_2	0,41	0,30	0,31	0,53	0,69
S_3	0,33	0,61	0,49	0,65	0,38
S_4	0,63	0,59	0,74	0,47	0,60

Jak już nadmieniono, w rozdziale 3 postaramy się ograniczyć prezentację przykładów ilustrujących poszczególne procedury, tym bardziej że w rozdziale następnym, opisującym zastosowania ekonomiczne proponowanych metod, odwołujemy się do przedstawionych autorskich wielokryterialnych reguł decyzyjnych. Niemniej w tym podrozdziale pokażemy, w jaki sposób przebiega agregacja ocen względem kryteriów. Powróćmy do przykładu 29, w którym to rozpatrywane są trzy cele. Są one wyrażone w różnej skali, zatem normalizacja jest konieczna. Tabele 3.10-3.12 ukazują wypłaty przekształcone za pomocą techniki normalizacyjnej. Z kolei tabela 3.13 zawiera wartości wskaźników syntetycznych uzyskanych za pomocą SAW przy założeniu, że: $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,3$ i $w_3 = 0,2$. Ostatnia tabela stanowi więc podstawę do wykonania kroków 5-10(11) reguły SAPO(CS).

3.3.2. Reguła SAPO(SC)

W poszukiwaniu odpowiedniej strategii czystej w problemach typu DPC(ind) przydatna może się okazać na przykład reguła SAPO(SC). Została ona opisana w artykule Gaspars-Wieloch (2014e) i składa się z następujących kroków. Algorytm dla tej reguły opisano poniżej.

Algorytm dla reguły SAPO(SC)

Krok 1. Przedstawiamy problem wielokryterialny w postaci P macierzy wypłat zawierających odpowiednio $n \times m(1), \dots, n \times m(k), \dots, n \times m(P)$ wypłat $a_{i,j}^k$.

Krok 2. Dla wszystkich kryteriów ustalamy wagi w_k i współczynnik pesymizmu $\alpha \in [0, 1]$. Suma wag powinna być równa 1.

Krok 3 (opcjonalnie). Przekształcamy wypłaty zgodnie ze wzorem (3.6) (lub (3.9)). Ze względu na możliwą zróżnicowaną liczbę scenariuszy dla poszczególnych kryteriów, symbol m w obu wzorach należy zastąpić oznaczeniami $m(k)$.

Kroki 4-8. Dla każdej macierzy wypłat (czyli każdego kryterium) wykonujemy oddzielnie kroki 2-6 reguły SAPO (podrozdział 2.3.3), pamiętając o dodaniu do wszystkich symboli (prócz symbolu A_j oznaczającego daną decyzję) górnego indeksu „ k ” określającego k -te kryterium. Dotychczasowy symbol m (oznaczający liczbę scenariuszy) należy zastąpić symbolem $m(k)$, gdyż tym razem liczba stanów natury może być różna dla poszczególnych celów. Jeżeli dokonano normalizacji kryteriów w kroku 3, to dodatkowo niektóre symbole powinny zawierać zapis (n) .

Krok 9. Dla każdej decyzji obliczamy wskaźnik SAPO(SC) zgodnie ze wzorem:

$$S_j^{SC} = \sum_{k=1}^P w_k \cdot H_j^{\text{II},k}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.10)$$

Krok 10. Wybieramy opcję spełniającą warunek⁵⁷:

$$S_j^{SC*} = \max_j \{S_j^{SC}\}. \quad (3.11)$$

Krok 11 (opcjonalnie). W razie znacznych różnic między rozstępami (znormalizowanych) wypłat w ramach poszczególnych kryteriów, obliczamy odchylenia standardowe tych wypłat oddzielnie dla każdego celu, korzystając ze wzoru:

$$\sigma_j^k = \sqrt{\frac{1}{m(k)} \sum_{i=1}^{m(k)} \left(a_{i,j}^k - \bar{a}_j^k \right)^2}, \quad k = 1, \dots, P; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (3.12)$$

gdzie:

σ_j^k – odchylenie standardowe wypłat dotyczących decyzji A_j i kryterium K_k ,
 $m(k)$ – liczba scenariuszy rozpatrywanych w ramach kryterium K_k .

⁵⁷ W krokach 9-10 symbol S_j^{SC} w przypadku normalizacji wypłat należy zastąpić symbolem $S(n)_j^{SC}$.

Następnie wyznaczamy średnie ważone odchylenie standardowe na podstawie formuły:

$$\sigma_j^{SC} = \sum_{k=1}^P w_k \cdot \sigma_j^k, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.13),$$

gdzie σ_j^{SC} to średnie odchylenie związane z opcją A_j .

W przypadku normalizacji niektóre symbole należy odpowiednio zmodyfikować.

W zależności od preferencji decydenta, wybieramy wariant wskazany w kroku 10 bądź wariant o nieco gorszej wartości wskaźnika S_j^{SC} lub $S(n)_j^{SC}$, lecz nieco niższym poziomie odchylenia standardowego.

Pamiętajmy, że pierwotna reguła SAPO jest adresowana do decydentów aktywnych. Decydenci pasywni powinni się raczej zainteresować wykorzystaniem hybrydy opartej na przykład na regule APO (podrozdział 2.3.2) lub H+B (podrozdział 2.3.1).

3.3.3. Reguła MM(SF+AS)/1

Dotychczas omówiliśmy przykładowe hybrydy umożliwiające rozpatrywanie problemów decyzyjnych z kryteriami zależnymi lub niezależnymi, gdy celem decydenta jest znalezienie odpowiedniej strategii czystej. Hybrydy te odwoływały się do obu podklas modeli dwuetapowych. Teraz przedstawimy dwie koncepcje pozwalające ustalić właściwą strategię mieszaną. Pierwsza z nich dotyczy kryteriów niezależnych (DPC(ind)) i jest oparta na modelu jednoetapowym. Dodatkowym atutem prezentowanej metody jest wstępne wyłonienie scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia (zob. podrozdział 2.4). Zapis MM(SF+AS)/1 oznacza, że będziemy mieli do czynienia z procedurą wielocelową (M), opracowaną dla strategii mieszanych (M), sformułowaną na podstawie modelu jednoetapowego (1) i redukującą pierwotny zbiór scenariuszy do podzbioru stanów natury odpowiadających zadeklarowanemu współczynnikowi optyimizmu (SF+AS). Pełen opis autorskiej metody zamieszczono w pracy Gaspars-Wieloch (2017a). W oryginalnej wersji regułę decyzyjną nazwano β -MMDM/1 (*beta decision rule for multi-criteria mixed decision making on the basis of one-stage Models*). Poniżej przedstawiono algorytm dla tej procedury.

Algorytm dla reguły MM(SF+AS)/1

Krok 1. Przedstawiamy problem wielokryterialny w postaci P macierzy wypłat zawierających odpowiednio $n \times m(1)$, ..., $n \times m(k)$, ..., $n \times m(P)$ wypłat $a_{i,j}^k$.

Krok 2. Dla wszystkich kryteriów ustalamy wagi w_k i współczynnik optyimizmu $\beta \in [0, 1]$. Suma wag powinna być równa 1.

Krok 3 (opcjonalnie). W razie konieczności przekształcamy wypłaty zgodnie ze wzorem (3.6) (lub (3.9)). Ze względu na możliwą zróżnicowaną liczbę scenariuszy dla poszczególnych kryteriów, symbol m w obu wzorach należy zastąpić oznaczeniami $m(k)$.

Krok 4. Dla scenariuszy przypisanych kolejnym kryteriom tworzymy metamacierz złożoną z n kolumn (dla każdej decyzji) i $m(1) + \dots + m(k) + \dots + m(P) = R$ wierszy zawierającą $n \times R$ (znormalizowanych) ocen.

Krok 5. Wyznaczamy m^* , tj. maksymalną (znormalizowaną) wypłatę ustaloną na podstawie zasady max-max, i y^* , tj. maksymalną gwarantowaną (znormalizowaną) wypłatę, korzystając z reguły Walda, czyli modelu:

$$y \rightarrow \max, \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^n a(n)_{i,j} x_j \geq y, \quad i = 1, \dots, R, \quad (3.15)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad (3.16)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.17)$$

gdzie:

x_j – udział decyzji A_j w strategii mieszanej,
 n – liczba decyzji.

Krok 6. Wyznaczamy $S(S_i)^k$, zbiór scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia, oddzielnie dla każdego kryterium. Można wykorzystać w tym celu na przykład procedurę opisaną w kroku 4 reguły SF+AS(m) (podrozdział 2.4.2), czyli procedurę odwołującą się do sumy przypadków dominacji. Im wyższa wartość współczynnika optyimizmu, tym mniej liczne powinny być owe zbiory – wówczas decydent optyimista liczy na zajście jednego z najlepszych scenariuszy. Natomiast im wartość tego parametru niższa, tym więcej stanów natury należy uwzględnić w zbiorach $S(S_i)^k$, ponieważ decydent pesymista woli być przygotowany na każdą ewentualność.

Krok 7. Zakładając, że $m^*(k)$ oznacza moc (liczebność) zbioru $S(S_i)^k$, redukujemy wyjściową metamacierz do macierzy zawierającej n kolumn (dla każdej decyzji), $m^*(1) + \dots + m^*(k) + \dots + m^*(P) = R^*$ wierszy dla scenariuszy przypisanych kolejnym kryteriom i $n \times R^*$ (znormalizowanych) ocen.

Krok 8. Formułujemy i rozwiązujemy zadanie optymalizacyjne na podstawie poniższego modelu:

$$\frac{w_1}{m(1)^*} \cdot \sum_{S_i \in S(S_i)^1} \max\{g_i^1, 0\} + \dots + \frac{w_k}{m(k)^*} \cdot \sum_{S_i \in S(S_i)^k} \max\{g_i^k, 0\} + \dots + \frac{w_P}{m(P)^*} \cdot \sum_{S_i \in S(S_i)^P} \max\{g_i^P, 0\} \rightarrow \min, \quad (3.18)$$

$$\sum_{j=1}^n a(n)_{i,j}^k x_j = r_\beta - g_i^k, \quad i = 1, \dots, R^*, \quad (3.19)$$

$$r_\beta = \beta(m^* - y^*) + y^*, \quad (3.20)$$

gdzie:

r_β – oczekiwany poziom (znormalizowanej) wypłaty zależny od parametru β ,
 g_i^k – odchylenie (znormalizowanej) wypłaty decydenta od oczekiwanego poziomu przy założeniu, że wystąpi scenariusz S_i^k .

Wyznaczana w kroku 5 wartość parametru m^* jest zazwyczaj nieosiągalna ze względu na istnienie wielu kryteriów.

Obie strony warunku (3.19) przedstawiają rzeczywisty (znormalizowany) wynik osiągnięty dla kryterium K_k , pod warunkiem że udziały w strategii mieszanej wyniosą odpowiednio x_1, x_2, \dots, x_n i że zajdzie dany stan natury.

Celem drugiego modelu optymalizacyjnego (wzór (3.18)) jest minimalizacja, w ramach zredukowanego zbioru scenariuszy, ważonej sumy wszystkich dodatnich odchyleń rzeczywistych (znormalizowanych) zysków od oczekiwanej wypłaty. Takie podejście jest charakterystyczne dla programowania celowego (*goal programming*). Podobnie jak w wypadku reguły SF+AS(m), tylko dodatnie odchylenia są niepożądane, gdyż to one świadczą o tym, że oczekiwany zysk (r_β) jest wyższy aniżeli wynik faktycznie osiągnięty.

Optymalne rozwiązanie zadania sformułowanego na podstawie modelu (3.16)-(3.20) przedstawia jednocześnie strukturę strategii mieszanej odzwierciedlającej preferencje decydenta.

Reguła MM(SF+AS)/1 może się niesłusznie wydawać, wbrew otrzymanej nazwie, podejściem opartym na modelu dwuetapowym (a nie jednoetapowym), gdyż poza wygenerowaniem metamacierzy zawierającej wszystkie kombinacje ⟨scenariusz, kryterium⟩, przed ostatecznym sformułowaniem i rozwiązaniem zadania optymalizacyjnego wprowadzono krok polegający na zawężeniu zbioru analizowanych

scenariuszy. Krok ten nie jest jednak odrębnym etapem agregacji ocen względem stanów natury czy też kryteriów. Jest on jedynie pewną formą uwzględnienia w modelu nastawienia do ryzyka, deklarowanego przez podmiot decyzyjny, w postaci współczynnika optymizmu. O tworzeniu zredukowanych zbiorów scenariuszy o największej szansie wystąpienia była już mowa w rozdziale 2, w którym to analizowane były kwestie dotyczące optymalizacji jednocelowej. Przypomnijmy, że owa propozycja ma za zadanie uwzględnić to, że wybrana decyzja zostanie zrealizowana tylko jeden raz, a więc także to, że tylko jeden scenariusz w ramach każdego rozpatrywanego kryterium będzie mógł ostatecznie zajść.

3.3.4. Reguła MM(SF+AS)/2(CS)

Kolejna propozycja pozwalająca ustalić właściwą strategię mieszaną, lecz opracowana z myślą o kryteriach zależnych (DPC(dep)) i oparta na modelu dwuetapowym, to reguła MM(SF+AS)/2(CS). Również tym razem procedura przewiduje wyłonienie scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Powyższy zapis oznacza, że będziemy mieli do czynienia z metodą wielocelową (M), dedykowaną strategiom mieszanym (M), sformułowaną na podstawie modelu dwuetapowego (2), agregującą oceny najpierw względem kryteriów, a potem względem scenariuszy (CS) i redukującą pierwotny zbiór scenariuszy do podzbioru stanów natury odpowiadających zadeklarowanemu współczynnikowi optymizmu (SF+AS). Metodę po raz pierwszy opisała Gaspars-Wieloch (2015a). W oryginalnej wersji regułę decyzyjną nazwano β -MMDM (*beta decision rule for multi-criteria mixed decision making*). Opis algorytmu dla tej reguły przedstawiono poniżej.

Algorytm dla reguły MM(SF+AS)/2(CS)

Krok 1. Przedstawiamy problem wielokryterialny w postaci P macierzy wypłat zawierających $n \times m$ wypłat $a_{i,j}^k$.

Krok 2. Dla wszystkich kryteriów ustalamy wagi w_k i współczynnik optymizmu $\beta \in [0, 1]$. Suma wag powinna być równa 1.

Krok 3 (opcjonalnie). W razie konieczności przekształcamy wypłaty zgodnie ze wzorem (3.6) (lub (3.9)).

Krok 4. Dla każdej pary (A_j, S_j) obliczamy syntetyczny wskaźnik według wzoru (3.7) lub (3.8) i generujemy macierz zawierającą $n \times m$ zagregowanych wartości $A_{i,j}$ lub $A(n)_{i,j}$.

Krok 5. Wyznaczamy M^* , tj. maksymalną (znormalizowaną) zagregowaną wypłatę ustaloną na podstawie zasady max-max, i Y^* , tj. maksymalną gwarantowaną (znormalizowaną) zagregowaną wypłatę, korzystając z reguły Walda, czyli modelu:

$$Y \rightarrow \max, \quad (3.21)$$

$$\sum_{j=1}^n A(n)_{i,j} x_j \geq Y, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.22)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad (3.23)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.24)$$

gdzie:

x_j – udział decyzji A_j w strategii mieszanej,

m – liczba scenariuszy,

n – liczba decyzji.

Krok 6. Wyznaczamy $S(S_i)$, tj. zbiór scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia, za pomocą formuł:

$$S_i \in S(S_i) \Leftrightarrow \left(\exists_{A(n)_{i,j} (j=1, \dots, n)} A(n)_{i,j} \geq R_\beta \right) \vee (D_i \geq D_\beta), \quad (3.25)$$

$$R_\beta = \beta(M^* - Y^*) + Y^*, \quad (3.26)$$

$$D_\beta = \beta(D_{\max} - D_{\min}) + D_{\min}, \quad (3.27)$$

$$D_i = \sum_{j=1}^n D_{i,j}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.28)$$

$$D_{i,j} = m - \max_i \left\{ P(A(n)_{i,j}) \right\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (3.29)$$

gdzie:

R_β – oczekiwany poziom zagregowanej (znormalizowanej) wypłaty, zależny od deklarowanego współczynnika optyimizmu β ,

$D_{i,j}$ – liczba zagregowanych wypłat związanych z decyzją A_j , które są gorsze niż $A(n)_{i,j}$,

$P(A(n)_{i,j})$ – pozycja wartości $A(n)_{i,j}$ w nierosnącym ciągu wszystkich syntetycznych wartości dotyczących wariantu A_j ,

D_i – suma przypadków dominacji powiązanych ze stanem S_i ,

D_{\max} i D_{\min} – maksymalna i minimalna suma przypadków dominacji.

Idea tego podejścia została już wyjaśniona w podrozdziałach 2.4 i 3.3.3. W przeciwieństwie do reguły 3.3.3, podajemy tutaj szczegółowe wzory ze względu na istotne zmiany w oznaczeniach w stosunku do formuł zapisanych dla reguły 2.4.2. **Krok 7.** W celu wyznaczenia udziałów poszczególnych wariantów decyzyjnych w strategii mieszanej formułujemy i rozwiązujemy zadanie na podstawie wzorów (3.23)-(3.24) i modelu przedstawionego poniżej:

$$\sum_{S_i \in S(S_i)} \max \{g_i, 0\} \rightarrow \min, \quad (3.30)$$

$$\sum_{j=1}^n A(n)_{i,j} x_j = R_\beta - G_i \quad S_i \in S(S_i), \quad (3.31)$$

gdzie G_i to odchylenie zagregowanej (znormalizowanej) wypłaty od poziomu oczekiwanego R_β , jeżeli zajdzie stan S_i .

3.4. Podsumowanie

W rozdziale 3 wymieniono, opisano i oceniono istniejące podejścia pozwalające rozwiązywać problemy wielokryterialne w warunkach niepewności. Najwięcej miejsca poświęcono tym regułom decyzyjnym, w których można wykorzystać planowanie scenariuszowe (podrozdział 3.2). Następnie przedstawiono autorskie koncepcje (podrozdział 3.3). Przy ich tworzeniu autorka starała się między innymi zadbać o możliwość:

- analizowania problemów wielocelowych z kryteriami zależnymi bądź niezależnymi,
- agregowania kryteriów nieporównywalnych,
- uwzględnienia nastawienia decydenta do ryzyka, wyrażonego za pomocą współczynnika pesymizmu lub optymizmu,
- wyłonienia scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia ze względu na jednokrotną realizację wybranej decyzji,
- rozwiązywania problemów charakteryzujących się asymetrycznymi wypłatami bądź zróżnicowanymi rozstępami wypłat,
- ustalenia nie tylko właściwej, z punktu widzenia preferencji, strategii czystej, lecz także odpowiedniej strategii mieszanej.

Wnioski i obserwacje są następujące.

- 1) W rozdziale tym nie przedstawiono wszystkich istniejących koncepcji i nie zilustrowano szczegółowo wymienionych technik. Nie omówiono także wszyst-

kich autorskich metod. Kolejne propozycje agregacji ocen względem kryteriów i scenariuszy w MDMU autorka zaprezentowała między innymi w swoich wcześniejszych pracach (Gaspars-Wieloch, 2015f, 2017b). Wyczerpujący opis innych możliwych hybryd nie jest jednak konieczny dla zrozumienia istoty problemu. Wystarczy wiedzieć, jakie aspekty mogą lub powinny być brane pod uwagę, i warto znać sposoby uwzględniania tychże czynników przy konstruowaniu narzędzia decyzyjnego. Lektura rozdziałów 1-3 pozwala skonstatować, że kluczowymi elementami w doborze odpowiedniej reguły decyzyjnej są: cele i natura decydenta, jego temperament, aspiracje, oczekiwania, przypuszczenia, obawy; charakter kryteriów decyzyjnych oraz struktura wypłat.

- 2) W literaturze można znaleźć wzmianki o podstawowych sposobach agregowania wypłat, tj. o modelach jedno- i dwuetapowych, ale w tym rozdziale owo zagadnienie zostało omówione znacznie szerzej po to, byśmy zdali sobie sprawę, że wybór odpowiedniego modelu powinien być przede wszystkim zdeterminowany typem kryteriów, z jakimi podmiot decyzyjny ma do czynienia.
- 3) Dobrze byłoby pochylić się nad kwestią doboru metody wielocelowej jako jednego z etapów wielokryterialnej reguły decyzyjnej. W proponowanych autorskich podejściach zastosowano akurat najprostszą technikę, czyli SAW (Churchman i Ackoff, 1954), polegającą na wyznaczeniu sumy iloczynów wypłat (bądź znormalizowanych wypłat) i ich wag. W regule MM(SF+AS)/1 (podrozdział 3.3.3) skorzystano też z programowania celowego. Możliwych propozycji agregowania ocen względem kryteriów jest oczywiście znacznie więcej. Można było przecież odwołać się do metod: SMART, SMARTER (Edwards i Barron, 1994), AHP (Saaty, 1980), REMBRANDT (Lootsma, 1992), ANP (Saaty, 1996), MACBETH (Bana e Costa i Vansnick, 1994; Bana e Costa, De Corte i Vansnick, 2012), ZAPROS (Larichev i Moshkovich, 1995), ELECTRE (Roy i Bouyssou, 1993), PROMETHEE (Brans, 1982; Brans, Mareschal i Vincke, 1984), TOPSIS (Hwang i Yoon, 1981), VIKOR (Opricovic, 1998), BIPOLAR (Konarzewska-Gubała, 1991) i wielu innych. W opisanych regułach decyzyjnych zdecydowano się na SAW, ponieważ nie jest ona czasochłonna, nadaje się do analizowania problemów z kryteriami zależnymi i niezależnymi, a przede wszystkim umożliwia otrzymanie syntetycznego wskaźnika dla każdej pary (scenariusz, decyzja).
- 4) Wykorzystana w regułach MM(SF+AS)/1 i MM(SF+AS)/2(CS) metoda generowania zbioru scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia i polegająca na wyznaczaniu sum przypadków dominacji dla każdego scenariusza (podrozdziały 3.3.3 i 3.3.4) również została wybrana jedynie jako przykładowe narzędzie. Alternatywnym rozwiązaniem mógłby być zupełnie intuicyjny wybór preferowanych stanów natury lub porównanie scenariuszy nie na podstawie dominacji wypłat, lecz sum różnic pomiędzy nimi.

- 5) Dużym udogodnieniem dla decydenta we wszystkich prezentowanych podejściach jest brak wymogu szacowania prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury. Ma to znaczenie zwłaszcza w wypadku rozpatrywania problemów decyzyjnych o dużym stopniu nowości.
- 6) Podobnie jak w wypadku jednokryterialnych reguł decyzyjnych, w optymalizacji wielokryterialnej w warunkach niepewności metoda powinna być dostosowana do stopnia, w jakim decydent pragnie się zaangażować w analizowanie danego problemu. Tutaj staraliśmy się podać procedury wymagające stosunkowo niewielkiego zaangażowania ze strony podmiotu decyzyjnego. Jeżeli natomiast decydent prezentuje bardzo aktywną postawę, może skorzystać chociażby z metod interaktywnych, o których była mowa w podrozdziale 3.2.
- 7) Modele (3.16)-(3.20) oraz (3.23)-(3.24) i (3.30)-(3.31) są modelami nieliniowymi. W razie potrzeby można jednak je sprowadzić do liniowych modeli optymalizacyjnych, stosując przekształcenia podobne do tych, które opisano w podrozdziale 2.4.2.

Korzyści płynące z podejmowania decyzji nie na podstawie pierwotnych wypłat, lecz z uwzględnieniem oszacowanych użyteczności, w MDMU są oczywiście nadal aktualne. Jeżeli więc decydent zgłasza taką potrzebę, można i tutaj zastosowanie danej procedury poprzedzić etapem generowania macierzy użyteczności.

Rozdział 4

ZASTOSOWANIA EKONOMICZNE PROPONOWANYCH REGUŁ DECYZYJNYCH

4.1. Wprowadzenie

W rozdziale czwartym pokazano, w jaki sposób autorskie reguły decyzyjne proponowane w rozprawie można wykorzystać do rozwiązania wybranych ekonomicznych problemów decyzyjnych, choć dane we wszystkich analizowanych przykładach są fikcyjne. W poszczególnych podrozdziałach nacisk położono na zaprezentowanie danych zadania optymalizacyjnego, na adaptację wybranej reguły decyzyjnej do danego zagadnienia i na uzyskane wyniki końcowe. Nie wyjaśniono natomiast w każdej sytuacji bardzo szczegółowo wszystkich kroków zastosowanej procedury, ponieważ już w poprzednich rozdziałach pracy starano się te kwestie przedstawić. Uwagę skupiono na aspektach dotychczas nieomówionych. W razie jakichkolwiek wątpliwości Czytelnik będzie mógł w wielu wypadkach skorzystać z podanego przez autorkę materiału źródłowego, w którym dany przykład omówiono dokładnie.

4.2. Ocena efektywności projektów innowacyjnych na podstawie wskaźnika Omega(H+B)

Projekty można oceniać na wiele sposobów. Jednym z nich jest wskaźnik Omega zaproponowany przez Keatinga i Shadwicka (2002a, 2002b). Służy on do pomiaru efektywności funduszy, portfeli i strategii inwestycyjnych. Konstrukcja wskaźnika jest następująca. Po wyznaczeniu różnic pomiędzy poszczególnymi oczekiwanymi wynikami związanymi z daną inwestycją a pewnym punktem odniesienia (*point of reference*), otrzymane rezultaty dzielone są na dwie kategorie. W liczniku ilorazu

reprezentującego wskaźnik Omega ujęte są oczekiwane zyski, tj. różnice dodatnie, z kolei mianownik obejmuje wszystkie oczekiwane straty, czyli różnice ujemne, lecz przedstawione jako wartości bezwzględne. W ilorazie nie są więc uwzględnione zerowe różnice, tj. sytuacje, w których dany oczekiwany wynik jest równy punktowi referencyjnemu. Zaletą wskaźnika Omega jest brak jakichkolwiek wymogów dotyczących specyfiki rozkładu wypłat związanych z ocenianą decyzją (rozkład może być nawet skrajnie asymetryczny) i możliwość odzwierciedlenia pełnej informacji o badanym rozkładzie (Pichura, 2013). Punkt referencyjny jest ustalany umownie przez decydenta. Mogą nim być na przykład akceptowany poziom bogactwa, stopa zwrotu wolna od ryzyka czy też indeks giełdowy. Wartość punktu referencyjnego ma bardzo istotny wpływ na wybór ostatecznej decyzji (Vilkancas, 2014). Wzór umożliwiający wyznaczenie wskaźnika podano poniżej (wersja ciągła):

$$\Omega(r) = \frac{\int_a^b (1 - F(x)) dx}{\int_a^r F(x) dx}, \quad (4.1)$$

gdzie:

- $[a, b]$ – przedział oczekiwanych wypłat,
- $F(x)$ – funkcja dystrybuanty rozkładu,
- r – punkt referencyjny.

Wskaźnik Omega można jednak prezentować za pomocą różnych wzorów (Bargman, 2012; Kaplan i Knowles, 2004; Michalska, 2015), a wybór formuły odpowiedniej dla danej sytuacji zależy głównie od tego, czy mamy do czynienia z dyskretnym, czy z ciągłym rozkładem wypłat.

Projekt jest tym bardziej efektywny, im wyższa jest wartość wskaźnika Omega. Przyjmuje on wartość 1, gdy r stanowi średnią wypłatę.

W polskiej literaturze wskaźnik Omega jest uznawany za „miarę efektywności” (Domański, 2011; Karpio i Żebrowska-Suchodolska, 2015; Kopańska-Bródka, Dudzińska-Baryła i Michalska, 2016; Michalska i Dudzińska-Baryła, 2015; Michalska, 2015, 2017; Pichura, 2013), z kolei w literaturze anglojęzycznej okreśłany jest jako *performance measure*. Angielski termin *performance* może być tłumaczony na język polski na wiele sposobów (efektywność, rentowność, opłacalność, wydajność, wykonanie, realizacja itd.). W związku z tym trudno mieć pewność, że twórcom wskaźnika Omega chodziło właśnie o efektywność, tym bardziej że pojęcie efektywności też ma wiele definicji (Grzesiak, 1997b; Ziębicki, 2013). W naukach ekonomicznych efektywność może być rozpatrywana jako efektywność ekonomiczna (według teorii ekonomii) lub jako efektywność organizacyjna (według teorii

zarządzania). Pamiętając, że wskaźnik Omega jest stosunkiem oczekiwanych zysków do oczekiwanych strat, w niniejszej monografii mamy oczywiście na myśli efektywność ekonomiczną, która wiąże się z uzyskiwaniem jak najwyższego wyniku (efektu) przy jak najniższych nakładach.

Istotną cechą wskaźnika Omega jest to, że został on opracowany dla decyzji podejmowanych, według teorii ekonomii, w warunkach niepewności ze znanymi prawdopodobieństwami, czyli – stosując nazewnictwo zaczerpnięte z teorii decyzji – dla decyzji podejmowanych w warunkach ryzyka (DMR). Taka miara nie jest zatem bezpośrednio przedmiotem naszych zainteresowań, gdyż w monografii skupiamy się na problemach decyzyjnych, w których oszacowanie rozkładu prawdopodobieństwa jest bardzo trudne. W tym konkretnym podrozdziale rozważamy wypadek projektów innowacyjnych, charakteryzujących się dużym stopniem niepewności ze względu na obecność wielu nowych czynników, dotychczas niezbadanych.

Wspominamy jednak o wskaźniku Omega, ponieważ ta miara doczekała się licznych rozszerzeń i modyfikacji (Bargman, 2012; Gaspars-Wieloch, 2015c; Gaspars-Wieloch i Michalska, 2016, P.D. Kaplan i Knowles, 2004; Kapsos, Zymler, Christofides i Rustem, 2014; Kazemi, Schneeweis i Gupta 2004; Michalska, 2015). Niektóre z nich (Kapsos i in., 2014; Michalska, 2015) przeznaczone są do oceny projektów w warunkach niepełnej informacji (DMPI, podrozdział 1.2.1), czyli w sytuacji, gdy wiedza o prawdopodobieństwie nie jest całkowita.

Jedną z modyfikacji wskaźnika Omega jest też Omega(H+B), czyli propozycja przygotowana przez autorkę niniejszej pracy. Pełny opis tej procedury Czytelnik znajdzie we wcześniejszych pracach autorki (Gaspars-Wieloch, 2015c; Gaspars-Wieloch i Michalska, 2016). Inspiracją do jej opracowania był między innymi artykuł Michalskiej (2015), w którym przedstawiono wskaźnik $\max\Omega_{\min}$ dla DMPI.

Wskaźnik Omega(H+B) opiera się na trzech kryteriach: (1) ilorazie (tj. stosunku zysków do strat); (2) różnicy między zyskami i stratami oraz (3) maksymalizacji zysków bądź minimalizacji strat. Uwzględnia on nastawienie decydenta do ryzyka (jego przypuszczenia) za pomocą współczynnika pesymizmu i optymizmu oraz wykorzystuje ideę reguły H+B (podrozdział 2.3.1). Oznacza to, że zyski i straty, wyznaczone na podstawie punktu referencyjnego i ujęte odpowiednio w liczniku i mianowniku, są przemnożone przez wagi, których wartości dla poszczególnych względnych wypłat zależą od preferencji decydenta. Dla pesymistów współczynnik pesymizmu przyporządkowany jest najwyższej stracie, a współczynnik optymizmu – wszystkim pozostałym względnym wypłatom. Z kolei dla optymistów współczynnik optymizmu stanowi wagę dla najwyższego zysku, a współczynnik ostrożności wyznaczany jest przez resztę wyników. Taki sposób ustalania wag dla kolejnych wypłat związanych z daną decyzją został szczegółowo opisany i wyjaśniony w podrozdziale 2.3.1.

Zauważmy, że czasami oryginalny wskaźnik Omega opracowany dla sytuacji, w których znany jest rozkład prawdopodobieństwa, nie nadaje się do porównywania strategii inwestycyjnych. Dotyczy to przypadków, w których dla co najmniej jednego wariantu decyzyjnego licznik bądź mianownik ilorazu umożliwiającego wyznaczenie wskaźnika jest równy zero. Może się to zdarzyć, gdy dla danej decyzji nie ma ani jednej wypłaty przekraczającej punkt referencyjny lub brakuje wypłat niższych niż ten punkt. W związku z powyższym mankamentem pierwotnej wersji wskaźnika procedury opierające się na tej mierze, dla decyzji podejmowanych w warunkach niepełnej informacji bądź niepewności z nieznanymi prawdopodobieństwami, zostały tak opracowane, by i w wypadku zerowego licznika lub mianownika dla choć jednej opcji można było ostatecznie zarekomendować jakąś konkretną strategię (Gasparis-Wieloch i Michalska, 2016). Wskaźników $\max\Omega_{\min}$ i $\Omega(H+B)$ używa się więc w następujący sposób. Najpierw należy podzielić zbiór wszystkich rozpatrywanych strategii na trzy grupy: (A) decyzje z zyskami i stratami (występują niezerowe elementy zarówno w liczniku, jak i w mianowniku), (B) decyzje bez strat (mianownik jest zerowy), (C) decyzje bez zysków (licznik jest zerowy). Następnie powyższe miary są stosowane tylko dla wariantów reprezentujących grupę (A). Pozostałe opcje oceniane są tylko z punktu widzenia licznika (B) lub mianownika (C) wspomnianych ilorazów. Na kolejnym etapie wyłaniana jest najlepsza decyzja odrębnie w każdej grupie: (A) o najwyższym ilorazie, (B) o najwyższym liczniku, (C) o najniższym mianowniku, a na ostatnim – spośród zwycięzców w każdej kategorii wybierana jest ta decyzja, dla której różnica pomiędzy licznikiem a mianownikiem jest największa. Jeżeli się okaże, że istnieją co najmniej dwie opcje spełniające ten warunek, zalecane jest dokładne zbadanie wyłonionych wariantów pod względem zysków i strat oraz rozstępu wypłat w celu podjęcia ostatecznej decyzji, przy czym pesymistom zaleca się wybór strategii o najmniejszym mianowniku, a optymistom – wybór strategii o największym liczniku.

Wyboru projektu innowacyjnego w warunkach niepewności na podstawie wskaźnika $\Omega(H+B)$ można więc dokonać, realizując następujące kroki.

Algorytm dla reguły opartej na wskaźniku $\Omega(H+B)$

Krok 1. Ustalamy współczynnik pesymizmu α .

Krok 2. Wyznaczamy punkt referencyjny r .

Krok 3. Przekształcamy pierwotne wypłaty do postaci względnych wypłat zgodnie ze wzorem:

$$a_{i,j}^r = a_{i,j} - r, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \quad (4.1)$$

gdzie $a_{i,j}^r$ to względna wypłata związana z decyzją A_j i scenariuszem S_i .

Krok 4. Dla każdej decyzji generujemy nierosnący ciąg zysków $Sq(G)_j = (g_{1,j}, \dots, g_{u,j}, \dots, g_{x,j})$, gdzie $g_{u,j} \geq g_{u+1,j}$ ($u = 1, \dots, x-1$), i niemalejący ciąg strat $Sq(L)_j = (l_{1,j}, \dots, l_{w,j}, \dots, l_{z,j})$, gdzie $l_{w,j} \leq l_{w+1,j}$ ($w = 1, \dots, z-1$):

$$a_{i,j}^r > 0 \Rightarrow a_{i,j}^r = g_{u,j} \in Sq(G)_j, \quad j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m, \quad (4.2)$$

$$a_{i,j}^r < 0 \Rightarrow |a_{i,j}^r| = l_{w,j} \in Sq(L)_j, \quad j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m, \quad (4.3)$$

gdzie $0 \leq x + z \leq m$ (x – liczba zysków, z – liczba strat).

Krok 5. Dla każdej opcji obliczamy licznik N_j (*numerator*) i mianownik Dn_j (*denominator*). Sposób ustalania indeksów dla współczynników pesymizmu i optymyzmu wyjaśniono w podrozdziale 2.3.1.

a) Jeżeli $1 < x < m$, $1 \leq z \leq m$ i $\alpha \in [0, 0,5[$:

$$N_j = \beta_o \cdot g_{1,j} + \alpha_o \cdot \sum_{u=2}^x g_{u,j}, \quad Dn_j = \alpha_o \cdot \sum_{w=1}^z l_{w,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.4)$$

b) Jeżeli $x = 1$, $1 \leq z \leq m$ i $\alpha \in [0, 0,5[$:

$$N_j = \beta_o \cdot g_{1,j}, \quad Dn_j = \alpha_o \cdot \sum_{w=1}^z l_{w,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.5)$$

c) Jeżeli $x = 0$, $1 \leq z \leq m$ i $\alpha \in [0, 0,5[$:

$$N_j = 0, \quad Dn_j = \beta_o \cdot l_{1,j} + \alpha_o \cdot \sum_{w=2}^z l_{w,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.6)$$

d) Jeżeli $1 \leq x \leq m$, $z = 0$ i $\alpha \in [0, 0,5[$:

$$N_j = \beta_o \cdot g_{1,j} + \alpha_o \cdot \sum_{u=2}^x g_{u,j}, \quad Dn_j = 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.7)$$

e) Jeżeli $1 \leq x < m$, $1 < z < m$ i $\alpha \in]0,5, 1]$:

$$N_j = \beta_p \cdot \sum_{u=1}^x g_{u,j}, \quad Dn_j = \beta_p \cdot \sum_{w=1}^{z-1} l_{w,j} + \alpha_p \cdot l_{z,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.8)$$

f) Jeżeli $1 \leq x < m, z = 1$ i $\alpha \in]0,5, 1]$:

$$N_j = \beta_p \cdot \sum_{u=1}^x g_{u,j}, \quad Dn_j = \alpha_p \cdot l_{1,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.9)$$

g) Jeżeli $x = 0, 1 \leq z \leq m$ i $\alpha \in]0,5, 1]$:

$$N_j = 0, \quad Dn_j = \beta_p \cdot \sum_{w=1}^{z-1} l_{w,j} + \alpha_p \cdot l_{z,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.10)$$

h) Jeżeli $1 \leq x \leq m, z = 0$ i $\alpha \in]0,5, 1]$:

$$N_j = \beta_p \cdot \sum_{u=1}^{x-1} g_{u,j} + \alpha_p \cdot g_{x,j}, \quad Dn_j = 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4.11)$$

i) Jeżeli $\alpha = 0,5$, stosujemy dowolną parę wzorów spośród formuł (4.4)-(4.11), odpowiednią dla x i z .

Krok 6. Dzielimy decyzje na trzy grupy: A, B i C.

$$(N_j > 0) \wedge (Dn_j > 0) \Rightarrow A_j \in A, \quad (4.12)$$

$$(N_j > 0) \wedge (Dn_j = 0) \Rightarrow A_j \in B, \quad (4.13)$$

$$(N_j > 0) \wedge (Dn_j > 0) \Rightarrow A_j \in C. \quad (4.14)$$

Krok 7. W każdej grupie znajdujemy najlepszy wariant:

$$\Omega(hb)_{j^*}^A = \max_{A_j \in A} \left\{ \frac{N_j}{Dn_j} \right\}, \quad (4.15)$$

$$\Omega(hb)_{j^*}^B = \max_{A_j \in B} \{N_j\}, \quad (4.16)$$

$$\Omega(hb)_{j^*}^C = \min_{A_j \in C} \{Dn_j\}. \quad (4.17)$$

i wyznaczamy zbiór D_1 , tj. zbiór „zwycięzców” z każdej grupy. Jeżeli D_1 jest jednoelementowy, kończymy – element tego zbioru jest optymalną decyzją. W przeciwnym razie przechodzimy do kroku 8.

Krok 8. Wyznaczamy zbiór D_{II} , tj. zbiór opcji spełniających poniższy warunek:

$$A_{j^{**}} = \arg \max_{A_j \in D_I} \{N_j - Dn_j\}. \quad (4.18)$$

Jeżeli zbiór ten nie jest jednoelementowy, przechodzimy do kroku 9. W przeciwnym razie kończymy obliczenia – element zbioru D_{II} jest ostateczną decyzją.

Krok 9. Analizujemy elementy zbioru D_{II} w celu wyboru właściwego wariantu. W razie wątpliwości zaleca się wykonać krok 9a lub 9b, by wyznaczyć zbiór D_{III} .

a. Jeżeli $\alpha \in [0,5, 1]$, znajdujemy wariant spełniający warunek:

$$A_{j^{***}} = \arg \min_{A_j \in D_{II}} \{Dn_j\}. \quad (4.19)$$

b. Jeżeli $\alpha \in [0, 0,5[$, znajdujemy wariant spełniający warunek:

$$A_{j^{***}} = \arg \max_{A_j \in D_{II}} \{N_j\}. \quad (4.20)$$

Gdy wybór nadal nie jest jednoznaczny, wybieramy ostateczną decyzję według własnego uznania spośród opcji należących do zbioru D_{III} .

Przejdźmy teraz do oceny efektywności projektów innowacyjnych opisanych w przykładzie 31, korzystając ze wskaźnika Omega(H+B). Innowacyjność analizowanych projektów wynika z tego, że polegają one na wprowadzeniu produktów zaspokajających potrzeby konsumentów w zupełnie nowy sposób. Przykład zaczerpnięto z artykułu Gaspars-Wieloch i Michalskiej (2016), ale zmieniono w nim jeden parametr (tj. jedną z wypłat dla projektu A_3). Inwestor rozważa możliwość realizacji jednego z czterech innowacyjnych projektów (A_1, A_2, A_3 lub A_4), przy czym przyszłość tychże projektów nie jest dokładnie znana. Wiadomo jednak, że eksperci opracowali pięć różnych scenariuszy. Wypłaty zaprezentowano w tabeli 4.1. Eksperci, ze względu na duży stopień nowości projektów, nie są w stanie określić rozkładu prawdopodobieństwa poszczególnych stanów.

Inwestor ocenia swoje nastawienie do ryzyka jako umiarkowanie pesymistyczne ($\alpha = 0,7$), ponieważ w razie niepowodzenia to on będzie obciążony odpowiedzialnością finansową. Za punkt referencyjny przyjmuje poziom 10 milionów złotych ($r = 10$), co pozwala nam obliczyć względne wypłaty (tabela 4.2).

W tabeli 4.3 podano wartości liczników i mianowników (czyli sumy zważonych zysków i sumy zważonych strat) oraz wskazano na ich podstawie, do której grupy należy dany projekt. W wypadku projektów A_1 i A_2 skorzystano ze wzorów

(4.8), a dla projektów A_3 i A_4 zastosowano formuły (4.11). Następnie obliczono ilorazy dla przedsięwzięć z grupy A i wskazano wartości liczników dla projektów z grupy B.

Tabela 4.1. Przykład 31 – macierz wypłat (w milionach złotych)

Stan	Projekt			
	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	52	60	15	18
S_2	40	30	14	13
S_3	10	9	11	11
S_4	-2	8	10	10
S_5	-10	-20	10	10

Źródło: Przykład zaczerpnięty z artykułu Gaspars-Wieloch i Michalskiej (2016).

Tabela 4.2. Przykład 31 – macierz względnych wypłat (w milionach złotych)

Stan	Projekt			
	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	42	50	5	8
S_2	30	20	4	3
S_3	0	-1	1	1
S_4	-12	-2	0	0
S_5	-20	-30	0	0

Źródło: jak do tabeli 4.1.

Tabela 4.3. Przykład 31 – obliczenia – wskaźnik Omega(H+B)

Parametr	Projekt			
	A_1	A_2	A_3	A_4
N_j	21,6	21,0	3,4	4,0
Dn_j	17,6	21,9	0,0	0,0
Grupa	A	A	B	B
$\Omega(hb)_j^A = N_j/Dn_j$	1,227	0,959	-	-
$\Omega(hb)_j^B = N_j$	-	-	3,4	4,0
$N_j - Dn_j$	4,0	-	-	4,0
$Dn_j \rightarrow \min$	17,6	-	-	0

Źródło: jak do tabeli 4.1.

„Zwycięzcami” w poszczególnych kategoriach są odpowiednio projekty A_1 i A_4 , które tworzą zbiór D_I . Nie jest on jednoelementowy, zatem konieczne jest wygenerowanie zbioru D_{II} poprzez uprzednie obliczenie różnic między odpowiednimi licznikami i mianownikami. Dla obu projektów są one jednak identyczne i wynoszą 4 miliony złotych. Zbiór D_{II} również nie jest więc jednoelementowy. Z racji umiarkowanego pesymizmu decydenta korzystamy ze wzoru (4.19) w celu wyznaczenia zbioru D_{III} . Tym razem nie mamy już wątpliwości – projekt A_1 jest znacznie bardziej ryzykowny niż A_4 , a więc to ten ostatni, jako jedyny, tworzy zbiór D_{III} . Według reguły opartej na wskaźniku Omega(H+B) decydent powinien wybrać projekt A_4 . To przedsięwzięcie charakteryzuje się niższymi zyskami aniżeli projekt A_1 , ale za to nie ma ani jednej wypłaty poniżej punktu referencyjnego.

Kierowanie się formułami (4.19) lub (4.20) nie jest oczywiście jedynym sposobem wyznaczenia ostatecznej decyzji w wypadku istnienia więcej niż jednego projektu spełniającego wcześniejsze warunki. Alternatywą może być odwołanie się do odchylenia standardowego, o którym była mowa w podrozdziale 2.6.

Dużym atutem reguły Omega(H+B) jest to, że liczba analizowanych scenariuszy dla poszczególnych projektów może być różna! Jest to bardzo korzystne, zwłaszcza w sytuacji, gdy rozpatrywane są przedsięwzięcia reprezentujące zupełnie odmienne branże bądź mające być wdrożone w całkowicie różnych okolicznościach lub otoczeniu (np. w innych krajach).

4.3. Ocena rentowności projektów innowacyjnych na podstawie wskaźnika NPV(H+B)

Pozostajemy przy tematyce oceny projektów innowacyjnych. Tym razem jednak będzie nas interesować analiza ich rentowności, którą można mierzyć między innymi za pomocą wartości bieżącej netto, czyli *NPV* (*net present value*) lub *NPW* (*net present worth*) (Berk, DeMarzo i Stangeland, 2015; Fisher, 1907; Lin i Nagalingam, 2000)⁵⁸. Wskaźnik ten jest wyznaczany na podstawie przewidywanych oraz zdyskontowanych dodatnich i ujemnych przepływów pieniężnych, związanych z całym cyklem życia projektu. Dyskontowanie przyszłych przepływów wynika z tego, że bieżący przepływ pieniężny ma większą wartość aniżeli przepływ tej samej wielkości w przyszłości, ponieważ ten pierwszy można od razu przeznaczyć na inwestycję, co przyniesie tym samym kolejne zyski (Berk i in., 2015). Zaleca się akceptację projektów o dodatniej, możliwie najwyższej wartości *NPV*. Projek-

⁵⁸ Oprócz *NPV* znane są na przykład następujące metody oceny opłacalności inwestycji: *IRR* (*internal rate of return*), *APV* (*adjusted present value*), *NPVR* (*net present value ratio*), *PI* (*profitability index*), *DPP* (*discounted payback period*).

ty charakteryzujące się ujemną wartością bieżąco netto należy odrzucić. Jeden ze wzorów umożliwiających wyznaczenie NPV ma następującą postać:

$$NPV = \sum_{t=0}^T \frac{NCF_t}{(1+r^d)^t}, \quad (4.21)$$

gdzie:

T – liczba okresów,

NCF_t – przepływ pieniężny w momencie t (*net cash flow*),

r^d – stopa dyskontowa, czyli stopa zwrotu z kapitału zainwestowanego w inny projekt o podobnym ryzyku.

Powyższa formuła dotyczy dyskretniej wersji wartości bieżącej netto. Wersję ciągłą dla tego wskaźnika można znaleźć w artykułach Busera (1986) i Grubbströma (1967). Wartość NPV w oryginalnej postaci jest obliczana przy stopie dyskontowej stałej dla wszystkich okresów. Takie podejście jest uzasadnione w wypadku projektów o krótkim cyklu. Dla projektów długoterminowych zaleca się użycie różnych stóp dyskontowych (Fabozzi i Fong, 1994).

W tradycyjnym ujęciu zakłada się, że przepływy pieniężne pochodzące z kolejnych okresów są określone w sposób deterministyczny. Badacze jednak wyraźnie wskazują na potrzebę rozwijania wskaźników, które mogą znaleźć zastosowanie w inwestycjach z niepewnymi zyskami, gdyż dotyczą nie do końca znanej przyszłości (Cox, Ross i Rubinstein, 1979). Konieczność opracowania takich miar jest uzasadniona, zwłaszcza dla projektów innowacyjnych. Proponowane w literaturze metody, uwzględniające czynnik niepewności, polegają na przykład na: (1) podwyższeniu stopy dyskontowej, (2) dyskontowaniu przepływów jednocześnie za pomocą stopy wolnej od ryzyka i premii za ryzyko, (3) zastosowaniu analizy wrażliwości, (4) porównaniu optymistycznych i pesymistycznych przepływów pieniężnych, (5) ustaleniu oczekiwanych przepływów pieniężnych na podstawie znanego rozkładu prawdopodobieństwa (*risk-adjusted NPV*), (6) wykorzystaniu odchylenia standardowego i współczynnika korelacji (w wypadku braku informacji o rozkładzie prawdopodobieństwa), (7) skorzystaniu z liczb rozmytych i arytmetyki przedziałowej (Chiu i Park, 1994; Filho, Vellasco i Tanscheit, 2012; Gutiérrez, 1989; Sari i Kuchta, 2012). Pierwsze dwa sposoby są krytykowane za to, że marginalizują wpływ ujemnych przepływów pieniężnych na wartość bieżącą netto. Trzecie podejście pozwala sprawdzić, jak zmienia się NPV pod wpływem zmiany poszczególnych przepływów pieniężnych. Daje też możliwość ustalenia przedziału dla wybranego przepływu, w ramach którego NPV danego przedsięwzięcia pozostaje dodatnia lub większa od wartości bieżącej netto dla innego projektu. Konceptje (4)-(6) opierają się na założeniu, że przy wyznaczeniu NPV decydent może skorzystać z planowania scenariuszowego. Powyższy przegląd możliwych procedur

nie jest wyczerpujący – pokazuje on jedynie, jak różnorodne mogą być metody uwzględnienia niepewnych przepływów przy ustalaniu NPV .

W niniejszej monografii starano się porównać innowacyjne projekty na podstawie wskaźnika $NPV(H+B)$. Pozwala on zastosować planowanie scenariuszowe oraz daje możliwość uwzględnienia preferencji decydenta i porównywania przedsięwzięć, dla których decydent nie jest w stanie określić rozkładów prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów. Z powyższego skrótu wynika, że odwołamy się również i tym razem do hybrydy reguł Hurwicza i Bayesa opisanej w podrozdziale 2.3.1.

Tabela 4.4. Scenariuszowa macierz przepływów pieniężnych

Okres	Projekt		
	A_1	A_j	A_n
0	$NCF_{0,1}$	$NCF_{0,j}$	$NCF_{0,n}$
1	$NCF_{1,1}^1$ $NCF_{1,1}^{k(1,1)}$ $NCF_{1,1}^{m(1,1)}$	$NCF_{1,j}^1$ $NCF_{1,j}^{k(1,j)}$ $NCF_{1,j}^{m(1,j)}$	$NCF_{1,n}^1$ $NCF_{1,n}^{k(1,n)}$ $NCF_{1,n}^{m(1,n)}$
t	$NCF_{t,1}^1$ $NCF_{t,1}^{k(t,1)}$ $NCF_{t,1}^{m(t,1)}$	$NCF_{t,j}^1$ $NCF_{t,j}^{k(t,j)}$ $NCF_{t,j}^{m(t,j)}$	$NCF_{t,n}^1$ $NCF_{t,n}^{k(t,n)}$ $NCF_{t,n}^{m(t,n)}$
T	$NCF_{T,1}^1$ $NCF_{T,1}^{k(T,1)}$ $NCF_{T,1}^{m(T,1)}$	$NCF_{T,j}^1$ $NCF_{T,j}^{k(T,j)}$ $NCF_{T,j}^{m(T,j)}$	$NCF_{T,n}^1$ $NCF_{T,n}^{k(T,n)}$ $NCF_{T,n}^{m(T,n)}$

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2017g.

Zanim podane zostaną główne kroki procedury, zaprezentujemy tylko macierz przepływów pieniężnych dla n projektów, T okresów oraz $m(t, j)$ scenariuszy dla okresu t i projektu A_j (tabela 4.4). Zauważmy, że liczba scenariuszy może być nie tylko różna dla kolejnych okresów, ale może być także zróżnicowana w zależności od rozpatrywanego projektu. Jest to istotna zaleta w stosunku do podejść (4)-(6) opisanych powyżej. Zapis $NCF_{t,j}^{k(t,j)}$ oznacza przepływ pieniężny netto związany z projektem A_j w okresie t , o ile zajdzie scenariusz $S_{t,j}^{k(t,j)}$. Warto zwrócić też uwagę na sposób, w jaki przedstawiono przepływy pieniężne dla okresu zerowego. Tutaj przyjmujemy, że mamy do czynienia z deterministycznymi parametrami, gdyż przepływy te dotyczą teraźniejszości. Planowanie scenariuszowe jest zatem w tym wypadku zbędne.

Wyboru innowacyjnego projektu w warunkach niepewności na podstawie wskaźnika $NPV(H+B)$ można dokonać, realizując poniższe kroki⁵⁹:

Krok 1. Określamy współczynnik pesymizmu α .

Krok 2. Dla każdego projektu i każdego okresu wyznaczamy nierosnący ciąg przepływów pieniężnych $Sq_{t,j} = (a_{t,j}^1, \dots, a_{t,j}^s, \dots, a_{t,j}^{m(t,j)})$, gdzie $a_{t,j}^s \geq a_{t,j}^{s+1}$ ($s = 1, \dots, m(t,j) - 1$). Symbol $m(t,j)$ oznacza liczbę wyrazów ciągu, a s to numer wyrazu tego ciągu.

Krok 3. Dla każdego projektu i okresu obliczamy oddzielnie wskaźnik $hb_{t,j}$ ($hb_{t,j}^p$, $hb_{t,j}^o$ lub $hb_{t,j}^{0,5}$) w zależności od parametru α ⁶⁰

$$hb_{t,j}^p = \frac{\alpha_p \cdot a_{t,j}^{m(t,j)} + \beta_p \cdot \sum_{s=1}^{m(t,j)-1} a_{t,j}^s}{\alpha_p + (m(t,j)-1) \cdot \beta_p}, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T, \quad (4.22)$$

$$hb_{t,j}^o = \frac{\alpha_o \cdot \sum_{s=2}^{m(t,j)} a_{t,j}^s + \beta_o \cdot a_{t,j}^1}{(m(t,j)-1) \cdot \alpha_o + \beta_o}, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T, \quad (4.23)$$

$$hb_{t,j}^{0,5} = hb_{t,j}^p = hb_{t,j}^o = \frac{1}{m(t,j)} \cdot \sum_{k(t,j)=1}^{m(t,j)} NCF_{t,j}^{k(t,j)}, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T. \quad (4.24)$$

Jeżeli w danym okresie nie występuje żaden przepływ, $hb_{t,j} = 0$. Dla okresu zerowego $hb_{0,j} = NCF_{0,j}$.

Krok 4. Dla każdego przedsięwzięcia ustalamy wartość wskaźnika $NPV(H+B)$ na podstawie wzoru:

$$NPV(hb)_j = \sum_{t=0}^T \frac{hb_{t,j}}{(1+r^d)^t}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (4.25)$$

gdzie r^d to stopa dyskontowa ustalona przez decydena.

⁵⁹ Szczegółowy opis tej autorskiej procedury pojawił się po raz pierwszy w pracy Gaspars-Wiełoch (2017g).

⁶⁰ Szczegółowe wyjaśnienia dotyczące wag stojących przy kolejnych wypłatach (tutaj: przepływach) znajdują się w podrozdziale 2.3.1.

Krok 5. Znajdujemy projekt A_j^* według wzoru:

$$A_j^* = \arg \max_j (NPV(hb)_j). \quad (4.26)$$

Jeżeli tylko jedno przedsięwzięcie spełnia ten warunek, a wartość jego wskaźnika jest dodatnia, wybieramy ten projekt. W przeciwnym razie przechodzimy do kroku 6a lub 6b.

Krok 6

- a) Jeżeli projekt (projekty) wyłoniony(e) w kroku 5 charakteryzuje(a) się ujemnym wskaźnikiem, obniżamy nieznacznie poziom stopy dyskontowej i wracamy do kroku 5. Jeżeli sytuacja będzie się powtarzać, można przypuszczać, że żaden analizowany projekt nie jest odpowiedni.
- b) Jeżeli w kroku 5 wyłoniono więcej niż jeden projekt o dodatniej wartości wskaźnika, obliczamy średnie odchylenie standardowe (*mean standard deviation, MSD*) dla przedsięwzięć A_j^* , korzystając z formuły:

$$MSD_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sqrt{\left(\frac{1}{m(t, j)} \sum_{s=1}^{m(t, j)} (a_{i, j}^s - \overline{a_{i, j}})^2 \right)}. \quad (4.27)$$

Pesymistom zaleca się wybór projektu o najniższym średnim odchyleniu standardowym, z kolei umiarkowani decydenci i optymiści mogą się zdecydować na przedsięwzięcie charakteryzujące się bardziej rozproszonymi przepływami pieniędzmi.

Dodajmy, że jeżeli w kroku 5 okaże się, że oprócz przedsięwzięcia(ć) o najwyższym dodatnim wskaźniku istnieją inne projekty, których wartość wskaźnika jest bliska wielkości maksymalnej, to i w tej sytuacji warto wesprzeć się narzędziem pomocniczym w postaci średniego odchylenia standardowego.

Powyższa procedura może znaleźć zastosowanie w wypadku projektów krótkoterminowych ze względu na stałą stopę dyskontową. Nic nie stoi jednak na przeszkodzie, by dla kolejnych okresów zróżnicować stopy dyskontowe w przedstawionych wzorach. Dzięki temu będzie można wykorzystać to podejście do oceny rentowności długoterminowych przedsięwzięć innowacyjnych. Reguła decyzyjna omówiona w niniejszym podrozdziale dotyczy przepływów dyskretnych.

W przykładzie 32 przeanalizujemy trzy innowacyjne projekty marketingowe rozpatrywane przez dyrektora ds. marketingu w pewnym przedsiębiorstwie. Każdy projekt przewiduje zastosowanie różnych technik marketingowych, które nie były dotychczas stosowane w tejże firmie. Szczegółowe informacje na ich temat zamieszczono w tabeli 4.5. Przyjmujemy, że okresem jest półrocze i przepływy pojawiają się pod koniec kolejnych okresów. Przedsięwzięcia istotnie różnią się pod względem liczby scenariuszy dla poszczególnych półroczy oraz poziomu i rozstępu

przepływów pieniężnych w ramach danego stanu. Projekty charakteryzują się dużym stopniem nowości, dlatego ekspert szacujący owe przepływy nie jest w stanie określić prawdopodobieństw wystąpienia scenariuszy.

Założmy, że decydent oceniający rentowność projektów jest umiarkowanym pesymistą ($\alpha = 0,7$). Tabela 4.6 zawiera obliczone wartości wskaźników $hb_{i,j}^p$, uwzględniające preferencje podmiotu decyzyjnego dla wszystkich przedsięwzięć i każdego okresu.

Tabela 4.5. Przykład 32 – scenariuszowa macierz przepływów pieniężnych (w tysiącach dolarów)

Okres	Projekt		
	A_1	A_2	A_3
0	-50	-90	-120
1	-30 -20 -40 0	0	-50 -60 -80
2	100 130 150 140	200 170 160 80	0
3	200 50 0	0 50 70 150	300 250 500

Źródło: Przykład zaczerpnięty z artykułu Gaspars-Wieloch (2017g).

Tabela 4.6. Przykład 32 – wskaźniki $hb_{i,j}^p$ (w tysiącach dolarów)

Okres	Projekt		
	A_1	A_2	A_3
0	-50,000	-90,000	-120,000
1	-26,875	0,000	-68,462
2	122,500	134,375	0,000
3	57,692	50,625	334,615

Źródło: jak do tabeli 4.5.

Ustalmy ponadto, że decydent zamierza porównać projekty na podstawie stopy dyskontowej równej 9%. Teraz możemy przystąpić do ustalenia wielkości wskaźników $NPV(H+B)$. W tabelach zebrano wartości tej miary dla różnych poziomów stopy dyskontowej (tabela 4.7) oraz różnych poziomów współczynnika ostrożności (tabela 4.8), przy czym wyniki dla wariantów przy podanych wyżej parametrach ($\alpha = 0,7$; $r^d = 9\%$) zostały przedstawione pismem pogrubionym. Na pierwszy rzut oka z zaprezentowanych rezultatów wynika, że decydent powinien wybrać projekt A_3 i, że krok 6 procedury jest w analizowanym przykładzie zbędny.

Tabela 4.7. Przykład 32 – wskaźniki $NPV(hb)_j$ dla różnych stóp dyskontowych ($\alpha = 0,7$) (w tysiącach dolarów)

Stopa dyskontowa	Projekt		
	A_1	A_2	A_3
0,15	57,19	44,89	40,48
0,14	59,63	47,57	45,80
0,13	62,14	50,32	51,32
0,12	64,72	53,16	57,05
0,11	67,40	56,08	62,99
0,10	70,15	59,09	69,16
0,09	73,00	62,19	75,58
0,08	75,94	65,39	82,24
0,07	78,97	68,69	89,16
0,06	82,11	72,10	96,36
0,05	85,35	75,61	103,85

Źródło: jak do tabeli 4.5.

Tabela 4.7 pozwala nam jednak skonstatować, że już przy stopie dyskontowej równej 10% ranking projektów ulega zmianie. Tym razem to projekt A_1 zajmuje pierwsze miejsce w rankingu – projekt A_3 jest tuż za nim. Z kolei tabela 4.8 pokazuje, że drobne zmiany stopnia nastawienia decydenta do ryzyka nie wpłyną na kolejność przedsięwzięć. Niemniej, gdy współczynnik ostrożności spadnie do poziomu 66%, wskaźniki będą przyjmowały niemalże identyczne wartości dla projektów A_1 i A_3 . Powyższa analiza skłania nas w takim razie do zweryfikowania zadeklarowanej stopy dyskontowej, a także do ewentualnego skorzystania z dodatkowej miary, którą jest średnie odchylenie standardowe.

Jak widać, w przedstawionej procedurze można się doszukać niektórych cech innych technik wymienionych w tym podrozdziale. Omawiane podejście warto na

Tabela 4.8. Przykład 32 – wskaźniki $NPV(hb)_j$ dla różnych współczynników pesymizmu ($r^d = 9\%$) (w tysiącach dolarów)

Współczynnik pesymizmu	Projekt		
	A_1	A_2	A_3
0,60	89,34	77,91	84,46
0,65	81,54	70,51	80,18
0,66	79,89	68,93	79,29
0,67	78,21	67,30	78,38
0,68	76,51	65,64	77,46
0,69	74,77	63,94	76,53
0,70	73,00	62,19	75,58
0,71	71,19	60,40	74,61
0,72	69,35	58,57	73,63
0,73	67,48	56,68	72,64
0,74	65,57	54,75	71,63
0,75	63,62	52,76	70,60
0,80	53,25	41,99	65,21

Źródło: jak do tabeli 4.5.

przykład wzbogacić o analizę wrażliwości (patrz metoda 3) – wygenerowane rankingi projektów dla różnych poziomów stopy dyskontowej i współczynnika pesymizmu mogą bowiem dostarczyć wielu cennych informacji. Krok 6b jest z kolei podobny do metody 6, lecz w regule opartej na wskaźniku $NPV(H+B)$ odchylenie standardowe jest wyznaczane tylko dla najlepszych projektów, podczas gdy we wspomnianej metodzie miara ta jest wykorzystywana dla wszystkich przedsięwzięć. Reguła $NPV(H+B)$ ma też wiele wspólnego z dwumianowym drzewem wielookresowym (Cox i in., 1979; Targiel, Nowak i Trzaskalik, 2018), choć w tym drugim wypadku konieczna jest znajomość rozkładu prawdopodobieństwa.

Dodajmy na koniec, że w omówionej metodzie poziom współczynnika ostrożności nie musi być stały dla wszystkich okresów, co ma istotne znaczenie przede wszystkim w wypadku długoterminowych przedsięwzięć. Ponadto istnieje możliwość zmodyfikowania pierwotnej wersji procedury $NPB(H+B)$ w taki sposób, aby można było uwzględnić reinwestycję osiągniętych przepływów pieniężnych (Chandra, 2009).

4.4. Optymalizacja wielkości zamówienia produktów innowacyjnych

Problem optymalizacji wielkości zamówienia produktów zwany jest także zagadnieniem gazeciarza (*newsvendor problem*, *newsboy problem*, NP). W klasycznym ujęciu polega ono na wyznaczeniu wielkości zamówienia maksymalizującej oczekiwaną zysk (lub minimalizującą oczekiwaną stratę) przy założeniu, że popyt jest dany jako zmienna losowa o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa i że dotyczy on jednego okresu, przy czym nie jest brane pod uwagę nastawienie decydenta do ryzyka (Khouja, 1999; Lee i Nahmias, 1993; Porteus, 1990; Ravindran i in., 1987; Sikora, 2008). Zagadnienie gazeciarza odgrywa istotną rolę w teorii zapasów. Doczekało się też wielu rozszerzeń i modyfikacji (Behret i Kahraman, 2010; Bieniek, 2016; Choi, 2012; Dogru, de Kok i Houtum, 2013; Gallego i Moon, 1993; Goto, 2013; Kocabiyikoğlu i Popescu, 2011; Petrucci, Wee i Dada, 2009; Qin, Wang, Vakharia, Chen i Seref, 2011). Ostatnio dużym zainteresowaniem cieszy się ono w kontekście podejmowania decyzji w warunkach niepełnej informacji o prawdopodobieństwach (DMPI). W pracach Guo (2011; 2013) oraz Guo i Ma (2014) nieznane prawdopodobieństwo zastąpiono subiektywnie określanymi stopniami możliwości (*possibility degree*) i poziomami satysfakcji (*satisfaction level*). W literaturze można też znaleźć artykuły, w których wyraźnie podkreśla się, że NP nie powinno być w ogóle rozpatrywane jako problem ze znanym rozkładem prawdopodobieństwa, gdyż w rzeczywistych sytuacjach decyzyjnych te wielkości zazwyczaj nie są znane (Benzion i in., 2010), a jeżeli nawet są, to znajomość prawdopodobieństwa niekoniecznie prowadzi do zwiększenia osiąganych zysków (Besbes i Muharremoglu, 2013). Co więcej, zagadnienie gazeciarza bywa coraz częściej zgłębiane pod kątem możliwości uwzględnienia w nim nastawienia decydenta to ryzyka (Agrawal i Seshadri, 2000; Kamburowski, 2014; Lee, Li i Yu, 2015; Wang i Webster, 2009; Wang, Webster i Suresh, 2009; Wang, Webster i Zhang, 2012; Wu, Zhu i Teunter, 2013).

W związku z powyższym zasadne wydaje się opracowanie procedury umożliwiającej ustalenie optymalnej wielkości zamówienia produktów przy nieznanym prawdopodobieństwach. Ma to zwłaszcza znaczenie w wypadku produktów innowacyjnych, dla których nie dysponujemy danymi historycznymi, często wykorzystywanymi do oszacowania rozkładu. Ową wielkość podaży warto wyznaczać na jeden okres, gdyż po upływie tego okresu okoliczności podejmowania decyzji (potrzeby konsumentów, jakość zamawianego towaru, koszty związane z zamówieniem, warunki atmosferyczne itd.) mogą się na tyle zmienić, że konieczna będzie weryfikacja i aktualizacja przynajmniej niektórych parametrów zadania optymalizacyjnego. Z analizy przeprowadzonej w rozdziale 1 wynika także, że przy jednokrotnej realizacji wybranego wariantu decyzyjnego zaleca się unikanie metod odwołujących się do prawdopodobieństwa. W formułowanej metodzie warto rów-

niez wzięć pod uwagę preferencje decydenta, czyli jego stosunek do danej sytuacji decyzyjnej – można to uczynić, wykorzystując na przykład współczynnik ostrożności zadeklarowany przez podmiot decyzyjny.

Zanim rozpatrzmy konkretną sytuację decyzyjną, wymienione zostaną podstawowe charakterystyki zagadnienia gazeciarza. Są one zapewne znane większości osób zajmujących się badaniami operacyjnymi, modelowaniem i optymalizacją ekonomicznych problemów decyzyjnych. Niemniej poniższe zestawienie będzie pomocne na etapie planowania scenariuszowego i generowania macierzy wypłat w analizowanym dalej przykładzie.

- 1) Popyt D na dany produkt jest wyrażony w postaci zmiennej losowej o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa, przy czym rozkład może być ciągły lub dyskretny (w monografii interesuje nas ten drugi przypadek).
- 2) Sprzedawca dokonujący zakupu danego produktu nie przechowuje towaru, który nie znalazł nabywcy, do następnego okresu (dnia, roku, sezonu), lecz go zwraca – nieodpłatnie bądź po obniżonej cenie – pod koniec bieżącego okresu (Burnetas, Gilbert i Smith, 2007). Taka sytuacja jest charakterystyczna dla produktów o krótkim cyklu życia, tj. dla żywności o krótkim terminie przydatności, dla prasy (dzienniki) (Grzesiak, 1997a, 1997c, 2008), dla odzieży i obuwia modnych w danym sezonie, dla niektórych leków i innych produktów szybko tracących wartość (Anholcer, 2017).
- 3) Pierwotnymi parametrami zadania są między innymi trzy rodzaje cen: c_1 – cena zakupu (*purchase cost*); c_2 – cena sprzedaży (*selling price*); c_3 – cena zwrotu (*discount price*), na podstawie których można ustalić jednostkowy zysk z tytułu sprzedaży produktu ($b = c_2 - c_1$) oraz jednostkową stratę wynikającą z braku zainteresowania tym produktem ($s = c_1 - c_3$). Relacja pomiędzy cenami powinna być następująca: $c_3 < c_1 < c_2$.
- 4) Jediną zmienną decyzyjną problemu jest wielkość zamówienia: q .
- 5) W wypadku dyskretnej wersji zagadnienia, o ile celem jest maksymalizacja oczekiwanego dochodu, problem można rozwiązać za pomocą poniższych wzorów⁶¹:

$$g(q, D) = \begin{cases} b \cdot q, & \text{jeżeli } q \leq D, \\ b \cdot D - s(q - D), & \text{jeżeli } q > D, \end{cases}$$

$$q = D_{\min}, \dots, D_{\max}; D = D_{\min}, \dots, D_{\max}, \quad (4.28)$$

$$p(q) = \sum_{D=D_{\min}}^{D_{\max}} g(q, D) \cdot P(D), \quad q = D_{\min}, \dots, D_{\max}, \quad (4.29)$$

$$q^* = \arg \max_q p(q), \quad (4.30)$$

⁶¹ Popularny jest także tzw. wzór rekurencyjny lub wzór analityczny opisany przez Sikorę (2008).

gdzie:

$g(q, D)$ – zysk osiągnięty przez sprzedawcę przy wielkości zamówienia równej q i popycie równym D ,

$p(q)$ – oczekiwany dochód, gdy zamówionych zostanie q jednostek towaru,

D_{\min} i D_{\max} – minimalny i maksymalny popyt rozpatrywany w danym zadaniu (jest on odpowiednio równy minimalnej i maksymalnej analizowanej wielkości zamówienia),

$P(D)$ – prawdopodobieństwo tego, że popyt na dany produkt będzie równy D ,

q^* – optymalna wielkość zamówienia.

Z powyższych cech klasycznego zagadnienia gazeciarza wynika jeden niezwykle istotny dla nas wniosek. Otóż rozpatrywane wielkości zamówienia możemy traktować jako kolejne potencjalne decyzje, natomiast analizowane wielkości popytu mogą reprezentować poszczególne scenariusze, na które sprzedawca nie ma wpływu. Oznacza to, że oryginalną macierz zysków dla zagadnienia gazeciarza, zwykle generowaną ze znanym rozkładem prawdopodobieństwa (tabela 4.9), można z łatwością doprowadzić do postaci standardowej macierzy wypłat stosowanej w planowaniu scenariuszowym (tabela 4.10) (Gaspars-Wieloch, 2017f), której elementy obliczamy ze wzoru:

$$a_{i,j} = \begin{cases} b \cdot q, & \text{jeżeli } j \leq i, \\ b \cdot D - s(q - D), & \text{jeżeli } j > i, \end{cases} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n. \quad (4.31)$$

Tabela 4.9. Macierz zysków dla klasycznego zagadnienia gazeciarza – przypadek ogólny

$q \backslash D$	$D_{\min} = q_{\min}$	$D_{\min} + 1$...	$D_{\max} - 1$	$D_{\max} = q_{\max}$	$P(q)$
q_{\min}	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$P(q_{\min})$
$q_{\min} + 1$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$P(q_{\min} + 1)$
...	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$b \cdot q$...
$q_{\max} - 1$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot q$	$b \cdot q$	$P(q_{\max} - 1)$
q_{\max}	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot D - s(q - D)$	$b \cdot q$	$P(q_{\max})$

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2015b, 2017f.

Kolejny interesujący wniosek, jaki się w związku z tym nasuwa, jest taki, że skoro tym razem każdą wartość w macierzy wypłat można precyzyjnie obliczyć na podstawie dostępnego wzoru (wzór 4.28), to rola ekspertów zaangażowanych na etapie planowania scenariuszowego ogranicza się tutaj, w przeciwieństwie do innych problemów optymalizacyjnych, do oszacowania trzech rodzajów cen i po-

Tabela 4.10. Macierz wypłat dla zagadnienia gazeciarza w warunkach niepewności z nieznanymi prawdopodobieństwami – przypadek ogólny

Scenariusz	Decyzja				
	A_1 ($q = q_{\min}$)	A_2 ($q = q_{\min} + 1$)	A_j	A_{n-1} ($q = q_{\max} - 1$)	A_n ($q = q_{\max}$)
$S_1 (D = D_{\min})$	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$A_{1,j}$	$a_{1,n-1}$	$A_{1,n}$
$S_2 (D = D_{\min} + 1)$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$A_{2,j}$	$a_{2,n-1}$	$A_{2,n}$
S_i	$a_{i,1}$	$a_{i,2}$	$a_{i,j}$	$a_{i,n-1}$	$a_{i,n}$
$S_{m-1} (D = D_{\max} - 1)$	$a_{m-1,1}$	$a_{m-1,2}$	$a_{m-1,j}$	$a_{m-1,n-1}$	$a_{m-1,n}$
$S_m (D = D_{\max})$	$a_{m,1}$	$a_{m,2}$	$a_{m,j}$	$a_{m,n-1}$	$a_{m,n}$

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2015b, 2017f.

dania skrajnych wielkości popytu. Indywidualne wyznaczenie wypłat dla każdej kombinacji <scenariusz, decyzja> nie jest tu konieczne.

W pracach Gaspars-Wieloch (2015b, 2017f) zwrócono uwagę na to, że w wypadku zagadnienia gazeciarza macierz wypłat charakteryzuje się bardzo zróżnicowanymi różnicami wypłat dla poszczególnych decyzji, przy czym wariant decyzyjny związany z najniższą wielkością zamówienia jest deterministyczny (wypłaty są takie same, niezależne od scenariusza). Ponadto rozkłady wypłat dla wariantów pośrednich są asymetryczne. Ta sytuacja występuje zawsze, niezależnie od relacji pomiędzy jednostkowym zyskiem a jednostkową stratą. W tabeli 4.11 prezentujemy trzy warianty przykładu 33 (a-c), dzięki którym można powyższe wnioski wyciągnąć. Przyjęto, że przewidywane dyskretne wielkości popytu, a zarazem potencjalne wielkości zamówienia, należą do przedziału [1, 4], jednostkowe zaś zyski i straty wynoszą odpowiednio 5 i 1, 3 i 3 oraz 1 i 5. Wielkość zamówienia jest wyrażona w kontenerach, a zyski i straty w tysiącach dolarów. W kontenerach znajdują się kartony zawierające kolorowe plastikowe dziecięce butelki wielokrotnego użytku służące jednocześnie do picia wody i spryskiwania ciała dla ochłody w czasie upałów. Butelki są ozdobione podobiznami piłkarzy biorących udział w mistrzostwach świata. Innowacyjność produktu polega na zainstalowaniu dwóch otworów w butelce (do picia i spryskiwania). Sezonowość produktu jest natomiast związana z porą roku (latem zapotrzebowanie na tego typu butelki jest z pewnością największe) oraz zmiennym zainteresowaniem dzieci sportem i sportowcami. Decydem jest dyrektor sieci hipermarketów. Przykład 33a pokazuje sytuację, w której różnica pomiędzy kosztem zakupu a ceną zwrotu jest minimalna, natomiast różnica między ceną sprzedaży a kosztem zakupu jest znacznie większa. Jest to bardzo korzystne zestawienie dla sprzedawcy – dużo zarabia w wypadku sprzedaży, mało traci w razie zwrotu towaru (lub posezonowej sprzedaży po obniżonej

cenie). Przykład 33b jest już mniej korzystny, gdyż sprzedawca zarobi względniej mniej, a straci relatywnie więcej. Sytuacja przedstawiona w przykładzie 33c prezentuje najgorszą możliwą relację pomiędzy cenami. Tym razem ryzyko wystąpienia ujemnych wypłat jest bardzo duże. Sprzedaż przynosi małe zyski, a zwrot towaru (w naszym wypadku posezonowa sprzedaż po obniżonej cenie) wiąże się z istotnymi stratami. Z tabeli 4.11 wynika jednak, że niezależnie od relacji między cenami asymetryczność wypłat i zróżnicowanie ich rozstępów występuje zawsze.

Tabela 4.11. Przykład 33 – macierze wypłat ($q_{\min} = D_{\min} = 1$; $q_{\max} = D_{\max} = 4$)

Scenariusz	a) $b = 5, s = 1$				b) $b = 3, s = 3$				c) $b = 1, s = 5$			
	Decyzja				Decyzja				Decyzja			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	5	4	3	2	3	0	-3	-6	1	-4	-9	-14
S_2	5	10	9	8	3	6	3	0	1	2	-3	-8
S_3	5	10	15	14	3	6	9	6	1	2	3	-2
S_4	5	10	15	20	3	6	9	12	1	2	3	4

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2015b, 2017f.

Jeżeli mamy dodatkowo uwzględnić naturę decydenta (współczynnik pesymizmu), dla powyższych przykładów można teoretycznie zaproponować różne metody ich rozwiązania. Wszystko bowiem zależy od celów i preferencji podmiotu decyzyjnego. Nie rekomendujemy jednak reguły Hurwicza, gdyż dostarcza ona nielogicznych odpowiedzi, zwłaszcza w wypadku asymetrycznych wypłat. Reguły APO lub SAPO (podrozdziały 2.3.2-2.3.3) są już bardziej obiecujące, ponieważ dają możliwość uwzględniania częstotliwości występowania skrajnych wypłat, ale ze względu na mocne zróżnicowanie rozstępów wypłat w zagadnieniu gazeciarza zdecydowanie bezpieczniej byłoby dołączyć do tychże procedur drugie kryterium decyzyjne, np. odchylenie standardowe. Jeżeli decydent zamierza wziąć pod uwagę częstotliwość występowania zarówno skrajnych wypłat, jak i pośrednich, to może się odwołać do reguły H+B (podrozdział 3.2.1), posiłkując się oczywiście dodatkowo odchyleniem standardowym. Można również skorzystać z metody SF+AS(p) (podrozdział 2.4.1), o ile decydent jest gotowy na to, by pierwotny zestaw scenariuszy zawęzić do zbioru tych, które najbardziej odzwierciedlają jego nastawienie do ryzyka, a następnie by wybrać właściwą wielkość zamówienia tylko na podstawie tego zredukowanego zbioru.

W niniejszej monografii wykorzystamy regułę SF+AS(p). Zasada ta, ze względu na zróżnicowane rozstępy wypłat, może się wydawać dość odważnym podejściem,

zwłaszcza w wypadku wysokich poziomów współczynnika optymizmu i niekorzystnej relacji pomiędzy jednostkowym zyskiem a jednostkową stratą ($b < s$). Pamiętajmy jednak, że wraz ze wzrostem współczynnika ostrożności, reguła SF+A-S(p) oferuje coraz większe możliwości wyboru bezpiecznej strategii. Tę procedurę omówiono już szczegółowo w pracy, dlatego tutaj prezentujemy jedynie wyniki dla różnych wartości współczynnika optymizmu. Podajemy też zbiór (najczęściej jednoelementowy) scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Tabele 4.12 i 4.13 dotyczą tylko przykładu 33c. Rankingi dla przykładów 33a i 33b dla wybranych wartości współczynnika ostrożności odnajdziemy w pracy Gaspars-Wieloch (2017f).

Tabela 4.12. Przykład 33c – typowane scenariusze oraz wartości v_j i p dla $\beta \in [0, 1]$ – reguła SF+AS(p)

Współczynnik optymizmu	S_i	Decyzja				P	$M(\beta)$
		A_1	A_2	A_3	A_4		
1,00	S_4	1,00	2,00	3,00	4,00	0	4,0
0,90	S_4	1,00	2,00	3,00	4,00	1	3,7
0,80	S_3	1,00	2,00	3,00	-2,00	1	3,4
0,70	S_2, S_3	1,00	2,00	2,57	-2,43	2	3,1
0,60	S_2, S_3	1,00	2,00	-1,71	-6,71	2	2,8
0,50	S_2	1,00	2,00	-3,00	-8,00	2	2,5
0,40	S_1, S_2	1,00	1,38	-3,62	-8,62	3	2,2
0,30	S_1, S_2	1,00	-0,69	-5,69	-10,69	3	1,9
0,20	S_1, S_2	1,00	-2,76	-7,76	-12,76	4	1,6
0,10	S_1	1,00	-4,00	-9,00	-14,00	4	1,3
0,00	S_1	1,00	-4,00	-9,00	-14,00	4	1,0

Analizując tabelę 4.12, zauważamy, że dla wielu wartości współczynnika optymizmu sytuacja nie jest jednoznaczna. Nie istnieje bowiem w tych wypadkach decyzja, która by jednocześnie charakteryzowała się odpowiednią liczbą wypłat nie mniejszych niż wskaźnik Walda i która by posiadała co najmniej jedną wypłatę nie mniejszą niż wskazana wartość progowa $M(\beta)$. Dlatego w rozpatrywanym przykładzie należy się odwołać do wzoru (2.82), zgodnie z którym decydent może wybrać wariant według tego kryterium, które ma dla niego większe znaczenie. Na przykład dla $\beta = 0,6$ reguła SF+AS(p) proponuje dwie opcje: A_2 (zamówienie dwóch kontenerów) lub A_3 (zamówienie trzech kontenerów), przy czym pierwsza ma odpo-

Tabela 4.13. Przykład 33c – macierz wypłat, suma przypadków dominacji i przedział dla współczynnika optymizmu ($b = 1, s = 5$)

Scenariusz	Decyzja				Suma przypadków dominacji (d_i)	Przedział dla parametru β
	A_1	A_2	A_3	A_4		
S_1	1	-4	-9	-14	0	[0,00, 0,14]
S_2	1	2	-3	-8	3]0,43, 0,57]
S_3	1	2	3	-2	5]0,71, 0,86]
S_4	1	2	3	4	6]0,86, 1,00]

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2015b, 2017f.

wiednią liczbę wypłat ($4 > 2$) nie mniejszych niż wskaźnik Walda (1), a druga ma co najmniej jedną wypłatę nie mniejszą niż wartość progowa (2.8).

4.5. Optymalizacja składu portfela papierów wartościowych

Omówione dotychczas zastosowania proponowanych reguł decyzyjnych polegają na wyłonieniu odpowiedniej strategii czystej. W niniejszej części pracy przedstawiono przykład, w którym celem decydenta jest ustalenie właściwej strategii mieszanej. Do poszukiwania takiej strategii sprowadza się między innymi konstrukcja portfela papierów wartościowych. Tworząc portfel, inwestor stara się odpowiednio zdywersyfikować jego skład po to, by możliwe było osiągnięcie zysków (lub by nie przyniósł on zbyt dotkliwych strat) nawet wówczas, gdy w wielu branżach panuje bessa lub stagnacja. Owa dywersyfikacja jest możliwa właśnie dzięki wyznaczeniu strategii mieszanej, czyli wypukłej kombinacji strategii czystych. W pracach poświęconych tej tematyce przyjmuje się, że optymalizując skład portfela papierów wartościowych, inwestor kieruje się oczekiwaną stopą zwrotu oraz wybraną miarą ryzyka związanego z danym walorem, na przykład rozproszeniem stóp zwrotu, mierzonym za pomocą odchylenia standardowego, przy czym rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu można oszacować na podstawie danych historycznych (Anholcer, Godlewski i Sikora, 2004; Gaspars, 2004, 2005; Gaspars i Sikora, 2004; Haugen, 2001; He i Zhou, 2011; Jurek, 2001; Kitowicz i Sikora, 2004; Kolm, Tutuncu i Fabozzi, 2014; Konno i Yamazaki, 1991; Markowitz, 1952, 1959; Pirvu i Schulze, 2012). Tutaj natomiast założymy, że inwestor nie ma wystarczającej informacji o prawdopodobieństwie lub nie zamierza z niej skorzystać. Z taką sytuacją możemy mieć do czynienia na przykład wtedy, gdy spodziewane są istotne zmiany na rynku papierów wartościowych, wywołane nowymi, słabo zbadanymi

czynnikami, nieuwzględnionymi w historycznych stopach zwrotu. W wypadku cen akcji trudno jest na przykład wyznaczyć oczekiwaną stopę zwrotu akcji i towarzyszące jej odchylenie standardowe na podstawie danych historycznych, jeżeli dochodzi do fuzji bądź przejęcia. Transakcje, których skutkiem jest połączenie podmiotów gospodarczych w jedną organizację (fuzja) lub nabycie takiej liczby akcji (udziałów) jednego przedsiębiorstwa przez drugie, która daje możliwość kontroli nad przedsiębiorstwem przejmowanym (przejęcie), mogą diametralnie zmienić dotychczasowe trendy. Oszacowanie oczekiwanej stopy zwrotu i wybranej miary ryzyka na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa może być więc utrudnione zawsze wtedy, gdy nie dysponujemy odpowiednio długim szeregiem czasowym (Gaspars-Wieloch, 2015e). W niniejszym rozdziale przyjęto, że do wyznaczenia potrzebnej macierzy wypłat ukazującej potencjalne scenariusze można użyć nie tylko analizy fundamentalnej (tj. analizy kondycji ekonomicznej badanej spółki w celu dokonania wyceny jej wartości) i analizy technicznej (Tarczyński i Łuniewska, 2004) (tj. techniki mającej na celu prognozę przyszłych cen papierów wartościowych na podstawie analizy kształtowania się cen w przeszłości), lecz przede wszystkim prognoz ekspertów i inwestorów spodziewających się zajścia zupełnie nowych zdarzeń mogących mieć wpływ na wycenę walorów. Takie podejście jest uzasadnione w kontekście publikacji Castellano i Scaccii (2014), Grafa i Six (2014) oraz Gurgula i Wójtowicza (2014), w których autorzy kładą nacisk na to, że nie wszystkie przyszłe wydarzenia da się przewidzieć jedynie na podstawie analizy przeszłości i teraźniejszości. Ze względu na zróżnicowanie preferencji inwestorów będziemy się starali uwzględnić ten aspekt przy doborze właściwej struktury portfela papierów wartościowych.

Przykład ukazujący, w jaki sposób można ustalić udziały poszczególnych akcji w portfelu przy założeniu, że inwestor nie dysponuje informacją o historycznych stopach zwrotu oraz prawdopodobieństwie obiektywnym czy też subiektywnym, został już szczegółowo opisany przez Gaspars-Wieloch (2015e). Tu jedynie przypomnimy parametry zadania, wybraną regułę decyzyjną i otrzymane końcowe rekomendacje. Wspomniana praca zawiera rozważania dotyczące dwóch typów inwestorów: pasywnego i aktywnego. Inwestor pasywny nie angażuje się w szacowanie macierzy stóp zwrotu, a jego rola w procesie decyzyjnym ogranicza się do zadeklarowania współczynnika pesymizmu (optymizmu), który odzwierciedla jego preferencje. Od inwestora aktywnego oczekuje się znacznie więcej – proszony jest on między innymi o samodzielne wyznaczenie macierzy stóp zwrotu, o dobór scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia, a także o podanie akceptowanego poziomu ryzyka. Włączenie inwestora aktywnego w poszczególne kroki procedury sprawia, że wiele danych potrzebnych do rozwiązania zadania optymalizacyjnego wyznacza się w sposób subiektywny, bez konieczności odwoływania się do licznych wzorów, które to z kolei są kluczowe, gdy skład portfela

ustalany jest dla pasywnego decydena. Tutaj zajmiemy się tylko przypadkiem inwestora pasywnego.

Przyjmijmy więc, że inwestor rozważa zakup akcji A_1, A_2, \dots, A_6 , przy czym, według ekspertów, możliwych jest pięć różnych scenariuszy: S_1, S_2, \dots lub S_5 . Załóżmy, że akcje należą do spółek, które w ostatnim czasie: (1) właśnie weszły na giełdę, (2) przejęły jakąś inną spółkę lub (3) powstały w wyniku fuzji. Przyjmijmy dodatkowo, że sytuacja ekonomiczna jest niepewna, ponieważ w kraju odbyły się właśnie wybory parlamentarne, a nowy rząd zamierza wprowadzić reformy w zakresie obowiązującej waluty, systemu podatkowego, polityki zagranicznej itd. Tabela 4.14 przedstawia przewidywane kwartalne stopy zwrotu odpowiadające poszczególnym walorom.

Tabela 4.14. Przykład 34 – macierz stóp zwrotu (w %)

Stan	Akcja					
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
S_1	2,0	7,0	-1,0	0,0	5,0	3,0
S_2	-1,0	5,0	0,0	3,0	8,0	1,0
S_3	4,0	0,0	3,0	5,0	2,0	7,0
S_4	-4,0	-6,0	6,0	6,0	-5,0	-6,0
S_5	6,0	3,0	0,0	-5,0	-1,0	4,0

Źródło: Przykład zaczerpnięty z artykułu Gaspars-Wieloch (2015e).

Inwestor zamierza utrzymać wyznaczoną strukturę portfela przez jeden kwartał, a po tym okresie planuje zweryfikować i ewentualnie zmodyfikować parametry zadania (zbiór akcji, zbiór stanów, macierz stóp zwrotu, współczynnik pesymizmu) oraz ponownie zastosować wybraną procedurę w celu ustalenia składu portfela na kolejny kwartał. Oznacza to, że wygenerowany plan działania zostanie zrealizowany tylko jeden raz. Można więc skorzystać z reguły SF+AS(m) opracowanej dla strategii mieszanych i wariantów decyzyjnych realizowanych raz (podrozdział 2.4.2). Model (2.88)-(2.91) zostanie jednak rozszerzony o dwa dodatkowe warunki, które warto wprowadzić, gdyż rozstępny stóp zwrotu dla poszczególnych akcji są zróżnicowane (podrozdział 2.6). Dołączamy zatem formułę (2.132) oraz wzór:

$$\sum_{j=1}^n \sigma_j x_j \leq \beta (\sigma_{\max} - 1,5\sigma_{\min}) + 1,5\sigma_{\min} \quad (4.32)$$

gdzie σ_{\max} i σ_{\min} to odchylenie standardowe stóp zwrotu akcji o odpowiednio największym i najmniejszym rozproszeniu.

Powyższa formuła uwzględnia preferencje decydenta – im większy cechuje go pesymizm, tym niższym odchyleniem standardowym powinien się charakteryzować skonstruowany portfel papierów wartościowych. Zauważmy, że wskaźnik σ_j należy obliczyć dla wszystkich akcji, uwzględniając wszystkie stopy zwrotu, a nie tylko te, które dotyczą scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia. Ponadto górne ograniczenie ryzyka dla portfela skrajnego pesymisty, równe w tym przykładzie $1,5\sigma_{\min} = 0 \cdot (\sigma_{\max} - 1,5\sigma_{\min}) + 1,5\sigma_{\min}$, może być ustalone na innym poziomie, lecz zawsze w ramach przedziału $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$. Pamiętajmy jednak, że wybór wielkości σ_{\min} (zamiast $1,5\sigma_{\min}$) oznacza dla skrajnego asekuranta uzyskanie w większości wypadków rozwiązania optymalnego w postaci strategii czystej (a nie mieszanej), czyli portfela jednoskładnikowego. Wybór parametru stojącego przy σ_{\min} we wzorze (4.32) powinien być poprzedzony analizą rozproszenia stóp zwrotu związanych z poszczególnymi walorami.

Do ustalenia struktury portfela brakuje już nam tylko informacji o współczynniku optymizmu inwestora (zauważmy, że parametr ten jest zbędny w wypadku inwestora aktywnego). Przyjmijmy, że mamy do czynienia z umiarkowanym optymistą ($\beta = 0,8$). W wypadku strategii mieszanych decydent ma też możliwość określenia swoich preferencji w zakresie udziałów poszczególnych wariantów decyzyjnych. Tutaj zakładamy, że inwestor chciałby, aby udział trzeciego waloru był równy co najmniej 5% i by udział szóstego waloru nie przekroczył 20%. Ostatnie dwa założenia ($x_3 \geq 0,05$, $x_6 \leq 0,20$) zostaną uwzględnione dopiero w końcowym zadaniu optymalizacyjnym.

Rozwiązanie pomocniczego zadania opisanego za pomocą wzorów z modelu (2.15)-(2.18) jest następujące: $y^* = 1,4453\%$, $x_1 = 0,0876$, $x_2 = 0,3066$, $x_3 = 0,6058$, $x_4 = x_5 = x_6 = 0$, a więc przeznaczając w odpowiednich proporcjach posiadany kapitał na zakup akcji pierwszych trzech spółek rozpatrywanych w zadaniu, inwestor może liczyć na kwartalną stopę zwrotu równą co najmniej 1,45%. W najbardziej optymistycznym przypadku (czyli gdy cały kapitał zostanie przeznaczony

Tabela 4.15. Przykład 34 – sumy przypadków dominacji

Stan	Akcja						d_i
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	
S_1	2	4	0	1	3	2	12
S_2	1	3	1	2	4	1	12
S_3	3	1	3	3	2	4	16
S_4	0	0	4	4	0	0	8
S_5	4	2	1	0	1	3	11

Źródło: jak do tabeli 4.14.

na kupno akcji piątej spółki i gdy zajdzie akurat scenariusz S_2) kwartalna stopa zwrotu z portfela wyniesie $m^* = 8,00\%$. Na podstawie tych dwóch parametrów (y^* i m^*) oraz podanego współczynnika optyimizmu można obliczyć graniczną stopę zwrotu $M(\beta)$ zgodnie ze wzorem (2.87). Wynosi ona $0,8(8 - 1,4453) + 1,4453 = 6,689\%$. Sumy przypadków dominacji zestawiono w tabeli 4.15, a parametr $d(\beta) = 0,8(16 - 8) + 8 = 14,4$.

Podzbiór scenariuszy o największej subiektywnej szansie wystąpienia jest więc następujący: $S(S_i) = \{S_1, S_2, S_3\}$. Zanim rozwiążemy końcowe zadanie optymalizacyjne oparte na modelu (2.88)-(2.91), (2.132), (4.32) i dwóch dodatkowych ograniczeniach: $x_3 \geq 0,05$, $x_6 \leq 0,20$, obliczymy jeszcze tylko odchylenia standardowe stóp zwrotu: $\sigma_1 = 3,975$ p.p., $\sigma_2 = 5,070$ p.p., $\sigma_3 = 2,881$ p.p., $\sigma_4 = 4,438$ p.p., $\sigma_5 = 5,070$ p.p., $\sigma_6 = 4,868$ p.p., dzięki którym stwierdzamy, że ryzyko portfela mierzone odchyleniem standardowym nie może przekroczyć 4,92 p.p. Zmienne decyzyjne głównego zadania przyjmują następujące wartości: $g_1 = 2,28$ p.p., $g_2 = 0,00$ p.p., $g_3 = 4,02$ p.p., $x_1 = 0,000$, $x_2 = 0,000$, $x_3 = 0,057$, $x_4 = 0,000$, $x_5 = 0,820$, $x_6 = 0,122$. Oznaczają one, że przyszła rzeczywista kwartalna stopa zwrotu portfela należy do przedziału $[2,667\%, 6,689\%]$, pod warunkiem że zajdzie jeden ze scenariuszy należących do podzbioru $S(S_i)$ oraz że inwestor zakupi akcje trzeciej, piątej i szóstej spółki (w odpowiednich proporcjach). Jest to oczywiście o wiele korzystniejszy zwrot aniżeli gwarantowana stopa zwrotu równa 1,45%.

4.6. Optymalizacja czasowo-zasobowa przedsięwzięć przy wielotrybowości czynności

W poprzednich podrozdziałach analizowano przykłady zastosowań reguł wspierających jednokryterialne podejmowanie decyzji. Począwszy od podrozdziału 4.6, omawiane będą ekonomiczne sytuacje decyzyjne, w których to decydent kieruje się przynajmniej dwoma kryteriami.

Podział na problemy jednokryterialne i problemy wielokryterialne może się wydawać nieprecyzyjny, gdyż w podrozdziałach 4.2-4.5 maksymalizowano jedno kryterium, lecz jednocześnie zwracano uwagę na rozproszenie poszczególnych realizacji tego kryterium lub na to, by liczba korzystnych wypłat była odpowiednio duża. Nie było to jednak zupełnie nowe kryterium, gdyż do ustalenia owego rozproszenia wyników bądź liczby wypłat równych wymaganej wartości progowej używano tak naprawdę tych samych danych, tj. tej samej macierzy wypłat. Ponadto w podrozdziałach 4.2-4.4 wspomagające narzędzie decyzyjne w postaci dodatkowego kryterium było wykorzystywane tylko jako środek mający ostatecznie rozstrzygnąć, którą decyzję, spośród opcji najlepiej spełniających główne kryterium,

należy zarekomendować. Ostatni krok poszczególnych procedur był więc wykonywany tylko dla niektórych wariantów decyzyjnych. Począwszy od niniejszego podrozdziału, zajmiemy się natomiast zagadnieniami, w których decydent ocenia wszystkie decyzje z punktu widzenia więcej niż jednego kryterium, przy czym każde kryterium jest prezentowane za pomocą innych danych, a więc każdemu celowi odpowiada odrębna macierz wypłat ukazująca możliwe opcje, potencjalne scenariusze oraz wypłaty dla każdej kombinacji (scenariusz, decyzja).

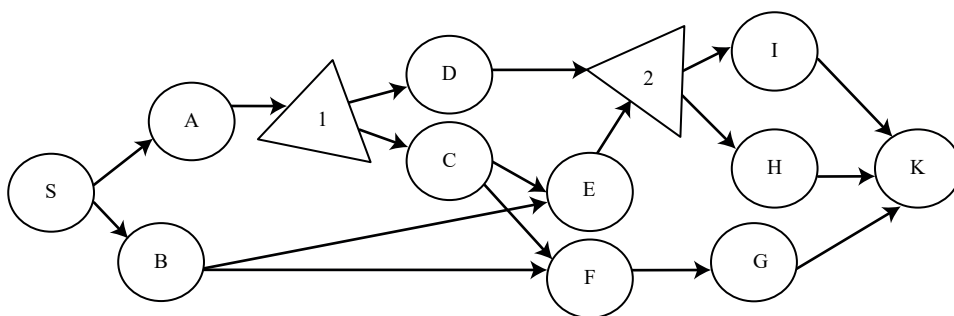
Taka sytuacja występuje na przykład wówczas, gdy kierownikowi projektu zależy jednocześnie na minimalizacji czasu jego realizacji i na minimalizacji wykorzystanych zasobów. Nie da się zazwyczaj minimalizować obu celów jednocześnie, dlatego decydent musi się zadowolić rozwiązaniem kompromisowym, które można wyznaczyć na przykład za pomocą jednej z najprostszych metod programowania wielokryterialnego, czyli procedury polegającej na wyłonieniu kryterium głównego (w postaci funkcji celu) i potraktowaniu pozostałych celów jako kryteria poboczne (w postaci warunków). Kierownik projektu dąży zatem do minimalizacji czasu jego realizacji i jednocześnie dba o to, by nie zostały przekroczone dostępne zasoby (środki finansowe, pracownicy, sprzęt komputerowy, surowce, powierzchnia itd.), lub zabiega o to, by zminimalizować zużycie zasobów, a ograniczeniem jest wówczas z góry ustalony czas dyrektywny, którego nie wolno przekroczyć. Owo zagadnienie było już wielokrotnie omawiane w literaturze, o czym świadczą liczne prace na ten temat (np. Anholcer i Gaspars-Wieloch, 2011, 2013; Błażewicz, Lenstra i Rinnooy Kan, 1983; Brucker, Drexl, Moehring, Neumann i Pesch, 1999; Christofides, Alvarez-Valdes i Tamarit, 1987; Gaspars 2006a, 2006b; Gaspars-Wieloch 2008a, 2008b, 2008c, 2009, 2010, 2011, 2012b, 2013a; Hartmann, 1999; Phillips i Dessouky, 1977; Siemens, 1971; Sikora, 2012; Sikora i Urbaniak, 2013; Talbot, 1982; Urbaniak 2012a, 2012b, 2017). W powyższych publikacjach przyjęto założenie, że strukturę projektu można opisać za pomocą grafu (sieci) zawierającego węzły i łuki, które prezentują czynności (działania) wchodzące w skład przedsięwzięcia oraz relacje poprzedzania. Grafy te konstruowano najczęściej z zastosowaniem techniki AOA (*activities on arcs*) lub AON (*activities on nodes*)⁶², przy czym zakładano, że czasy trwania poszczególnych czynności i ilość zasobów wymagana do wykonania kolejnych działań są deterministyczne. Rozbieżności występujące pomiędzy planowanymi parametrami projektu a ich faktycznymi realizacjami skłoniły badaczy do analizy problemów związanych z optymalizacją czasowo-zasobową w warunkach niepewności. Ma ona bardzo istotne znaczenie, zwłaszcza w wypadku przedsięwzięć innowacyjnych (jak rozwój nowego produktu, wdrożenie nowej technologii, projekt badawczy), dla których nie dysponujemy

⁶² Technikę AOA i AON opisali między innymi Gaspars-Wieloch (2008a), Kolisch i Padman (2001) oraz Yang i Wang (2010).

danymi o analogicznych projektach już wcześniej zrealizowanych. Niepewność może dotyczyć nie tylko parametrów charakteryzujących poszczególne działania (czasu trwania czynności, kosztu wykonania czynności, liczby pracowników potrzebnych do wykonania czynności itd.), lecz także całej struktury projektu, a więc relacji kolejnościowych pomiędzy działaniami, i zakresu działań.

W monografii odwołamy się teraz do sieci alternatywno-decyzyjnych (*decision project graphs*, DPG; *decision critical path method networks*, DCPMN) (Crowston i Thompson, 1967; Hastings i Mello, 1978). Są one traktowane jako kombinacje sieci deterministycznych i stochastycznych, ponieważ z jednej strony nie zawierają cykli (tak jak sieci deterministyczne), a z drugiej – tylko niektóre czynności przedstawione na grafie są ostatecznie realizowane (tak jak w sieciach stochastycznych).

Początkowo sieci alternatywno-decyzyjne wykorzystywano wyłącznie do opisu problemów deterministycznych. Grafy te rysowano za pomocą techniki AON (DPG-AON) lub AOA (DPG-AOA). Sieci przygotowane na podstawie pierwszej techniki składały się z węzłów kanonicznych (*AND node*) oznaczających czynności kanoniczne, tj. takie działania, które należy na pewno wykonać, oraz z węzłów decyzyjnych (*OR node*), które poprzedzały węzły ukazujące czynności alternatywne. Węzły kanoniczne i węzły następujące po węzłach decyzyjnych miały kształt koła, a węzły decyzyjne przedstawiano na przykład w postaci trójkątów (Hindelang i Muth, 1979). Początek i koniec przedsięwzięcia ukazywany był za pomocą dwóch dodatkowych węzłów, które nie reprezentowały żadnej konkretnej czynności. Przykładową sieć alternatywno-decyzyjną opracowaną za pomocą techniki AON przedstawia rys. 4.1.



Rysunek 4.1. Sieć alternatywno-decyzyjna (AON)

Źródło: Gaspars-Wieloch, 2008a.

W wypadku podejścia DPG-AOA wszystkie czynności projektu (kanoniczne i alternatywne) rysowano przy użyciu łuków, z kolei węzły oznaczały zdarzenia. W dalszej części niniejszego podrozdziału właśnie tę technikę będziemy stosować. W związku z powyższym strukturę DPG-AOA przedstawimy nieco dokładniej.

Taki graf zawiera zbiór podzbiorów czynności $S = \{S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_{n-1}\}$, gdzie n to liczba węzłów w sieci, a więc jednocześnie zdarzeń. Niektóre podzbiory działań są kanoniczne, zatem każda czynność wchodząca w ich skład musi być wykonana. Pozostałe podzbiory działań są alternatywne, co oznacza, że wystarczy wykonać dokładnie jedną lub przynajmniej jedną czynność należącą do takiego podzbioru. Podzbiór czynności związany z i -tym węzłem grafu można przedstawić następująco: $S_i = \{A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,k(i)}\}$. Liczba wszystkich czynności (łuków)

występujących w DPG-AOA wynosi $\sum_{i=1}^{n-1} k(i)$, natomiast liczba faktycznie wykonanych działań jest oczywiście mniejsza. Zbiór wszystkich węzłów sieci DPG-AOA można podzielić na trzy podzbiory:

- CAN(N) – podzbiór węzłów kanonicznych (związanych z kanonicznymi podzbiorymi czynności),
- ALT(N) – podzbiór węzłów alternatywnych (związanych z alternatywnymi podzbiorymi czynności),
- END(N) – podzbiór (najczęściej jednoelementowy) węzłów końcowych, przy czym niektóre węzły należące do pierwszego podzbioru mogą dawać początek zarówno czynnościom kanonicznym, jak i fikcyjnym (pozornym). Działania pozorne nie są związane z realizacją jakiegokolwiek zadania – ich rola ogranicza się do ukazania wszystkich relacji kolejnościowych pomiędzy czynnościami.

Z kolei w zbiorze wszystkich czynności takiego grafu można wyróżnić:

- CAN(A) – podzbiór czynności kanonicznych mających swój początek w węźle kanonicznym,
- ALT(A) – podzbiór czynności alternatywnych mających swój początek w węźle alternatywnym,
- DUM(A) – podzbiór czynności fikcyjnych.

Zauważmy, że w momencie wygenerowania listy czynności, które należy faktycznie zrealizować, sieć alternatywno-decyzyjną można przekształcić do postaci sieci deterministycznej.

Modele optymalizacyjne służące do minimalizacji czasu trwania bądź kosztu realizacji całego projektu opisanego za pomocą sieci alternatywno-decyzyjnej przedstawili między innymi Crowston i Thompson (1967), Crowston (1970), Gaspars-Wieloch (2017e), Hindelang i Muth (1979) oraz San Cristobal (2015).

Potrzeba uwzględnienia niepewnych informacji o przedsięwzięciu szybko doprowadziła do rozszerzenia pierwotnego obszaru zastosowań sieci alternatywno-decyzyjnych (Thompson, 1968). Wprowadzono bowiem możliwość przypisania scenariuszy poszczególnym działaniom wraz z prawdopodobieństwami ich wystąpienia. Parametry obciążone niepewnością mogą dotyczyć zarówno czynności kanonicznych, jak i alternatywnych.

Niezależnie od rozpatrywanej odmiany sieci alternatywno-decyzyjne opracowano z myślą o projektach, w których na pewnych etapach ich realizacji tylko jedno działanie (lub przynajmniej jedno działanie) ze zbioru czynności alternatywnych powinno być wykonane. Działania alternatywne należące do tego samego zbioru mogą się różnić między sobą ze względu na czas trwania, koszt wykonania, potrzebne zasoby, a nawet zbiór następników.

Poniżej omówiono przykład optymalizacji czasowo-zasobowej innowacyjnego projektu opartego na sieci alternatywno-decyzyjnej przy założeniu, że niektóre parametry problemu decyzyjnego są niepewne. Tym razem jednak przyjęto, że kierownik przedsięwzięcia nie dysponuje informacjami o prawdopodobieństwie wystąpienia poszczególnych scenariuszy ze względu na duży stopień nowości tego projektu. Przedstawiony przykład został po raz pierwszy zaprezentowany w skróconej wersji przez Gaspars-Wieloch (2017d). Dane dotyczące projektu zebrano w tabeli 4.16, a rysunek 4.2 ukazuje strukturę przedsięwzięcia za pomocą sieci alternatywno-decyzyjnej opracowanej według techniki AOA.

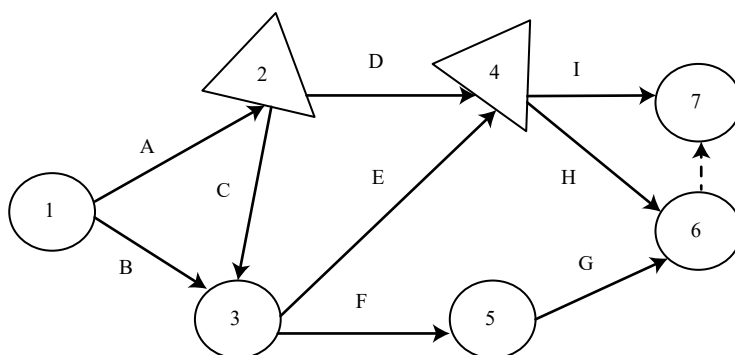
Tabela 4.16. Przykład 35 – parametry czynności wchodzące w skład projektu

Czynność	Podzbiór	Czas (w dniach)	Zasoby (w tysiącach euro)
<i>A</i>	CAN(A)	10	1
<i>B</i>	CAN(A)S	$S_1 - 3 (1,0)^*$; $S_2 - 6 (0,82)$; $S_3 - 10 (0,59)$; $S_4 - 18 (0,12)$; $S_5 - 20 (0,0)$	$S_1 - 2 (0,77)$; $S_2 - 1,8 (0,92)$; $S_3 - 1,7 (1,0)$; $S_4 - 2,5 (0,38)$; $S_5 - 3 (0,0)$
<i>C</i>	ALT(A)S	$S_1 - 13 (0,0)$; $S_2 - 4 (0,9)$; $S_3 - 6 (0,7)$; $S_4 - 3 (1,0)$	$S_1 - 3 (1,0)$; $S_2 - 3,5 (0,5)$; $S_3 - 3,7 (0,3)$; $S_4 - 4 (0,0)$
<i>D</i>	ALT(A)	7	2
<i>E</i>	CAN(A)	4	5
<i>F</i>	CAN(A)	9	4,5
<i>G</i>	CAN(A)S	$S_1 - 11 (0,5)$; $S_2 - 17 (0,0)$; $S_3 - 5 (1,0)$	$S_1 - 5,2 (0,53)$; $S_2 - 6 (0,0)$; $S_3 - 4,5 (1,0)$
<i>H</i>	ALT(A)S	$S_1 - 12 (0,87)$; $S_2 - 20 (0,62)$; $S_3 - 30 (0,31)$; $S_4 - 15 (0,78)$	$S_1 - 3 (0,35)$; $S_2 - 4 (0,06)$; $S_3 - 4,2 (0,0)$; $S_4 - 1,8 (0,71)$
<i>I</i>	ALT(A)S	$S_1 - 8 (1,0)$; $S_2 - 10 (0,94)$; $S_3 - 40 (0,0)$	$S_1 - 0,8 (1,0)$; $S_2 - 1,3 (0,85)$; $S_3 - 2 (0,65)$
D_1	DUM(A)	0	0

* W nawiasach podano wartości współczynnika normalizacyjnego omawianego dalej w tym rozdziale.

Źródło: Przykład zaczerpnięty z artykułu Gaspars-Wieloch (2017d).

Jeżeli skrót opisujący dany podzbiór czynności zawiera na końcu symbol S, oznacza to, że czynność należąca do tego podzbioru charakteryzuje się niepewnymi parametrami – zamiast deterministycznie określonego czasu i zasobów podany jest jedynie zestaw możliwych scenariuszy, a każdemu stanowi natury przypisano przewidywany czas trwania działania i wielkość zasobów potrzebnych do jego ukończenia (patrz wartości przed nawiasami). Warto podkreślić, że liczba scenariuszy dla czynności obarczonych niepewnością jest zróżnicowana nie tylko w obrębie całej sieci, lecz nawet w ramach tego samego podzbioru czynności kanonicznych lub alternatywnych. Poza relacjami kolejnościowymi zależność pomiędzy scenariuszami związanymi z konkretnymi czynnościami nie występuje. Z drugiej strony dla danego działania liczba stanów natury dotyczących poszczególnych kryteriów jest taka sama, a kryteria są zależne.



Rysunek 4.2. Przykład 35 – sieć alternatywno-decyzyjna (AOA)

Źródło: (Gaspars-Wieloch, 2017d, 2017e).

Pierwszym celem kierownika projektu jest opracowanie takiego harmonogramu prac, aby czas jego realizacji był jak najkrótszy, natomiast drugi cel brzmi następująco – łączna ilość zasobów (wyrażona w jednostkach pieniężnych) nie może przekroczyć 115 tysięcy euro, przy czym dzienny pośredni koszt wykonania przedsięwzięcia wynosi 2 tysiące euro⁶³. Wszystkie zależności między czynnościami opisane są za pomocą relacji FS (*finish to start*), która oznacza, że moment rozpoczęcia danego działania może nastąpić dopiero po ukończeniu wszystkich jego poprzedników⁶⁴. Poszczególne czynności projektu wykonywane są bez przerw (tj. w sposób ciągły). Kierownik projektu jest umiarkowanym pesymistą, a sto-

⁶³ Koszt pośredni obejmuje między innymi kierowanie projektem, ubezpieczenie, najem lokali, podatki i stałą płacę przyznaną wykonawcom projektu. Koszt pośredni dotyczy całego przedsięwzięcia, a nie poszczególnych jego czynności.

⁶⁴ Pozostałe stosowane relacje poprzedzania (tj. FF, SS, SF) opisano na przykład w pracy Gaspars-Wieloch (2017e).

pień jego pesymizmu zależy od rozpatrywanej czynności. W wypadku działań B i C współczynnik optymizmu $\beta = 0,35$, a dla działań G, H, I parametr ten jest równy $\beta = 0,45$. Kierownik ocenił znaczenie poszczególnych kryteriów w sposób następujący: $w_t = 0,4$ i $w_r = 0,6$ (pierwszy symbol oznacza wagę związaną z czasem realizacji przedsięwzięcia, drugi dotyczy zasobów wykorzystywanych do wykonania projektu).

Gaspars-Wieloch (2017d) dokładnie zaprezentowała wszystkie kroki reguły decyzyjnej mogącej mieć zastosowanie w optymalizacji czasowo-zasobowej przedsięwzięć w warunkach niepewności na podstawie planowania scenariuszowego i sieci alternatywno-decyzyjnej. Tutaj podamy jedynie jej główne kroki, gdyż wiele szczegółów procedury opisano już w poprzednich rozdziałach niniejszego opracowania.

Zaraz po przedstawieniu struktury projektu, zebraniu informacji na temat wielkości parametrów charakteryzujących jego czynności (krok 1) oraz podaniu współczynników optymizmu odnoszących się do działań i wag dla poszczególnych celów (pierwszy etap kroku 2), konieczna jest normalizacja realizacji kryteriów (drugi etap kroku 2), gdyż wyrażone są one w odmiennych skalach i jednostkach. Wartości współczynników normalizacyjnych umieszczono w tabeli 4.16 w nawiasach okrągłych. Normalizację przeprowadza się oddzielnie dla każdej czynności z niepewnymi parametrami (jeżeli czynność ta ma swój początek w węźle kanonicznym) lub oddzielnie dla każdej grupy działań z niepewnymi parametrami (jeżeli działania te rozpoczynają się w węźle decyzyjnym). Oba cele są minimalizowane, więc w obu wypadkach zastosowano wzór 1b podany w pracy Gaspars-Wieloch (2017d). Następnie (trzeci etap kroku 2) w ramach danego działania wyznaczane są syntetyczne wartości ważone dla każdego scenariusza według zależności $SAW_{i,j}^y = w_t \cdot t(n)_{i,j}^y + w_r \cdot r(n)_{i,j}^y$, gdzie symbole $t(n)_{i,j}^y$ i $r(n)_{i,j}^y$ oznaczają odpowiednio znormalizowany wskaźnik dla czasu trwania lub ilości zasobu potrzebnego do wykonania czynności $\langle i, j \rangle$ (tj. rozpoczynającej się w i -tym węźle i kończącej w węźle j -tym), o ile zajdzie scenariusz S_y . Wartości $SAW_{i,j}^y$ wynoszą:

- dla czynności B: 0,86, 0,88, 0,84, 0,28, 0,0;
- dla czynności C: 0,6, 0,66, 0,46, 0,4;
- dla czynności G: 0,52, 0,0, 1,0;
- dla czynności H: 0,56, 0,29, 0,12, 0,74;
- dla czynności I: 1,0, 0,89, 0,39,

Prezentowana procedura nawiązuje do reguły SF+AS(p) (podrozdział 2.4.1), zatem teraz będziemy się starać dla każdego działania oddzielnie wyłonić scenariusz najbardziej odpowiadający naturze decydenta, a więc uwzględniający zadeklarowane współczynniki optymizmu (czwarty etap kroku 2). Wykorzystamy do tego poniższą formułę:

$$SAW(\beta)_{i,j} = \beta \cdot (SAW_{\max, i,j} - SAW_{\min, i,j}) + SAW_{\min, i,j} \quad (4.33)$$

gdzie $SAW_{\max, i, j}$ i $SAW_{\min, i, j}$ to maksymalna i minimalna syntetyczna wartość ważona związana z czynnością $\langle i, j \rangle$. Dla każdego działania należy zachować tylko ten scenariusz, którego wskaźnik $SAW_{i, j}^y$ jest właśnie równy $SAW(\beta)_{i, j}$. Parametry (czas i wielkość zasobu) związane tylko z tym stanem natury będą brane pod uwagę w kroku 3. Jeżeli taki stan natury nie istnieje, to reguła opisana przez Gaspars-Wieloch (2017d) przewiduje znalezienie dla każdego działania dwóch scenariuszy, których wskaźnik $SAW_{i, j}^y$ jest minimalnie niższy i minimalnie wyższy od $SAW(\beta)_{i, j}$ (wzory 3-4 we wspomnianej publikacji). W takim wypadku w kroku 3 istotne będą uśrednione czasy i zasoby pochodzące z dwóch wskazanych stanów natury (wzory 5-6 w cytowanym artykule)⁶⁵. Wartości $SAW(\beta)_{i, j}$ dla czynności z niepewnymi parametrami są następujące: 0,31 (działanie B), 0,49 (działanie C), 0,45 (działanie G), 0,40 (działanie H), 0,66 (działanie I). Pamiętajmy, że zostały one obliczone na podstawie różnych współczynników optyimizmu (0,35 dla dwóch pierwszych działań i 0,45 dla kolejnych trzech czynności). Nie istnieją scenariusze, których syntetyczne wartości ważne są dokładnie równe $SAW(\beta)_{i, j}$, dlatego niezbędne jest wyłonienie par stanów natury najbardziej zbliżonych do poszukiwanych oraz obliczenie uśrednionych czasów i zasobów (podajemy je w nawiasie):

- dla czynności B: S_4 i S_3 (średni ważony czas – 17,55, średnia ważona ilość zasobu – 2,46),
- dla czynności C: S_3 i S_1 (średni ważony czas – 7,55, średnia ważona ilość zasobu – 3,55),
- dla czynności G: S_2 i S_1 (średni ważony czas – 11,81, średnia ważona ilość zasobu – 5,31),
- dla czynności H: S_2 i S_1 (średni ważony czas – 16,68, średnia ważona ilość zasobu – 3,59),
- dla czynności I: S_3 i S_2 (średni ważony czas – 22,33, średnia ważona ilość zasobu – 1,61).

Krok 3 procedury polega na sformułowaniu i rozwiązaniu zadania optymalizacyjnego. Ogólna postać modelu jest następująca:

$$t_n \rightarrow \min, \quad (4.34)$$

$$R_u \cdot t_n + \sum_{\langle i, j \rangle \in CAN(A)} r_{i, j} + \sum_{\langle i, j \rangle \in CAN(A)S} r_{i, j}^* + \sum_{\langle i, j \rangle \in ALT(A)} r_{i, j} x_{i, j} + \sum_{\langle i, j \rangle \in ALT(A)S} r_{i, j}^* x_{i, j} \leq R, \quad (4.35)$$

⁶⁵ Jeżeli istnieje więcej scenariuszy, których wskaźnik jest minimalnie niższy lub minimalnie wyższy od $SAW(\beta)_{i, j}$, należy uprzednio uśrednić wartości związane z daną kategorią stanów natury i dopiero później zastosować wzory (5)-(6) zamieszczone w artykule Gaspars-Wieloch (2017d).

$$t_j \geq t_i + t_{i,j}, \quad \langle i, j \rangle \in CAN(A), \quad (4.36)$$

$$t_j \geq t_i + t_{i,j}^*, \quad \langle i, j \rangle \in CAN(A)S, \quad (4.37)$$

$$t_j \geq (t_i + t_{i,j}) \cdot x_{i,j}, \quad \langle i, j \rangle \in ALT(A), \quad (4.38)$$

$$t_j \geq (t_i + t_{i,j}^*) \cdot x_{i,j}, \quad \langle i, j \rangle \in ALT(A)S, \quad (4.39)$$

$$\sum_{\langle i, j \rangle \in S_i} x_{i,j} = 1, \quad i \in ALT(N), \quad (4.40)$$

$$t_j \geq t_i, \quad \langle i, j \rangle \in DUM(A), \quad (4.41)$$

$$t_i, t_j \geq 0, \quad i = 1, \dots, n-1; j = 2, \dots, n, \quad (4.42)$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\}, \quad \langle i, j \rangle \in ALT(A), \quad (4.43)$$

gdzie:

n – liczba węzłów w sieci;

t_n – czas wykonania projektu (ciągła zmienna decyzyjna);

R_u – dzienna ilość zasobów związanych z realizacją przedsięwzięcia (a nie pojedynczych czynności) wyrażona w postaci kosztu pośredniego (parametr);

$r_{i,j} (r_{i,j}^*)$ – zasób (przewidywany lub uśredniony) użyty do wykonania czynności $\langle i, j \rangle$ (parametr);

$x_{i,j}$ – zmienna binarna związana z czynnością alternatywną $\langle i, j \rangle$ (przyjmuje wartość 1, gdy dane działanie należy ostatecznie zrealizować; w przeciwnym razie zmienna ta jest równa 0);

R – dostępne zasoby wyrażone w jednostkach pieniężnych (parametr);

t_i, t_j – momenty zajścia zdarzeń i oraz j (ciągłe zmienne decyzyjne);

$t_{i,j} (t_{i,j}^*)$ – czas (przewidywany lub uśredniony) trwania czynności $\langle i, j \rangle$ (parametr).

Jeżeli więcej niż jedna czynność alternatywna powinna być zrealizowana w ramach danego podzbioru czynności alternatywnych, wzór (4.40) należy zastąpić inną formułą (San Cristobal, 2015). Warto zauważyć, że optymalne wartości zmiennych t_i należą zawsze do przedziału $[t_i^I, t_i^{II}]$, gdzie t_i^I oraz t_i^{II} oznaczają odpowiednio najwcześniejszy i najpóźniejszy moment zajścia zdarzenia i (Anholcer i Gaspars-Wieloch, 2011, 2013; Gaspars-Wieloch, 2012b, 2012c).

Zadanie optymalizacyjne dotyczące przykładu 35 nie zostało zaprezentowane w cytowanej pracy Gaspars-Wieloch (2017d) ze względu na ograniczoną liczbę stron, jaką mógł mieć wspomniany artykuł. W niniejszej monografii pozwolimy

sobie jednak na przedstawienie całego modelu matematycznego. Składa się on z funkcji celu, 15 warunków, siedmiu ciągłych zmiennych decyzyjnych i czterech zmiennych binarnych.

$$t_7 \rightarrow \min, \quad (4.44)$$

$$2 \cdot t_7 + (1 + 5 + 4,5) + (2,46 + 5,31) + (2x_{2,4}) + \\ + (3,55x_{2,3} + 3,59x_{4,6} + 1,61x_{4,7}) \leq 115, \quad (4.45)$$

$$t_2 \geq t_1 + 10, \quad (4.46)$$

$$t_4 \geq t_3 + 4, \quad (4.47)$$

$$t_5 \geq t_3 + 9, \quad (4.48)$$

$$t_3 \geq t_1 + 17,55, \quad (4.49)$$

$$t_6 \geq t_5 + 11,81, \quad (4.50)$$

$$t_4 \geq (t_2 + 7) \cdot x_{2,4}, \quad (4.51)$$

$$t_3 \geq (t_2 + 7,5) \cdot x_{2,3}, \quad (4.52)$$

$$t_6 \geq (t_4 + 16,88) \cdot x_{4,6}, \quad (4.53)$$

$$t_7 \geq (t_4 + 22,33) \cdot x_{4,7}, \quad (4.54)$$

$$x_{2,3} + x_{2,4} = 1, \quad (4.55)$$

$$x_{4,6} + x_{4,7} = 1, \quad (4.56)$$

$$t_7 \geq t_6, \quad (4.57)$$

$$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7 \geq 0, \quad (4.58)$$

$$x_{2,3}, x_{2,4}, x_{4,6}, x_{4,7} \in \{0, 1\}. \quad (4.59)$$

Optymalne rozwiązanie zadania można uzyskać na przykład za pomocą oprogramowania SAS/OR. Oto otrzymane wartości zmiennych: $t_1 = 0$; $t_2 = 10$; $t_3 = 17,55$; $t_4 = 22,55$; $t_5 = 22,05$; $t_6 = 39,23$; $t_7 = 39,23$; $x_C = x_{2,3} = 0$; $x_D = x_{2,4} = 1$; $x_H = x_{4,6} = 1$; $x_I = x_{4,7} = 0$. Wynika z nich, że minimalny przewidywany czas realizacji przedsięwzięcia wynosi prawie 40 dni, przy czym warto wybrać i wykonać

następujące czynności alternatywne: D i H. Uzyskany plan przewiduje wykorzystanie na realizację projektu 102,31 tysięcy euro. Analizując generowane rozwiązania, warto mieć zawsze świadomość, dla jakiego decydenta (tj. kierownika projektu) zostały one wyznaczone. Zmiana wartości współczynnika optymizmu dla poszczególnych działań może mieć bowiem istotny wpływ na wybór czynności alternatywnych oraz na przewidywany czas i wielkość zasobów potrzebnych do ukończenia przedsięwzięcia.

Za pomocą zaprezentowanej procedury można też rozwiązać inny, podobny problem optymalizacyjny, tj. zadanie polegające na minimalizacji zużytych zasobów przy założeniu, że dany jest czas dyrektywny realizacji projektu. Wystarczy zależność (4.34) zapisać w postaci warunku (dodając po prawej stronie nierówności wspomniany czas dyrektywny), a formułę (4.35) przedstawić jako cel minimalizowany.

Zanim przejdziemy do kolejnego podrozdziału, w którym opisano inny problem wielokryterialny, warto ocenić zaproponowaną powyżej procedurę (nazwijmy ją w skrócie DPG-TR/U, *decision project graph for time-resource optimization under uncertainty*) na tle innych, istniejących metod wykorzystywanych w planowaniu projektów w warunkach niepewności.

Jedną z najbardziej znanych technik jest niewątpliwie PERT (*program evaluation and review technique*) (Malcolm, Rosenboom, Clark i Fazar, 1959). Pozwala ona jednak uwzględnić niepewność tylko w odniesieniu do czasów trwania czynności, przy czym należy zadeklarować dokładnie trzy oszacowania: maksymalne (pesymistyczne), najbardziej prawdopodobne i minimalne (optymistyczne). Nie ma więc możliwości różnicowania liczby scenariuszy dla poszczególnych działań. Ponadto metoda ta umożliwia uwzględnienie preferencji tylko na etapie szacowania wyżej wymienionych czasów. Jeżeli więc czasy szacowane są przez eksperta, a dalsze decyzje są podejmowane przez kierownika projektu, to nie ma żadnego znaczenia, jaką naturę ma tenże kierownik, gdyż obliczona wartość oczekiwanego czasu realizacji przedsięwzięcia będzie identyczna dla dowolnego menedżera. Jeżeli preferencje podmiotu decyzyjnego mają być wzięte pod uwagę, to czasy muszą być oszacowane przez niego samego. Alternatywą dla PERT może być symulacja Monte Carlo, która daje większe prawdopodobieństwo wykonania przedsięwzięcia w ustalonym czasie (Suhobokov, 2007).

Oprócz metod pozwalających uwzględnić niepewność w ramach szacowanych czasów, kosztów czy też zasobów związanych z czynnościami, znane są także techniki, dzięki którym można przedstawić całą strukturę projektu jako niepewną. Należą do nich stochastyczne sieci GAN (*generalized analysis network*), w których działaniom przypisana jest nieujemna wartość prawdopodobieństwa i tylko niektóre czynności ujęte w grafie są ostatecznie wykonywane. Wybór realizowanych działań może nastąpić w trakcie trwania przedsięwzięcia. Wśród sieci

stochastycznych warto wspomnieć o GERT (*graphical evaluation and review technique*) i GERTS (*graphical evaluation and review technique simulation*), które umożliwiają uwzględnienie niepewności w odniesieniu zarówno do struktury projektu, jak i czasów trwania czynności (Pritsker i Happ, 1966; Pritsker, 1979; Wiest i Levy, 1977). Sieciom GERT i GERTS zarzuca się to, że czasy czynności powtarzanych w ramach cykli (sieci te są bowiem cykliczne) mają identyczne rozkłady (Neumann, 1990).

Kolejną koncepcję prezentowaną w literaturze opisali Pollack-Johnson i Liberatore (2005). Zalecają oni uwzględnianie niepewności nie tylko na poziomie czynności, lecz także na poziomie sekwencji zdarzeń i działań. Proponują generowanie różnych scenariuszy dla całego projektu (a nie pojedynczych czynności) i przypisanie wartości prawdopodobieństwa wystąpienia każdemu scenariuszowi.

De Reyck i Leus (2008) oraz Creemers, De Reyck i Leus (2013) z kolei zajmują się problemem związanym z czynnościami, które w trakcie realizacji projektu mogą się zakończyć niepowodzeniem (tj. nie zostaną zrealizowane). Niepewność dotyczy więc w tym wypadku nie tylko czasu, lecz także technologii. Autorzy wymienionych prac odwołują się do stochastycznego programowania dynamicznego.

Przedstawione powyżej techniki nie mają jednak bezpośredniego związku z sieciami alternatywno-decyzyjnymi. Tymczasem oprócz wspomnianego już w pracy podejścia opisanego przez Thompsona (1968), warto krótko wymienić bardziej złożone modyfikacje DPG:

- CAAN (*controlled alternative activity network*) – umożliwia uwzględnienie dwóch typów zdarzeń: stochastycznych (niekontrolowanych) i alternatywnych (gdzie decydent może wybrać kolejny etap realizacji projektu w trakcie jego realizacji) (Golenko-Ginzburg, 1988),
- GAAN (*generalized alternative activity network*) – daje możliwość wzięcia pod uwagę czynności kanonicznych, alternatywnych czynności stochastycznych oraz czynności alternatywnych, przy czym można w tym wypadku analizować różne typy decydenta z punktu widzenia jego nastawienia do ryzyka (Golenko-Ginzburg i Blokh, 1997),
- CCANM (*controlled cyclic alternative network model*) – stanowi hybrydę dwóch metod: CANN i GERT (Voropayev, Gelrud i Golenko-Ginzburg, 2013).

W przeciwieństwie do DPG-TR/U pewnym ograniczeniem większości zaprezentowanych powyżej procedur jest to, że wymagają znajomości rozkładu prawdopodobieństwa. W wypadku przedsięwzięć innowacyjnych, a takimi właśnie projektami zajmujemy się w niniejszej pracy, oszacowanie prawdopodobieństwa może się jednak okazać zbyt skomplikowane (może nam brakować informacji o mechanizmach, okolicznościach, warunkach, potrzebnych zasobach czy możliwych przeszkodach) lub nieuzasadnione. Generowane rozwiązanie zostanie bowiem wykorzystane tylko w odniesieniu do jednego projektu (Guo, 2014; L. von Mises,

1949). Nawet jeżeli w przyszłości pojawią się niemalże identyczne przedsięwzięcia, to uzyskany pierwotnie plan nie będzie już mógł służyć jako rozwiązanie dla kolejnych projektów, gdyż konieczna będzie weryfikacja i aktualizacja danych przynajmniej w następujących obszarach: czas trwania czynności, wielkość zasobów potrzebnych do wykonania czynności, struktura projektu, możliwe scenariusze, nastawienie decydenta do ryzyka.

Jeżeli chodzi o uwzględnienie niepewności w strukturze sieci, to DPG-TR/U nie daje takich możliwości jak sieci stochastyczne. Jednak warto podkreślić, że nic nie stoi na przeszkodzie, by tę technikę stosować nie tylko na etapie planowania, lecz także na etapie realizacji. Wówczas po zaobserwowaniu odchyień od planu można zauważone zmiany wprowadzić do zadania optymalizacyjnego, na nowo je rozwiązać, przeprowadzić, jeśli to niezbędne, dodatkowe symulacje i wdrożyć nowy plan w odniesieniu do tej części przedsięwzięcia, która nie została jeszcze zrealizowana. Takie podejście nazywa się harmonogramowaniem reaktywnym (Janczura i Kuchta, 2012).

Metoda DPG-TR/U doskonale nadaje się dla pasywnych kierowników projektów, a więc osób, które nie planują zbyt angażować się w kolejne etapy procesu decyzyjnego. W najbardziej uproszczonej wersji tej procedury wystarczy podać współczynnik optymizmu dotyczący poszczególnych czynności oraz wagi dla rozpatrywanych kryteriów.

Kolejnym atutem DPG-TR/U jest możliwość różnicowania swojego nastawienia do ryzyka w zależności od rozpatrywanej czynności.

Niniejszy podrozdział dotyczył optymalizacji czasowo-zasobowej projektów w warunkach niepewności przy założeniu, że zasoby są nieodnawialne (takim zasobem są środki finansowe). Zaprezentowany model optymalizacyjny można oczywiście rozbudować, uwzględniając w nim także zasoby odnawialne (na przykład siłę roboczą).

4.7. Dwukryterialna ocena projektów inwestycyjnych

W literaturze wiele miejsca poświęcono wielokryterialnej ocenie projektów (Górecka, 2009, 2010; Mohanty, 1992; Nowak, 2005; Shang, Tjader i Ding, 2004). Przedstawimy więc też przykład dotyczący tej problematyki. Dane liczbowe zaczerpnięto z wcześniejszej pracy Gaspars-Wieloch (2014e).

Założmy, że pewne przedsiębiorstwo rozważa wybór jednego z czterech projektów inwestycyjnych, przy czym kieruje się ono dwoma kryteriami: maksymalizacją przyszłego rocznego zysku oraz maksymalizacją udziału w rynku. Te dwie cechy trudno dokładnie oszacować, gdyż zależą od różnych czynników makro- i mikroekonomicznych (popytu, mody, struktury populacji, uregulowań podatkowych,

strategii konkurencyjnych przedsiębiorstw, zdarzeń losowych, warunków atmosferycznych itd.). Dlatego też dla każdego kryterium opracowano macierz wypłat reprezentującą cztery możliwe warianty decyzyjne, pięć potencjalnych scenariuszy i przewidywane realizacje kryteriów (tabela 4.17). Współczynnik pesymizmu oraz wagi celów oszacowano na poziomie $\alpha = 0,43$, $w_1 = 0,4$, $w_2 = 0,6$.

Przy wyborze odpowiedniej procedury wielokryterialnej należy pamiętać o tym, że w analizowanym przykładzie mamy do czynienia z kryteriami zależnymi (podrozdział 3.3). Wykorzystamy tutaj regułę SAPO(CS) (podrozdział 3.3.1), która znajduje zastosowanie w takich wypadkach. Dodatkowym atutem tego podejścia jest możliwość jego stosowania w problemach z asymetrycznymi rozkładami wypłat – w przykładzie 36 taka sytuacja występuje często (np. roczne zyski dla projektów A_1, A_3 czy udział w rynku dla projektu A_1). Kryteria wyrażono w różnych jednostkach i skalach, zatem konieczna jest normalizacja. Wartości znormalizowane podano w tabeli (4.17) w nawiasach. Następnie obliczono wartości zagregowane, czyli SAW , dla każdej kombinacji (scenariusz, projekt) (tabela 4.18) i wygenerowano nierosnące ciągi zagregowanych wartości znormalizowanych (tabela 4.19, wiersz 2).

Tabela 4.17. Przykład 36 – roczny zysk (w milionach euro) i udział w rynku (w %) oraz wartości znormalizowane $a(n)_{i,j}^k$

Scenariusz	Projekt inwestycyjny				Projekt inwestycyjny			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
	Kryterium K_1 – roczny zysk				Kryterium K_2 – udział w rynku			
S_1	2,5 (0,38)	4,0 (0,84)	4,5 (1,00)	3,0 (0,53)	20 (0,29)	22 (0,41)	15 (0,00)	21 (0,35)
S_2	1,3 (0,00)	2,5 (0,38)	3,5 (0,69)	3,0 (0,53)	32 (1,00)	18 (0,18)	19 (0,24)	17 (0,12)
S_3	1,6 (0,09)	3,0 (0,53)	4,3 (0,94)	2,0 (0,22)	29 (0,82)	19 (0,24)	16 (0,06)	18 (0,18)
S_4	1,7 (0,13)	3,0 (0,53)	2,0 (0,22)	2,5 (0,38)	28 (0,76)	15 (0,00)	23 (0,47)	24 (0,53)
S_5	1,5 (0,06)	3,5 (0,69)	4,2 (0,91)	4,0 (0,84)	30 (0,88)	17 (0,12)	16 (0,06)	24 (0,53)

Źródło: Przykład zaczerpnięty z artykułu Gaspars-Wieloch (2014e).

Liczba wyrazów podciągów dobrych i złych wyników zależy od parametru C , który ma wartość $C = \max \{1, \lceil 5 \cdot \min \{0,43, 0,57\} \rceil\} = 3$, oraz od dopuszczalnych odchyżeń od skrajnych zagregowanych wartości znormalizowanych. Przyjmijmy, że $d^{\max} = d^{\min} = 0,3$. Wyrazy obu podciągów i ich średnie podano w tabeli 4.19 (wiersze 3-4 oraz 5-6). Ostateczne wskaźniki uzyskane według reguły

Tabela 4.18. Przykład 36 – zagregowane wartości znormalizowane $A(n)_{i,j}$

Scenariusz	Projekt inwestycyjny			
	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	0,326	0,585	0,400	0,424
S_2	0,600	0,256	0,416	0,283
S_3	0,532	0,354	0,410	0,193
S_4	0,509	0,213	0,370	0,468
S_5	0,554	0,346	0,398	0,655

Źródło: jak do tabeli 4.17.

Tabela 4.19. Przykład 36 – obliczenia według reguły SAPO(CS)

Parametr	Projekt inwestycyjny			
	A_1	A_2	A_3	A_4
Sq_j	0,60; 0,55; 0,53; 0,51; 0,33	0,58; 0,35; 0,35; 0,26; 0,21	0,42; 0,41; 0,40; 0,40; 0,37	0,66; 0,47; 0,42; 0,28; 0,19
SSq_j^{\max}	0,600; 0,554; 0,532	0,585	0,416; 0,410	0,655
SSq_j^{\min}	0,326	0,256; 0,213	0,370	0,283; 0,193
$\bar{A}(n)_j^{\max}$	0,562	0,585	0,413	0,655
$\bar{A}(n)_j^{\min}$	0,326	0,234	0,370	0,238
$S(n)_j^{CS}$	0,681	0,347	0,473	0,381

Źródło: jak do tabeli 4.17.

SAPO(CS) pozwalają nam wygenerować następujący ranking: A_1, A_3, A_4, A_2 . Otrzymany ranking jest nieco inny niż ten, który został przedstawiony przez Gaspars-Wieloch (2014e) – projekty inwestycyjne A_3, A_4 są tam ustawione w odwrotnej kolejności. Różnica wynika z tego, że w niniejszej monografii postanowiono dokonać drobnej modyfikacji w przedostatnim kroku procedury SAPO (podrozdział 2.3.3). Powody tej zmiany wyjaśniono w rozdziale 2. Niezależnie jednak od uzyskanego rankingu, obie rekomendacje jednoznacznie wskazują na wybór pierwszego projektu inwestycyjnego. W rozpatrywanym przykładzie decydent nie powinien mieć wątpliwości, że to właśnie ten projekt należy wybrać. Gdyby jednak wartości miernika $S(n)_j^{CS}$ były bardzo do siebie zbliżone, należałoby rozważyć użycie dodatkowego narzędzia decyzyjnego w postaci chociażby odchylenia standardowego. Rozstępy zagregowanych wartości znormalizowanych są bowiem mocno zróżnicowane.

4.8. Podsumowanie

W rozdziale 4 omówiono sześć przykładów zastosowań reguł prezentowanych w rozdziałach 2 i 3. Opisano między innymi podejścia $\Omega(H+B)$ i $NPV(H+B)$. Można odnieść wrażenie, że są to bardzo podobne metody, gdyż oceniają odpowiednio efektywność i rentowność projektów oraz odwołują się do reguły $H+B$. Pamiętajmy jednak, że różni je zasadniczo czynnik czasu. Podejście $NPV(H+B)$ pozwala ocenić przedsięwzięcie pod kątem przepływów pieniężnych pochodzących z różnych okresów, podczas gdy wskaźnik $\Omega(H+B)$ syntetycznie ujmuje osiągnięte zyski bądź straty.

Proponowane procedury można oczywiście zastosować w wielu innych ekonomicznych problemach optymalizacyjnych. Dalsze przykłady wykorzystania opisanych podejść autorka przedstawiła we wcześniejszych artykułach:

- *Spare parts quantity problem, interval loss matrix and uncertainty with unknown probabilities* (Gaspars-Wieloch, 2016b), gdzie poruszono problem optymalizacji liczby części zamiennych dla urządzeń o nowej technologii,
- *Alokacja zasobu w warunkach niepewności: modele decyzyjne i procedury obliczeniowe* (Gaspars, 2007) i *Resource allocation under complete uncertainty – case of asymmetric payoffs* (Gaspars-Wieloch, 2016a), które są związane z optymalizacją rozdziału zasobu przy niepewnych skumulowanych zyskach z poszczególnych działalności,
- *Innovative projects scheduling with scenario-based decision project graphs* (Gaspars-Wieloch, 2017e), który dotyczy minimalizacji kosztu realizacji projektu opisanego za pomocą sieci alternatywno-decyzyjnej przy założeniu, że czasy czynności są niepewne,
- *A scenario-based shortest path algorithm for optimizing the sequence of choices under uncertainty* (Gaspars-Wieloch, 2017c), gdzie odwołano się do zagadnienia najkrótszej drogi w sieci o niedeterministycznych długościach łuków w celu optymalizacji sekwencji wyborów w warunkach niepewności.

W rozdziale 4 zrealizowano aplikacyjny cel pracy, który polegał na sformułowaniu modelu matematycznego dla wybranych problemów (zagadnień) ekonomicznych, w których ostateczna decyzja jest podejmowana w warunkach niepewności, oraz na adaptacji i wykorzystaniu zaproponowanych procedur do wyznaczenia optymalnego rozwiązania. Do realizacji tego celu wystarczyły dane fikcyjne, ponieważ autorce zależało jedynie na ukazaniu, w jakich przykładowych zagadnieniach ekonomicznych autorskie procedury mogą się okazać przydatne i w jaki sposób należy korzystać z proponowanych reguł, aby wybierane były decyzje odzwierciedlające preferencje decydenta. Kwestie związane z wdrażaniem rozwiązań rekomendowanych przez poszczególne reguły decyzyjne dla konkretnych podmiotów gospodarczych nie są przedmiotem niniejszej rozprawy.

ZAKOŃCZENIE

W niniejszej monografii poruszono problematykę podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach niepewności. Pokazano, jak różnie można definiować niepewność, a także inne pojęcia z nią ściśle związane: w szczególności ryzyko i prawdopodobieństwo. Zwrócono również uwagę na to, że niepewność może być modelowana na wiele różnych sposobów (rozdział 1).

W kolejnych częściach pracy zawężono jednak istotnie obszar badawczy opracowania, gdyż optymalizacja w warunkach niepewności jest bardzo szerokim zagadnieniem, na dodatek wciąż aktualizowanym i pogłębianym przez reprezentantów różnych środowisk naukowych. Przyjęto więc, że monografia będzie dotyczyć podejmowania decyzji na podstawie planowania scenariuszowego, dzięki któremu możliwe jest ukazanie rozpatrywanego problemu decyzyjnego w postaci jednej bądź wielu macierzy wypłat. Macierz wypłat zawiera informacje o wariantach decyzyjnych, potencjalnych scenariuszach i realizacjach danego kryterium. W pracy rozpatrywano jedynie takie sytuacje, w których podmiot podejmujący decyzję nie jest w stanie bądź nie planuje szacować prawdopodobieństwa wystąpienia scenariuszy. Przyjęcie takiego założenia zostało uzasadnione w wielu fragmentach książki. Wśród powodów, dla których skupiono się na tematyce podejmowania decyzji przy nieznanym rozkładzie prawdopodobieństwa, wymieniono między innymi nieuzasadnione jego stosowanie w wypadku wariantów decyzyjnych realizowanych raz (L. von Mises, 1949, 1962), trudności związane z oszacowaniem tej wielkości (Caplan, 1999, 2001), zwłaszcza gdy rozpatrywane są sytuacje o dużym stopniu nowości, oraz przekonanie niektórych badaczy o jego nieprzydatności w planowaniu scenariuszowym, w którym przyjmuje się założenie, że dokładne ustalenie wyczerpującego zbioru potencjalnych przyszłych sytuacji jest niewykonalne (Durbach i Stewart, 2012b; Michnik, 2013a, 2013b; Montibeller i Franco, 2010).

W rozdziale 1 odwołano się do teorii decyzji i teorii ekonomii, których wpływ jest widoczny w literaturze zarówno krajowej, jak i obcej. Teoria decyzji stosuje pojęcie „niepewności” w wąskim znaczeniu (sytuacja, w której prawdopodobieństwo stanów natury nie jest dokładnie znane). Teoria ekonomii rozumie ten termin bardzo szeroko (sytuacja, w której choć jeden czynnik nie jest dokładnie znany – tym czynnikiem mogą być scenariusze, wypłaty z nimi związane, prawdopodobień-

stwo zajścia zdarzeń, faktyczny scenariusz). Można by zatem stwierdzić, że według teorii ekonomii decyzje w warunkach pewności są tożsame z decyzjami deterministycznymi, natomiast decyzje obciążone niepewnością są decyzjami niedeterministycznymi. Obie wspomniane teorie również w odmienny sposób definiują ryzyko. Teoria decyzji traktuje ryzyko jako sytuację, w której prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń są dokładnie znane, teoria ekonomii zaś traktuje ryzyko jako zagrożenie, jako możliwość uzyskania wyniku innego niż oczekiwany. Ryzyku w teorii decyzji można więc przyporządkować konkretny stopień niepewności w teorii ekonomii. W ostatniej części rozdziału 1 podkreślono, że w dalszych rozdziałach terminy „niepewność” i „ryzyko” będą stosowane zgodnie z teorią ekonomii.

Autorka przyjęła założenie, że zaprezentuje w pracy propozycje reguł wspierających jedno- i wielokryterialne podejmowanie decyzji (rozdział 2 i 3), przy czym będą one zazwyczaj stanowić modyfikacje istniejących procedur. W opracowaniu opis autorskich metod poprzedzono przeglądem i analizą istniejących podejść.

Poza jednym przypadkiem prezentowane nowe reguły dają możliwość uwzględnienia preferencji decydenta na podstawie między innymi deklarowanego przez niego współczynnika pesymizmu (optymizmu), wag przypisywanych kryteriom, dopuszczalnych odchyień wypłat od wartości skrajnych i punktu referencyjnego. W monografii znajdziemy zarówno reguły decyzyjne opracowane z myślą o decydentach aktywnych (pragnących istotnie zaangażować się w cały proces decyzyjny), jak i procedury dla decydentów pasywnych.

Rozprawa zawiera też różne sugestie dotyczące:

- sposobów wyznaczania użyteczności wypłat,
- redukcji pierwotnego zbioru scenariuszy do podzbioru stanów natury odzwierciedlających naturę decydenta,
- uwzględnienia pozycji danej wypłaty na tle pozostałych realizacji wybranego kryterium w obrębie konkretnej decyzji bądź konkretnego scenariusza,
- porównywania opcji charakteryzujących się zróżnicowanymi rozstępami wypłat lub asymetrią wypłat,
- wyboru ostatecznej decyzji w wypadku pojawienia się przynajmniej dwóch wariantów decyzyjnych o zbliżonych, najlepszych wartościach zastosowanego miernika decyzyjnego,
- agregowania wartości w przypadku programowania wielokryterialnego w warunkach niepewności.

Wszystkie reguły decyzyjne opisane w książce dotyczą gier z naturą.

Do zaproponowania różnego rodzaju zmian w oryginalnych metodach przyczyniły się przeprowadzone przez autorkę liczne eksperymenty numeryczne, z których wynikało, że pierwotne podejścia prowadzą w pewnych sytuacjach do uzyskania nielogicznych bądź nieużytecznych rozwiązań lub rankingów decyzji.

W monografii skupiono się na regułach decyzyjnych, których rekomendacji można użyć tylko raz (*one-shot decisions*)⁶⁶, przy czym autorkę interesowały zarówno procedury umożliwiające wyznaczenie odpowiedniej strategii czystej, jak i techniki wspierające poszukiwanie właściwej strategii mieszanej⁶⁷.

Ostatnią część pracy (rozdział 4) poświęcono prezentacji wybranych zagadnień ekonomicznych, w których można zastosować proponowane podejścia. Skoncentrowano się na sytuacjach decyzyjnych, które z punktu widzenia podmiotu decyzyjnego cechuje duży stopień nowości (projekty innowacyjne, produkty innowacyjne).

W monografii zrealizowano zarówno cel główny (diagnoza przyczyn, dla których stosowanie istniejących reguł może prowadzić do uzyskania zaskakujących rekomendacji, i opracowanie własnych, udoskonalonych procedur), jak i wszystkie sformułowane cele szczegółowe, które polegały na: 1) wielopłaszczyznowym opisie problematyki podejmowania decyzji w warunkach niepewności oraz prezentacji istniejących i autorskich metod (cel teoretyczny); 2) przeprowadzeniu analizy rozwiązań oraz rankingów generowanych za pomocą istniejących i nowych procedur (cel empiryczny); (3) adaptacji i wykorzystaniu autorskich reguł decyzyjnych w przykładowych problemach (zagadnieniach) ekonomicznych (cel aplikacyjny).

Prezentowane w książce **autorskie reguły decyzyjne mają wiele zalet.**

Po pierwsze, w większości wypadków są one dość proste w użyciu, biorąc pod uwagę zakres potrzebnej wiedzy matematycznej, a zadania optymalizacyjne sformułowane na podstawie modeli matematycznych można z łatwością rozwiązać za pomocą dostępnego specjalistycznego oprogramowania (np. SAS/OR, MiniZinc, CPLEX, „R”, Solver w Excelu).

Po drugie, nie wymagają one szacowania prawdopodobieństwa zajścia zdarzeń. Jest to bardzo cenna cecha, chociażby przy wyznaczaniu wartości bieżącej netto (*NPV*) w warunkach niepewności dla różnych projektów na podstawie przepływów pieniężnych pochodzących z różnych okresów (podrozdział 4.3). Zamiast rozkładu prawdopodobieństwa decydent musi jedynie podać współczynnik pesymizmu (optymizmu), który jest pierwotnym parametrem zadania decyzyjnego i opisuje subiektywnie naturę podmiotu decyzyjnego. Następnie na podstawie tego współczynnika generowane są automatycznie dalsze informacje, takie jak suma przypadków dominacji, którą powinien charakteryzować się scenariusz o największej subiektywnej szansie wystąpienia (podrozdział 2.4), liczebność podzbioru atrakcyjnych wyników i liczebność podzbioru niekorzystnych wartości dotyczących danego wariantu

⁶⁶ Jedynie w wypadku trzech reguł (H+B, APO i SAPO), dzięki analizie wszystkich lub niektórych wypłat pośrednich, dopuszczalne jest, choć w ograniczonym zakresie, skorzystanie z tych procedur w celu wyznaczenia decyzji realizowanej wielokrotnie.

⁶⁷ W książce zwrócono także uwagę na to, że jeżeli tylko specyfika danego problemu decyzyjnego na to pozwala, lepiej jest szukać strategii mieszanej aniżeli strategii czystej. Wzrastają wówczas szanse na wyższą wypłatę.

decyzyjnego (podrozdział 2.3.2), czy też wagi przypisywane poszczególnym wypłatom (podrozdział 2.3.1)⁶⁸. Są to więc pewne wtórne parametry, które można potraktować jako wielkości o znamionach prawdopodobieństwa (*probability-like quantities*). Decydent nie tylko nie musi operować rachunkiem prawdopodobieństwa, lecz także nie jest zobowiązany do szacowania funkcji przynależności i do odwoływania się do zbiorów rozmytych, co jest istotnym ułatwieniem w kontekście coraz bardziej złożonej niepewności. Autorka zdaje sobie jednak sprawę z tego, że ustalenie poziomu współczynnika ostrożności może również sprawiać trudności decydentom. W problemach słabo ustrukturalizowanych (tj. takich, w których przynajmniej niektóre warianty lub kryteria są nieprecyzyjnie zdefiniowane, a informacje ich dotyczące są niepełne i nie mają postaci liczbowej), swoje preferencje można wyrazić na przykład przedziałowo (Świtalski, 2002b).

Po trzecie, deklarowany współczynnik pesymizmu może być nie tylko różny dla poszczególnych decydentów, ale może być też różny w zależności od rozpatrywanego problemu decyzyjnego. Co więcej, możliwe jest nawet różnicowanie wartości tego parametru w obrębie tego samego problemu. Można na przykład zastosować różne wielkości współczynnika ostrożności dla kolejnych czynności z niepewnymi parametrami wchodzących w skład przedsięwzięcia (podrozdział 4.6). Nie ma też żadnych przeciwwskazań, by takie podejście przyjąć przy ocenianiu swojego nastawienia do ryzyka w odniesieniu do $NPV(H+B)$ i przepływów pieniężnych pochodzących z różnych okresów (podrozdział 4.3).

Po czwarte, różnorodność proponowanych reguł sprawia, że można dzięki nim rozwiązać zarówno problemy, w których pozycja danej wypłaty w macierzy wypłat ma znaczenie (podrozdział 2.5), jak i problemy, w których tak naprawdę nie jest istotne, gdzie ta wypłata zostanie umieszczona we wspomnianej macierzy (np. podrozdziały 2.3-2.4). W pierwszym wypadku mamy więc do czynienia z ciągami wypłat dla kolejnych wariantów decyzyjnych, natomiast w drugim – ze zbiorami wypłat. Owa różnorodność metod pozwala także rozpatrywać zadania wielokryterialne z zależnymi (podrozdziały 3.3.1, 3.3.4) bądź niezależnymi (podrozdziały 3.3.2, 3.3.3) kryteriami. W literaturze brakuje opracowań dotyczących wielokryterialnego poszukiwania optymalnej strategii mieszanej w kontekście gier z naturą. Dlatego w rozprawie starano się poświęcić uwagę także tej problematyce (podrozdziały 3.3.3-3.3.4).

Zanim zostaną omówione proponowane kierunki dalszych badań, warto zwrócić uwagę na kilka **kwestii ogólnych**.

1) Liczba metod prezentowanych w pracy może być uznana za zbyt dużą. Niektórzy czytelnicy mogą też odnieść wrażenie, że żadna proponowana reguła nie

⁶⁸ Wagi te mają pewne znamiona względnych wag (*swing weights*), o których mowa jest w podrozdziale 3.2.

jest odpowiednio dobra, skoro przedstawiono aż tyle alternatywnych podejść. Wnikliwa lektura monografii pozwala jednak wyciągnąć istotne wnioski. Otóż fakt istnienia bardzo wielu technik – zarówno tych opracowanych przez innych badaczy, jak i tych przygotowanych przez autorkę – świadczy o tym, że takie zróżnicowanie jest potrzebne głównie z dwóch powodów. Z jednej strony decydenci charakteryzują się odmiennymi preferencjami (oczekiwaniami, wymaganiami i przewidywaniami) – na przykład niektórzy pragną podejmować decyzje na podstawie analizy wszystkich wypłat przypisanych danej opcji (podrozdział 2.3.1), inni zaś wolą się skupić na wybranym podzbiornie wyników (podrozdziały 2.3.2-2.3.3, 2.4.1-2.4.2). Z drugiej strony struktura poszczególnych problemów też może być bardzo różnorodna (asymetria wypłat, zróżnicowane rozstępy wypłat, zależność bądź niezależność kryteriów itd.). Warto więc przed rozwiązaniem danego zadania dokładnie zbadać naturę decydenta i specyfikę sytuacji decyzyjnej w celu wyboru właściwej reguły decyzyjnej.

- 2) We wszystkich regułach decyzyjnych zaleca się, aby macierz (macierze) wypłat była(y) szacowana(e) przez eksperta niebędącego jednocześnie decydem. Dzięki temu nastawienie podmiotu do ryzyka nie będzie uwzględnione podwójnie: raz przy szacowaniu macierzy, a drugi raz przy deklarowaniu dalszych parametrów (np. współczynnika pesymizmu). Jeżeli jednak nie jest możliwe obiektywne wyznaczenie macierzy wypłat, dobrze by było, gdyby decydent miał świadomość zaistniałej sytuacji i starał się uniknąć przeszacowania lub niedoszacowania wartości wymaganych parametrów.
- 3) W monografii mało miejsca poświęcono sposobom szacowania współczynników pesymizmu i optymizmu, gdyż prezentując kolejne reguły decyzyjne, założono, że ten parametr jest już dany. Sam temat nie jest jednak błahy – wartość owych parametrów ma przecież niezwykle istotny wpływ na otrzymane rekomendacje. Podmioty decyzyjne powinny mieć więc rozeznanie w tej materii. Powinny na przykład mieć świadomość tego, czy swoje nastawienie do ryzyka oceniają na podstawie macierzy wypłat, czy macierzy użyteczności. We wcześniejszych rozdziałach monografii zwracano na to uwagę, ale podkreśliliśmy to jeszcze raz – po otrzymaniu rozwiązania za pomocą wybranej reguły decyzyjnej zasadne jest, zwłaszcza w wątpliwych sytuacjach, przeprowadzić analizę wrażliwości (Kamiński, Jakubczyk i Szufel, 2017). Dzięki niej decydent będzie miał możliwość zweryfikowania, w jakim stopniu uzyskiwane rekomendacje są stabilne w zależności od poziomu danego parametru. Zauważmy też, że współczynnik ostrożności może mieć różne interpretacje. Może on ukazywać pewne przypuszczenia decydenta związane z przyszłością, ale może też określać, jak bardzo podmiot decyzyjny nie chce być narażony na straty (niekorzystne wyniki). Choć różnego rodzaju instytucje finansowe starają się wspomóc inwestorów w oszacowaniu tego parametru, nakłaniając ich do wypełnienia ankiet, formularzy

zawierających pytania dotyczące ich osobowości, oczekiwań i przypuszczeń, to ostateczne zadeklarowanie wartości współczynnika pesymizmu może być dla nich nadal skomplikowane.

- 4) W rozprawie analizowano jednoetapowe procesy decyzyjne. Nic nie stoi jednak na przeszkodzie, by autorskie procedury zastosować na jednym z etapów wieloetapowego procesu decyzyjnego (*multi-stage decision making*). Tematyką wieloetapowych procesów decyzyjnych w warunkach niepewności zajmują się między innymi Delage i Iancu (2015), Pra, Rudari i Runggaldier (1994) oraz Świtalski (1998).
- 5) Powinniśmy mieć świadomość tego, że w rozprawie ścierają się dwa podejścia: normatywne i deskryptywne (podrozdział 1.4) oraz że proponowane metody mogą prowadzić jedynie do częściowo racjonalnych decyzji, gdyż w związku z różnymi nieznanymi czynnikami dotyczącymi przyszłości podmioty decyzyjne posiadają tylko ograniczoną racjonalność – nie wybierają więc zazwyczaj decyzji optymalnych, lecz warianty decyzyjne, które je satysfakcjonują w momencie podejmowania decyzji (Frish i Baron, 2006; Simon, 1955, 1957, 1991). W pracy używano zamiennie pojęć „optymalne rozwiązanie”, „odpowiednie rozwiązanie” i „właściwe rozwiązanie”, choć tak naprawdę wyznaczone rozwiązania wcale nie muszą się okazać najlepsze z punktu widzenia kryteriów ważnych dla decydenta. Wybrane strategie spełniają jedynie warunki zawarte w modelu matematycznym sformułowanym na podstawie dostępnej wiedzy i preferencji, ale to dopiero po zajściu konkretnego stanu natury okaże się, czy zrealizowany wariant decyzyjny był dobrym wyborem. Z tym aspektem wiąże się także obserwacje Kahnemana (2011), który w swej książce *Thinking, fast and slow* wyraźnie rozróżnił dwa sposoby myślenia: (1) szybkie, automatyczne, bez poczucia świadomej kontroli, oraz (2) wolne, racjonalne, charakterystyczne dla działań wymagających umysłowego wysiłku. Przy definiowaniu różnych parametrów wymaganych w ramach danej reguły decyzyjnej dobrze by było oczywiście „uruchomić” ten drugi typ myślenia, choć nawet ono, z racji nie do końca znanej przyszłości, może doprowadzić do podjęcia niekorzystnej decyzji. Z obserwacji zawartych w niniejszym akapicie wynika, że w rozprawie nie zabrakło też elementów ekonomii behawioralnej. Jak wiemy, jest to dziedzina analizy ekonomicznej, która weryfikuje ekonomię neoklasyczną na podstawie wyników badań socjologicznych oraz psychologicznych i odrzuca przyjęte przez nią założenia o całkowitej racjonalności ludzkich decyzji (Solek, 2010).
- 6) Ideę poszczególnych metod zilustrowano w pracy dość prostymi przykładami, które ze względu na małe rozmiary można byłoby właściwie przeanalizować, nie korzystając z żadnej reguły decyzyjnej. Istniejące i autorskie procedury nabierają natomiast znaczenia wraz ze wzrostem liczby scenariuszy i wariantów decyzyjnych rozpatrywanego problemu decyzyjnego.

- 7) Autorskie metody mogą być wykorzystane we wszystkich czterech sektorach (rolniczym, przemysłowym, usługowym i sektorze obejmującym zdobywanie, przetwarzanie i dostarczanie informacji). Ich celem jest wspieranie procesu decyzyjnego nie tylko w wypadku kierowania pojedynczym przedsięwzięciem, ale też w wypadku kierowania całym przedsiębiorstwem. Wspomnianych procedur warto użyć zwłaszcza przy podejmowaniu indywidualnych decyzji finansowych (inwestycyjnych, depozytowych, rozpraszania ryzyka, pozyskiwania kapitału). Zaprezentowanych podejść nie należy natomiast stosować wówczas, gdy decyzja ma być podjęta bardzo szybko – w takiej sytuacji decydent nie ma czasu na zebranie informacji o przyszłych scenariuszach, na wybór odpowiedniej reguły decyzyjnej i na oszacowanie preferencji.
- 8) Choć większość autorskich algorytmów przedstawionych w rozprawie zaprezentowano już w innych publikacjach, to niniejsza monografia zawiera wiele nowych, cennych treści:
- niektóre pierwotne autorskie procedury zostały nieco rozbudowane, by jeszcze lepiej odzwierciedlały oczekiwania poszczególnych decydentów,
 - wykorzystano nowe przykłady liczbowe – po to, by można było dokonać analizy porównawczej zaproponowanych metod,
 - wyciągnięto bardzo dużo nowych wniosków dotyczących skuteczności oraz obszarów zastosowań istniejących i autorskich reguł decyzyjnych.

Na koniec warto przedstawić możliwe **kierunki dalszych badań**:

- 1) Monografia traktuje tylko o punktowo wyznaczonych wypłatach, czyli realizacjach poszczególnych kryteriów. Wraz ze wzrostem stopnia niepewności precyzyjne określenie wypłaty dla każdej kombinacji (scenariusz, decyzja) może się okazać niemożliwe. Dlatego w dalszych badaniach można byłoby się pokusić o dostosowanie opracowanych reguł do sytuacji, w której dla każdej wspomnianej pary wypłaty podane są nie punktowo, lecz przedziałowo.
- 2) Praca skupia się na analizie problemów jednokryterialnych, w których pozycja wypłaty w obrębie danej decyzji ma lub nie ma znaczenia, oraz na analizie problemów wielokryterialnych, w których kryteria są zależne lub nie. Warto w tym kontekście zgłębić kwestię niezależności scenariuszy w ramach danego kryterium. Chodzi mianowicie o sytuację, w której każda decyzja zależy od innych stanów natury, przy czym liczba scenariuszy może być zupełnie różna dla poszczególnych opcji. Takie okoliczności pojawiły się w przykładzie 4.5, w którym to zadanie polegało na optymalizacji czasowo-zasobowej przedsięwzięć.
- 3) W rozprawie zastosowaną miarą awersji do ryzyka był przede wszystkim współczynnik pesymizmu (rozdziały 2-4). Odwoływano się także do akceptowanego poziomu odchylenia standardowego wypłat (rozdział 4.5) oraz do minimalnej liczby wypłat nie mniejszych niż wskaźnik Walda (podrozdział 2.4.1). Są to jednak tylko propozycje. W pracy Kopańskiej-Bródki (2011) znajdziemy opis

wielu innych miar ukazujących stosunek podmiotu decyzyjnego do ryzyka. Ich wykorzystanie w konstruowanych regułach decyzyjnych mogłoby przynieść dodatkowe korzyści dla decydenta. Obok miar rozproszenia wypłat cenne są także na przykład miary asymetrii tychże wypłat.

- 4) W podsumowaniu rozdziału 4, prezentującego przykładowe zastosowania proponowanych reguł decyzyjnych, podano kolejne dziedziny, w których warto skorzystać z technik omówionych w monografii. Nie są to jednak jedyne możliwe obszary zastosowań. Interesujące byłoby na przykład dokonanie adaptacji wybranej reguły do problemu optymalizacji przewozów produktów szybko tracących wartość (Anholcer, 2017). Z kolei przykład omówiony w podrozdziale 4.4, dotyczący jednookresowego zagadnienia gazeciarza (*single-period newsboy problem*), można byłoby rozbudować i rozpatrywać w kontekście wielookresowego zagadnienia gazeciarza (*multi-period newsboy problem*). W takiej sytuacji rozwiązywany problem byłby dla decydenta w każdym kolejnym okresie coraz bardziej znany, a więc coraz mniej niepewny.
- 5) Głównym obszarem badań podjętych w pracy jest indywidualne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności. Tymczasem wiemy, że w licznych sytuacjach decyzyjnych zadowalające rozwiązanie jest poszukiwane grupowo, gdyż realizacja wybranej opcji może się wiązać z koniecznością poniesienia znacznych wydatków, zaangażowania wielu osób czy też rezygnacji z innych przedsięwzięć (np. decyzji inwestycyjnych). Proponowane reguły decyzyjne można jednak wykorzystać jako dodatkowy, wstępny, pośredni bądź końcowy instrument wspierający grupowe podejmowanie decyzji (GDM). Mogą one pełnić funkcję doradczą. Być może poprzedzenie GDM etapem polegającym na indywidualnym poszukiwaniu rozwiązania za pomocą jednej z autorskich metod pozwoliłoby istotnie zredukować pierwotny zbiór rozpatrywanych wariantów decyzyjnych (Gaspars-Wieloch, 2017g). Warto zatem sprawdzić, w jakim dokładnie zakresie da się zastosować opisane w pracy reguły decyzyjne do grupowego podejmowania decyzji. Dużą wartością dodaną będzie analiza istniejących metod GDM, takich jak Promethee GDSS (*group decision support system*) i AHP (Pedrycz i Song, 2011; Ziemia i Budziński, 2011), oraz wzbogacenie ich o pewne elementy zawarte w podejściach prezentowanych w książce.
- 6) Procedury omówione w monografii znajdują zastosowanie w grach z naturą. W dalszych badaniach można by dokonać analizy tych metod pod kątem ich ewentualnej przydatności w grach z innymi graczami (grach dwuosobowych i wieloosobowych). Ta problematyka jest aktualnie intensywnie rozwijana przez innych badaczy, np. Kamińskiego i Łatka (2016); Zapate, Caraballa, Monroya i Marmola, 2017).

WYKAZ SKRÓTÓW

Skrót	Znaczenie	Termin angielski
1S	modele jednoetapowe	<i>1-stage models</i>
2S	modele dwuetapowe	<i>2-stage models</i>
2S-CS	modele 2-etapowe kryteria/scenariusze	<i>2-stage models criteria/scenarios</i>
2S-SC	modele 2-etapowe scenariusze/kryteria	<i>2-stage models scenarios/criteria</i>
AHP	analityczny proces hierarchiczny	<i>analytic hierarchy process</i>
ALT(A)	podzbiór czynności alternatywnych	<i>subset of alternative activities</i>
ALT(N)	podzbiór węzłów alternatywnych	<i>subset of alternative nodes</i>
AOA	czynności na łukach	<i>activities on arcs</i>
AON	czynności w węzłach	<i>activities on nodes</i>
APO	średnie dobrych i złych wyników ważonych współczynnikiem pesymizmu i optymizmu	<i>the averages of good and bad results weighted by the pessimism and optimism index</i>
CAAN	jedna z modyfikacji DPG	<i>controlled alternative activity network</i>
CAN(A)	podzbiór czynności kanonicznych	<i>subset of canonical activities</i>
CAN(N)	podzbiór węzłów kanonicznych	<i>subset of canonical nodes</i>
CAP	prawdopodobieństwo zdarzeń jednostkowych	<i>case probability</i>
CCANM	jedna z modyfikacji DPG	<i>controlled cyclic alternative network model</i>
CEUM	maksymalizacja oczekiwanej użyteczności Choqueta	<i>Choquet expected utility maximization</i>
CLP	prawdopodobieństwo klas	<i>class probability</i>
CMJ	skumulowana reguła <i>max-min joy</i> criterion	<i>cumulative max-min joy criterion</i>
CPT	kumulacyjna teoria perspektywy (skumulowana teoria perspektywy)	<i>cumulative perspective theory</i>
DCPMN	sieci alternatywno-decyzyjne	<i>decision critical path method networks</i>

DMC	podjęmowanie decyzji w warunkach pewności	<i>decision making under certainty</i>
DMPI	podjęmowanie decyzji w warunkach niepełnej informacji	<i>decision making with partial information</i>
DMR	podjęmowanie decyzji w warunkach ryzyka	<i>decision making under risk</i>
DMTI	podjęmowanie decyzji w warunkach totalnej niewiedzy	<i>decision making under total ignorance</i>
DMU	podjęmowanie decyzji w warunkach niepewności	<i>decision making under uncertainty</i>
DPC(dep)	problemy decyzyjne z zależnymi kryteriami	<i>decision problems with dependent criteria</i>
DPC(ind)	problemy decyzyjne z niezależnymi kryteriami	<i>decision problems with independent criteria</i>
DPG	sieci alternatywno-decyzyjne	<i>decision project graphs</i>
DREE	reguła decyzyjna ze zdarzeniami ekstremalnymi	<i>decision rule with extreme events</i>
DUM(A)	podzbiór czynności fikcyjnych	<i>subset of dummy activities</i>
END(N)	podzbiór węzłów końcowych	<i>subset of end nodes</i>
EPM	maksymalizacja oczekiwanej wypłaty	<i>expected payoff maximization</i>
EUM	maksymalizacja oczekiwanej użyteczności	<i>expected utility maximization</i>
EVC	kryterium wartości oczekiwanej	<i>expected value criterion</i>
FS	następna czynność rozpoczyna się po zakończeniu jej poprzednika	<i>finish to start</i>
GAAN	jedna z modyfikacji DPG	<i>generalized alternative activity network</i>
GAN	sieci stochastyczne	<i>generalized analysis network</i>
GDM	grupowe podejmowanie decyzji	<i>group decision making</i>
GDSS	system wspierający grupowe podejmowanie decyzji	<i>group decision support system</i>
GERT	odmiana sieci stochastycznych	<i>graphical evaluation and review technique</i>
GERTS	technika oparta na sieciach stochastycznych i symulacji	<i>graphical evaluation and review technique simulation</i>
H+B	hybryda reguł Hurwicza i Bayesa	<i>hybrid of Hurwic and Bayes rules</i>
IDM	indywidualne podejmowanie decyzji	<i>individual decision making</i>

MAP(post)	metody umożliwiające deklarowanie preferencji po wstępnym rozwiązaniu zadania	<i>methods with a posteriori articulation of preferences</i>
MAP(prior)	metody umożliwiające deklarowanie preferencji przed rozwiązaniem zadania	<i>methods with a priori articulation of preferences</i>
MDMU	wielokryterialne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności	<i>multi-criteria decision making under uncertainty</i>
MDMU+SP	wielokryterialne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności na podstawie planowania scenariuszowego	<i>multi-criteria decision making under uncertainty with scenario planning</i>
MEU	maksyminowa oczekiwana użyteczność	<i>max-min expected utility</i>
MJ	reguła maksymalizacji minimalnych względnych zysków	<i>max-min joy criterion</i>
MNAP	metody, w których preferencje nie są definiowane	<i>methods with no articulation of preferences</i>
MSD	średnie odchylenie standardowe	<i>mean standard deviation</i>
NCF	przepływ pieniężny netto	<i>net cash flow</i>
NP	zagadnienie gazeciara	<i>newsvendor problem, newsboy problem</i>
NPV	wartość bieżąca netto	<i>net present value</i>
NPW	wartość bieżąca netto	<i>net present worth</i>
PERT	metoda wyznaczania ścieżki krytycznej w warunkach niepewności	<i>program evaluation and review technique</i>
PT	teoria perspektywy	<i>perspective theory</i>
RBHC	ograniczone kryterium Bayesa i Hurwicza	<i>restricted Bayes/Hurwicz criterion</i>
RDEU (AU)	konfiguralnie ważona użyteczność	<i>rank-dependent expected utility (anticipated utility)</i>
SAPO	zawężone średnie dobrych i złych wyników ważonych współczynnikiem pesymizmu i optymizmu	<i>the shortened averages of good and bad results weighted by the pessimism and optimism index</i>
SAW	ważona suma realizacji kryteriów (metakryterium)	<i>simple additive weighted method</i>
SB-MCDA	wielokryterialne podejmowanie decyzji w warunkach niepewności na podstawie planowania scenariuszowego	<i>scenario-based multicriteria decision making under uncertainty</i>
SEUM	maksymalizacja subiektywnej oczekiwanej użyteczności	<i>subjective expected utility maximization</i>
SF+AS(m)	prognoza scenariuszy i wybór strategii mieszanej	<i>scenario forecasting and alternative selection for mixed strategies</i>

SF+AS(p)	prognoza scenariuszy i wybór strategii czystej	<i>scenario forecasting and alternative selection for pure strategies</i>
SP	planowanie scenariuszowe	<i>scenario planning</i>
α -MEU	kryterium alfa-maksyminowej oczekiwanej użyteczności	<i>α-maxmin expected utility</i>

BIBLIOGRAFIA

- Abdellaoui, M., Bleichrodt, H., i Paraschiv, C. (2007). Loss aversion under prospect theory: A parameter-free measurement. *Management Science*, 53(10), 1659-1674.
- Aghdaie, M. H., Zolfani, S. H. i Zavadskas, E. K. (2013). Market segment evaluation and selection based on application of fuzzy AHP and COPRAS-G methods. *Journal of Business Economics and Management*, 14(1), 213-233.
- Agrawal, V. i Seshadri, S. (2000). Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2(4), 410-423.
- Anholcer, M. (2017). *Optymalizacja przewozów produktów szybko tracących wartość – modele i algorytmy*. Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Anholcer, M. i Gaspars-Wieloch, H. (2011). Efficiency analysis of the Kaufmann and Desbazeille algorithm for the deadline problem. *Operations Research and Decisions*, 21(1), 5-18.
- Anholcer, M. i Gaspars-Wieloch, H. (2013). Accuracy of the Kaufmann and Desbazeille algorithm for time-cost trade-off project problems. *Statistical Review (Przegląd Statystyczny)*, (3), 341-358.
- Anholcer, M., Godlewski, M. i Sikora, W. (2004). Specjalne algorytmy dla zadań konstrukcji portfela papierów wartościowych. W: T. Trzaskalik (red.), *Metody i zastosowania badań operacyjnych* (s. 29-41). Katowice: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.
- Anscombe, F. J. i Aumann, R. J. (1963). A definition of subjective probability. *The Annals of Mathematics and Statistics*, 34(1), 199-205.
- Ashtiani, B., Haghhighirad, F., Makui, A. i ali Montazer, G. (2009). Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets. *Applied Soft Computing*, 9(2), 457-461.
- Aven, T. (2011). On different types of uncertainties in the context of the precautionary principle. *Risk Analysis*, 31(10), 1515-1525.
- Aven, T. (2016). Risk assessment and risk management: Review of recent advances on their foundation. *European Journal of Operational Research*, 253(1), 1-13.
- Babuła, E. i Błajer-Gołębiowska, A. (2009). Interpretacja paradoksu Allaisa za pomocą modelu konfiguralnie ważonej użyteczności. W: D. Kopycińska (red.), *Wybory konsumentów i przedsiębiorstw w teorii i praktyce*. Szczecin: Wydawnictwo Katedry Mikroekonomii Uniwersytetu Szczecińskiego.
- Ballesterio, E. (2001). Stochastic goal programming: a mean-variance approach. *European Journal of Operational Research*, 131, 476-481.

- Bana e Costa, C. A., De Corte, J.-M. i Vansnick, J.-C. (2012). MACBETH. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 11(2), 359-387.
- Bana e Costa, C. A. i Vansnick, J.-C. (1994). MACBETH – An interactive path towards the construction of cardinal value functions. *International Transactions in Operational Research*, 1(4), 489.
- Bargman, D. (2012). *Think on the Downside. Multifactor asset pricing models based on the downside risk and their performance relative to the CAPM, FF3F and Momentum*. (Praca magisterska). Stockholm School of Economics, Department of Finance.
- Basili, M. (2006). A rational decision rule with extreme events. *Risk Analysis*, 26, 1721-1728.
- Basili, M., Chateauneuf, A. i Fontini, F. (2008). Precautionary principle as a rule of choice with optimism on windfall gains and pessimism on catastrophic losses. *Ecological Economics*, 67, 485-491.
- Basili, M. i Zappia, C. (2010). Ambiguity and uncertainty in Ellsberg and Shackle. *Cambridge Journal of Economics*, 34(3), 449-474.
- Begg, D., Fisher, S. i Dornbush, R. (2007). *Mikroekonomia*. Warszawa: PWE.
- Behret, H. i Kahraman, C. (2010). A multi-period newsvendor problem with pre-season extensions under fuzzy demand. *Journal of Business Economics and Management*, 11(4), 613-629.
- Benartzi, S. i Thaler, R. H. (1999). Risk aversion or myopia? Choices in repeated gambles and retirement investments. *Management Science*, 45(3), 364-381.
- Benzion, U., Cohen, Y. i Shavit, T. (2010). The newsvendor problem with unknown distribution. *Journal of the Operational Research Society*, 6(6), 1022-1031.
- Berk, J., DeMarzo, P. i Stangeland, D. (2015). *Corporate Finance* (3rd Canadian ed.). Toronto: Pearson.
- Bernoulli, J. (1713). *Ars conjectandi, opus posthumum. Accedit Tractatus de seriebus infinitis, et epistola gallicè scripta de ludo pilae reticularis*. Bazylea: Thurneysen Brothers.
- Bernstein, P. L. (1997). *Przeciw bogom. Niezwykłe dzieje ryzyka*. Warszawa: WIG PRESS.
- Bertrand, J. (1889). *Calculs des probabilités*. Gauthier-Villars.
- Besbes, O. i Muharremoglu, A. (2013). On implications of censoring demand in the newsvendor problem. *Management Science*, 59(6), 1407-1424.
- Beven, K. (2016). Facets of uncertainty: epistemic uncertainty, non-stationarity, likelihood, hypothesis testing, and communication. *Hydrological Sciences Journal*, 61(9), 1652-1665.
- Bieniek, M. (2016). Bicriteria optimization in the newsvendor problem with exponentially distributed demand. *Multiple Criteria Decision Making*, 11, 20-35.
- Birge, J. R. i Louveaux, F. (2011). Uncertainty and modeling issues. W: J. R. Birge i F. Louveaux (eds.), *Introduction to stochastic programming* (s. 55-100). Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. New York: Springer-Verlag.
- Bizikova, L. i Krcmar, E. (2015). Integrated scenario planning and multi-criteria decision analysis framework with application to forest planning. *Open Journal of Forestry*, 5(2), 139-153.
- Bleichrodt, H. (2007). Reference-dependent utility with shifting reference points and incomplete preferences. *Journal of Mathematical Psychology*, 51, 266-276.

- Bleichrodt, H., Pinto, J. i Wakker, P. (2001). Making descriptive use of prospect theory to improve the prescriptive use of expected utility. *Management Science*, 47(11), 1498-1514.
- Błażewicz, J., Lenstra, J. K. i Rinnooy Kan, A. H. G. (1983). Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete Applied Mathematics*, 5(1), 11-24.
- Bochenek, M. (2012). Ryzyko i niepewność w naukach ekonomicznych – rozważania semantyczne. *Ekonomia. Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu*, 4(21), 46-63.
- Bochenek, M. (2017). Risk and uncertainty in economic thought up to 1921. W: D. Appenzeller (red.), *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii* (s. 7-19). Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Bordley, R. i Kirkwood, C. (2004). Multiattribute preference analysis with performance targets. *Operations Research*, 52(6), 823-835.
- Boujelben, M., De Smet, Y., Frikha, A. i Chabchoub, H. (2011). A ranking model in uncertain, imprecise and multi-experts contexts: The application of evidence theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, 52(8), 1171-1194.
- Brans, J. P. (1982). L'ingénierie de la décision: élaboration d'instruments d'aide à la décision. La méthode PROMETHEE. W: R. Nadeau, M. Landry (red.), *L'aide à la décision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir*. Quebec: Presses de l'Université Laval.
- Brans, J. P., Mareschal, B. i Vincke, Ph. (1984). PROMETHEE: A new family of outranking methods in multi-criteria analysis. W: J. P. Brans (red.), *Operational Research '84*. Amsterdam: North-Holland.
- Brucker, P., Drexl, A., Moehring, R., Neumann, K. i Pesch, E. (1999). Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models and methods. *European Journal of Operational Research*, 112(1), 3-41.
- Buckley, J. (1985). Fuzzy hierarchical analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 17(3), 233-247.
- Burnetas, A. N., Gilbert, S. M. i Smith, C. E. (2007). Quantity discounts in single-period supply contracts with asymmetric demand information. *IIE Transactions*, 39, 465-479.
- Buser, S. (1986). LaPlace transforms as present value rules: A note. *The Journal of Finance*, 41(1), 243-247.
- Cannon, C. M. i Kmietowicz, Z. W. (1974). Decision theory and incomplete knowledge. *Journal of Management Studies*, 11(3), 224-232.
- Caplan, B. (1999). The Austrian search for realistic foundations. *Southern Economic Journal*, 65(4), 823-838.
- Caplan, B. (2001). Probability, common sense, and realism: A reply to Hulsmann and Block. *The Quarterly Journal of Austrian Economics*, 4(2), 69-86.
- Carnap, R. (1950). *Logical foundations of probability*. Chicago: University Press.
- Castellano, R. i Scaccia, L. (2014). Can CDS indexes signal future turmoils in the stock market? A Markov switching perspective. *Central European Journal of Operations Research*, 22(2), 285-305.
- Chandra, P. (2009). *Projects: planning, analysis, selection, financing, implementation, and review* (7th ed.). New Delhi: Tata McGraw-Hill.

- Chang, T.-H. i Wang, T.-C. (2009). Using the fuzzy multi-criteria decision making approach for measuring the possibility of successful knowledge management. *Information Sciences*, 179(4), 355-370.
- Chateaufort, A., Cohen, M. i Jaffray, J.-Y. (2006). Décision dans l'incertain; les modèles classiques. W: D. Bouyssou, M. Pirlot, H. Prade (red.). *Concepts et méthodes pour l'aide à la décision 2: risque et incertain* (s. 49-65). Hermes Lavoisier.
- Chen, C. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(1), 1-9.
- Chen, S.-J. i Hwang, C.-L. (1992). *Fuzzy multiple attribute decision making: Methods and applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- Chermack, T. J., Lynham, S. A. i Ruona, W. E. A. (2001). A review of scenario planning literature. *Future Research Quarterly*, 17(2), 7-31.
- Chiu, C. Y. i Park, C. S. (1994). Fuzzy cash flow analysis using present worth criterion. *The Engineering Economist*, 39(2), 113-137.
- Choi, T.-M. (ed.) (2012). *Handbook of newsvendor problems: Models, extensions and applications*. New York, London: Springer.
- Choquet, G. (1954). Theory of capacities. *Annales de l'Institut Fourier*, 5, 131-295.
- Christensen, L. R., Jorgenson, D. W. i Lau, L. J. (1975). Transcendental logarithmic utility functions. *The American Economic Review*, 65(3), 367-383.
- Christofides, N., Alvarez-Valdes, R. i Tamarit, J. M. (1987). Project scheduling with resource constraints: A branch and bound approach. *European Journal of Operational Research*, 29(3), 262-273.
- Chu, T.-C. i Lin, Y. (2003). A fuzzy TOPSIS method for robot selection. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 21(4), 284-290.
- Chu, T.-C. i Lin, Y. (2009). An extension to fuzzy MCDM. *Computers and Mathematics with Applications*, 57(3), 445-454.
- Churchman, C. W. i Ackoff, R. L. (1954). An approximate measure of value. *Journal of Operations Research of America*, 2(1), 172-187.
- Courtney, H., Kirkland, J. i Viquerie, P. (1997). Strategy under uncertainty. *Harvard Business Review*, 75(6), 66-79.
- Cox, J. C., Ross, S. A. i Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 229-263.
- Creemers, S., De Reyck, B. i Leus, R. (2013). *Project planning with alternative technologies in uncertain environments*. Leuven: KU Leuven. Faculty of Economics and Business.
- Crowston, W. B. (1970). Decision CPM: Network reduction and solution. *Operational Research Quarterly*, 21(4), 435-452.
- Crowston, W. B. i Thompson, G. L. (1967). Decision CPM: a method for simultaneous planning, scheduling and control of project. *Operations Research*, 15, 407-426.
- Czechowska, K. (2014). Wybrane uwarunkowania podejmowania decyzji inwestycyjnych na rynku nieruchomości – ujęcie behawioralne. *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania*, 36(1), 13-25. Szczecin: Uniwersytet Szczeciński.
- Czerwiński, Z. (1960). Enumerative induction and the theory of games. *Studia Logica*, 10(1), 29-38.
- Czerwiński, Z. (1972). *Matematyka na usługach ekonomii*. Warszawa: PWN.

- Czerwiński, Z. i Guzik, B. (1980). *Prognozowanie gospodarcze. Podstawy teoretyczne i metody*. Warszawa: PWE.
- Czerwonka, M. i Gorlewski, B. (2012). *Finanse behawioralne. Zachowania inwestorów i rynku*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie.
- Daszyńska-Żygadło, K. (2011). Planowanie scenariuszowe – próba systematyzacji pojęć. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 640, 385-396.
- De, P., Acharya, P. i Sahu, K. (1982). A chance-constrained goal programming model for capital budgeting. *Journal of the Operational Research Society*, 33(7), 635-638.
- De Reyck, B. i Leus, R. (2008). R&D-project scheduling when activities may fail. *IIE Transactions*, 40(4), 367-384.
- Delage, E. i Iancu, D. A. (2015). Robust multi-stage decision making. *INFORMS Tutorials in Operations Research*, 40-46. <https://doi.org/10.1287/educ.2015.0139>
- Dobrowolski, K. (2014). Teoria rynków efektywnych i model racjonalnego inwestora – od warunków ryzyka do warunków konfliktu. *Contemporary Economy Electronic Scientific Journal*, 5(1), 1-12.
- Dogru, M. K., Kok, A. G. de i Houtum, G. J. (2013). Newsvendor characterizations for one-warehouse multi-retailer inventory systems with discrete demand under the balance assumption. *Central European Journal of Operations Research*, 21, 541-559.
- Domański, C. (2011). *Neoklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka. Otwarte fundusze emerytalne*. Warszawa: PWE.
- Dominiak, C. (2006). Multi-criteria decision aid under uncertainty. W: T. Trzaskalik (ed.), *Multiple Criteria Decision Making '05* (s. 63-81). Katowice: The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice.
- Dominiak, C. (2009). Multi-criteria decision aiding procedure under risk and uncertainty. W: T. Trzaskalik i T. Wachowicz (eds.), *Multiple Criteria Decision Making '08* (s. 61-88). Katowice: The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice.
- Domurat, A. i Zieliński, T. (2013). Niepewność i niejasność jako uwarunkowania decyzji ekonomicznych. *Decyzje*, 20, 21-47.
- Dubois, D. i Prade, H. (2001). Possibility theory, probability theory and multiple-valued logics: A clarification. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 32(1-4), 35-66.
- Dubois, D. i Prade, H. (2012). Gradualness, uncertainty and bipolarity: making sense of fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 192, 3-24.
- Dudzińska-Baryła, R. (2011). Teoria perspektywy w analizie rynku giełdowego. W: J. B. Gajda, R. Jadczyk (red.), *Optymalizacja, klasyfikacja, logistyka. Przykłady zastosowań*. Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Dudzińska-Baryła, R. (2013). Zasady teorii perspektywy w ocenie decyzji inwestorów na rynku giełdowym. *Studia Ekonomiczne. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 135, 26-42.
- Durbach, I. N. (2014). Outranking under uncertainty using scenarios. *European Journal of Operational Research*, 232(1), 98-108.
- Durbach, I. N. i Stewart, T. J. (2003). Integrating scenario planning and goal programming. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, 12(4-5), 261-271.

- Durbach, I. N. i Stewart, T. J. (2011). An experimental study of the effect of uncertainty representation on decision making. *European Journal of Operational Research*, 214(2), 380-392.
- Durbach, I. N. i Stewart, T. J. (2012a). A comparison of simplified value function approaches for treating uncertainty in multi-criteria decision analysis. *Omega*, 40(4), 456-464.
- Durbach, I. N. i Stewart, T. J. (2012b). Modeling uncertainty in multi-criteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, 223(1), 1-14.
- Dyckerhoff, R. (1994). Decomposition of multivariate utility functions in non-additive expected utility theory. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 3(1), 41-58.
- Edwards, W. i Barron, F. H. (1994). SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute measurement. *Organizational Behaviour and Human Decision Process*, 60(3), 306-325.
- Ehrgott, M. (2005). *Multicriteria optimization* (2nd ed.). Berlin: Springer.
- Eiselt, H. A. i Marianov, V. (2014). Multi-criteria decision making under uncertainty: A visual approach. *International Transactions in Operational Research*, 21(4), 525-540.
- Ellsberg, D. (1961). Risk, ambiguity and Savage axioms. *Quarterly Journal of Economics*, 75, 643-669.
- Ellsberg, D. (2001). *Risk, ambiguity and decision*. New York: Garland Publishing.
- Eriksson, L. i Hajek, L. (2007). What are degrees of belief? *Studia Logica*, 86(2), 183-213.
- Fabozzi, F. J. i Fong, G. H. (1994). *Advanced fixed income portfolio management*. Chicago, IL: Probus Publishing Company.
- Filho, A. C. S., Vellasco, M. i Tanscheit, R. (2012). Modified Net Present Value under uncertainties: An approach based on fuzzy numbers and interval arithmetic. *Advances in Computational Intelligence. Communications in Computer and Information Science*, 300, 10-19.
- Findejsen, W. (red.). (1985). *Analiza systemowa. Podstawy i metodologia*. Warszawa: PWN.
- Finetti, B. de (1975). *Theory of probability. A critical introductory treatment*. London, New York, Sidney, Toronto: John Wiley and Sons.
- Finetti, B. de (1993). On the subjective meaning of probability (1931). W: B. de Finetti (red.), *Induction and Probability* (s. 291-321). Bolonia: Clueb.
- Fishburn, P. C. (1984). Foundations of risk measurement. I. Risk or probable loss. *Management Science*, 30(4), 396-406.
- Fisher, I. (1907). *The rate of interest*. New York: Macmillan.
- Forlicz, S. (2001). *Niedoskonała wiedza podmiotów rynkowych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Frank, R. H. (1997). The frame of reference as a public good. *The Economic Journal*, 107, 1832-1847.
- Frechet, M. (1938). *The diverse definitions of probability*. Lecture at the fourth International Congress for the Unity of Science, Erkenntnis.
- Frish, D. i Baron, J. (2006). Ambiguity and rationality. *Journal of Behavioral Decision Making*, 1(3), 149-157.
- Galleo, G. i Moon, I. (1993). The distribution free newsboy problem: Review and extensions. *Journal of the Operational Research Society*, 44, 825-834.

- Gallego-Posada, J. D. i Puerta-Yepes, M. E. (2018). Interval analysis and optimization applied to parameter estimation under uncertainty. *Boletim Sociedade Paranaense de Matematica*, 36(2), 107-124.
- Garewicz, J. (1989). O pojęciu pesymizmu. *Archiwum Historii Filozofii i Myśli Społecznej*, 34, 89-92.
- Gaspars, H. (2004). Ocena efektywności strategii inwestowania dopuszczających krótką sprzedaż w okresie spadku i wzrostu indeksu giełdowego. *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania Uniwersytetu Szczecińskiego*. Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, 251-264.
- Gaspars, H. (2005). Badania opłacalności długoterminowych strategii inwestowania dopuszczających krótką sprzedaż. W: K. Piasecki i W. Sikora (red.), *Z prac Katedry Badań Operacyjnych. Zeszyty Naukowe nr 62* (s. 60-82). Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, 60-82.
- Gaspars, H. (2006a). Analiza czasowo-kosztowa (CPM-COST). Algorytm a model optymalizacyjny. *Badania Operacyjne i Decyzje*, (1), 5-19.
- Gaspars, H. (2006b). Propozycja nowego algorytmu w analizie czasowo-kosztowej przedsięwzięć. *Badania Operacyjne i Decyzje*, (3-4), 5-27.
- Gaspars, H. (2007). Alokacja zasobu w warunkach niepewności: modele decyzyjne i procedury obliczeniowe. *Badania Operacyjne i Decyzje*, (1), 5-27.
- Gaspars, H. i Sikora, W. (2004). Czy krótka sprzedaż jest racjonalną strategią inwestowania w długim okresie? W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '04. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego w Katowicach*, 159-174.
- Gaspars-Wieloch, H. (2008a). Metody optymalizacji czasowo-kosztowej przedsięwzięcia. (Niepublikowana rozprawa doktorska). Poznań: Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu.
- Gaspars-Wieloch, H. (2008b). Przegląd modeli optymalizacyjnych stosowanych w analizie czasowo-kosztowej przedsięwzięć. *Zeszyty Naukowe. Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*, 104, 67-87.
- Gaspars-Wieloch, H. (2008c). Przegląd wybranych metod skracania czasu realizacji przedsięwzięcia. W: D. Kopańska-Bródka (red.), *Metody i zastosowania badań operacyjnych '07. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego w Katowicach*, 41-58.
- Gaspars-Wieloch, H. (2009). Wyznaczanie wariantów czasowo-kosztowych realizacji projektu. W: T. Trzaskalik (red.), *Badania operacyjne w planowaniu projektów. Informatyka w badaniach operacyjnych. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego w Katowicach*, 33-70.
- Gaspars-Wieloch, H. (2010). Sieciowe planowanie projektu. W: T. Brzęczek, H. Gaspars-Wieloch i B. Godziszewski (red.), *Podstawy badań operacyjnych i ekonometrii*, Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej.
- Gaspars-Wieloch, H. (2011). Możliwe zastosowania algorytmu Bermanna w analizie czasowo-kosztowej przedsięwzięcia. W: J. B. Gajda, R. Jadczyk (red.), *Optymalizacja, klasyfikacja, logistyka – przykłady zastosowań*. Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.

- Gaspars-Wieloch, H. (2012a). Ograniczona skuteczność metod optymalizacyjnych w rozwiązywaniu ekonomicznych problemów decyzyjnych. *Ekonomista*, (3), 303-324.
- Gaspars-Wieloch, H. (2012b). Time-cost project management with Solver. W: *Contemporary Issues in Business, Management and Education '2012*. Selected papers (519-531). Vilnius: Vilnius Gediminas Technical University Press „Technica”.
- Gaspars-Wieloch, H. (2012c). Zastosowanie raportów Solvera do zarządzania czasem projektu. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu*, 221, 34-48.
- Gaspars-Wieloch, H. (2013a). Metoda skracania przekrojów ścieżek niedopuszczalnych sieci jako narzędzie optymalizacji czasowo-kosztowej projektu. *Studia Oeconomica Posnaniensia*, 1(1), 26-45.
- Gaspars-Wieloch, H. (2013b). On a decision rule supported by a forecasting stage based on the decision maker's risk aversion. W: L. Zadnik Stirn, J. Zerovnik, J. Povh, S. Drobne i A. Lisec (Eds.), *Proceedings of the 12th International Symposium of Operational Research* (s. 53-59). Lubljana.
- Gaspars-Wieloch, H. (2014a). Modifications of the Hurwicz's decision rules. *Central European Journal of Operations Research*, 22(4), 779-794.
- Gaspars-Wieloch, H. (2014b). Modification of the maximin joy criterion for decision making under uncertainty. *Quantitative Methods in Economics*, XV(2), 84-93.
- Gaspars-Wieloch, H. (2014c). On a decision rule for mixed strategy searching under uncertainty on the basis of the coefficient of optimism. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 110(2014), 923-931.
- Gaspars-Wieloch, H. (2014d). Propozycja hybrydy reguł Hurwicza i Bayesa w podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '14. Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 178, 74-92.
- Gaspars-Wieloch, H. (2014e). The use of a modification of the Hurwicz's decision rule in multi-criteria decision making under complete uncertainty. *Business, Management and Education*, 12(2), 283-302.
- Gaspars-Wieloch, H. (2015a). A decision rule for uncertain multi-criteria mixed decision making based on the coefficient of optimism. *Multiple Criteria Decision Making*, 10, 32-47.
- Gaspars-Wieloch, H. (2015b). Innovative products and newsvendor problem under uncertainty without probabilities. W: L. Zadnik Stirn, J. Zerovnik, M. Kljajic Borstnar i S. Drobne (Eds.), *Proceedings of the 13th International Symposium of Operational Research SOR'15* (s. 343–350). Slovenian Society INFORMATIKA.
- Gaspars-Wieloch, H. (2015c). Modifications of the Omega ratio in decision making under uncertainty. *Croatian Operational Research Review*, 6(1), 181-194.
- Gaspars-Wieloch, H. (2015d). On a decision rule supported by a forecasting stage based on the decision maker's coefficient of optimism. *Central European Journal of Operations Research*, 23(3), 579-594.
- Gaspars-Wieloch, H. (2015e). On securities portfolio optimization, preferences, payoff matrix estimation and uncertain mixed decision making. *Contemporary Issues in Business, Management and Education '2015*. <http://dx.doi.org/10.3846/cibme.2015.04>

- Gaspars-Wieloch, H. (2015f). O regule decyzyjnej wspierającej wielokryterialne poszukiwanie optymalnej strategii czystej w warunkach niepewności. *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 248, 42-61.
- Gaspars-Wieloch, H. (2016a). Resource allocation under complete uncertainty – case of asymmetric payoffs. *Zeszyty Naukowe. Organizacja i Zarządzanie. Politechnika Śląska*, 96, 247-258.
- Gaspars-Wieloch, H. (2016b). Spare parts quantity problem, interval loss matrix and uncertainty with unknown probabilities. W: M. Kadziński (red.), *28th European Conference on Operational Research EURO' 2016*, 3-6 July 2016, s. 330.
- Gaspars-Wieloch, H. i Michalska, E. (2016). On two applications of the Omega ratio: maxOmegamin and Omega(H+B). *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 446, 21-36.
- Gaspars-Wieloch, H. (2017a). A decision rule based on goal programming and one-stage models for uncertain multi-criteria mixed decision making and games against nature. *Croatian Operational Research Review*, 8(1), 61-76.
- Gaspars-Wieloch, H. (2017b). A decision rule for uncertain multi-criteria pure decision making and independent criteria. *Optimum. Economic Studies*, 3(87), 77-92.
- Gaspars-Wieloch, H. (2017c). A scenario-based shortest path algorithm for optimizing the sequence of choices under uncertainty. *Zeszyty Naukowe. Organizacja i Zarządzanie. Politechnika Śląska*, 112.
- Gaspars-Wieloch, H. (2017d). Innovative projects scheduling with non-renewable resources on the basis of decision project graphs. W: L. Zadnik Stirn, M. Kljajic Borstnar, J. Zerovnik i S. Drobne (Eds.), *Proceedings of the 14th International Symposium of Operational Research SOR'17* (s. 426-433). Slovenian Society INFORMATIKA.
- Gaspars-Wieloch, H. (2017e). Innovative projects scheduling with scenario-based decision project graphs. W: *Contemporary Issues in Business, Management and Education 2017 – conference proceedings*. VGTU Press. <http://dx.doi.org/10.3846/cbme.2017.078>
- Gaspars-Wieloch, H. (2017f). Newsvendor problem under complete uncertainty: A case of innovative products. *Central European Journal of Operations Research*, 25(3), 561-585.
- Gaspars-Wieloch, H. (2017g). Project Net Present Value estimation under uncertainty. *Central European Journal of Operations Research*. <http://dx.doi.org/10.1007/s10100-017-0500-0>
- Gaspars-Wieloch, H. (2018). The impact of the structure of the payoff matrix on the final decision made under uncertainty. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 35(1).
- Gaweł, B., Rębiasz, B. i Skalna, I. (2015). Teoria prawdopodobieństwa i teoria możliwości w podejmowaniu decyzji inwestycyjnych. *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 248, 62-79.
- Ghirardato, P., Maccheroni, F. i Marinacci, M. (2004). Differentiating ambiguity and ambiguity attitude. *Journal of Economic Theory*, 118(2), 133-173.
- Gierszewska, G. i Romanowska, M. (2017). *Analiza strategiczna przedsiębiorstwa*. Warszawa: PWE.
- Gigerenzer, G. (2015). *Risk Savvy. How to make good decisions*. New York: Viking Adult.

- Gilboa, I. (2009). *Theory of decision under uncertainty*. New York, Cambridge: Cambridge University Press.
- Gilboa, I. i Schmeidler, D. (1989). Maxmin expected utility with non-unique prior. *Journal of Mathematical Economics*, 18, 141-153.
- Ginevičius, R. i Zubrecovas, V. (2009). Selection of the optimal real estate investment project basing on multiple criteria evaluation using stochastic dimensions. *Journal of Business Economics and Management*, 10(3), 261-270.
- Giocoli, N. (2013). From Wald to Savage: Homo Economicus becomes a Bayesian statistician. *Journal of the History of the Behavioral Sciences*, 49(1), 63-95.
- Golenko-Ginzburg, D. (1988). Controlled activity networks for project management. *European Journal of Operational Research*, 37(3), 336-346.
- Golenko-Ginzburg, D. i Blokh, D. (1997). A generalized activity network model. *Journal of the Operational Research Society*, 48(4), 391-400.
- Goodwin, P. i Wright, G. (2001). Enhancing strategy evaluation in scenario planning: A role for decision analysis. *Journal of Management Studies*, 38(1), 1-16.
- Goto, H. (2013). Multi-item newsvendor problem with an equality resource constraint. *Asia Pacific Journal of Operational Research*, 30(1), 1250041.
- Górecka, D. (2009). *Wielokryterialne wspomaganie wyboru projektów europejskich*. Toruń: TNOiK.
- Górecka, D. (2010). Zastosowanie metod wielokryterialnych opartych na relacji przewyższania do oceny europejskich projektów inwestycyjnych. W: M. Nowak (red.), *Metody i zastosowania badań operacyjnych '10*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- Graf, C. i Six, M. (2014). The effect of information on the quality of decisions. *Central European Journal of Operations Research*, 22(4), 647-662.
- Greco, S., Matarazzo, B. i Słowiński, R. (1999). The use of rough sets and fuzzy sets in MCDM. W: T. Gal, T. Stewart, T. Hanne (Eds.), *Multicriteria decision making: Advances in MCDM models, algorithms, theory, and applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Griffin, R. (2010). *Podstawy zarządzania organizacjami*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Grigorieva, X. (2014). Multicriteria coalitional model of decision-making over the set of projects with constant payoff matrix in the noncooperative game. *Applied Mathematical Sciences*, 8(170), 8473-8479.
- Groenewald, M. E. i Pretorius P. D. (2011). Comparison of decision-making under uncertainty investment strategies with the money market. *Journal of Financial Studies and Research*, Article ID 373376. doi:10.5171/2011.373376
- Grubbström, R. (1967). On the application of the Laplace transform to certain economic problems. *Management Science*, 13, 558-567.
- Gruszczyński, M., Kuszewski, T. i Podgórska, M. (2009). *Ekonometria i badania operacyjne. Podręcznik dla studiów licencjackich*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Grzesiak, S. (1997a). Matematyczne aspekty analizy sprzedaży prasy. W: Kania, J. *Kolportaż prasy – nowoczesne techniki i technologie*. Szczecin.

- Grzesiak, S. (1997b). *Metody ilościowe w badaniu efektywności ekonomicznej przedsiębiorstw*. Szczecin: Uniwersytet Szczeciński.
- Grzesiak, S. (1997c). O analizie sprzedaży prasy. *Rynek Prasowy*, 9(21).
- Grzesiak, S. (2008). Koncepcja modelowania i prognozowania rozdziału i sprzedaży prasy. *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania. Uniwersytet Szczeciński*, 11, 135-150.
- Grzesiak, S. (2010). Kilka uwag o ryzyku w sektorze ochrony zdrowia. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '09. Prace naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach*, 313-321.
- Grzesiak, S. (2016). Modeling the dynamics of the production process in the conditions of uncertainty with the use of the calculus of variations. *Folia Oeconomica Stetinensia*, 16(1), 222-231.
- Guney, S. i Newell, B. R. (2015). Overcoming ambiguity aversion through experience. *Journal of Behavioral Decision Making*, 28(2), 188-199.
- Guo, P. (2010). Private real estate investment analysis within one-shot decision framework. *International Real Estate Review*, 13(3), 238-260.
- Guo, P. (2011). One-shot decision theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 41(5), 917-926.
- Guo, P. (2013). One-shot decision making with regret. W: (*IEEE International Conference on Information Science and Technology (ICIST)*) (s. 493-495). IEEE Computer Society.
- Guo, P. (2014). One-shot decision theory: A fundamental alternative for decision under uncertainty. W: P. Guo i W. Pedrycz (Eds.), *Human-Centric Decision-Making Models for Social Sciences* (s. 33-55). Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.
- Guo, P. i Ma, X. (2014). Newsvendor models for innovative products with one-shot decision theory. *European Journal of Operational Research*, 239, 523-536.
- Gurgul, H. i Wójtowicz, T. (2014). The impact of US macroeconomic news on the Polish stock market. The importance of company size to information flow. *Central European Journal of Operations Research*, 22(4), 795-817.
- Gutiérrez, I. (1989). Fuzzy numbers and Net Present Value. *Scandinavian Journal of Management*, 5, 149-159.
- Guzik, B. (2009). *Wstęp do badań operacyjnych*. Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Haimann, T., Scott, W. G. i Connor, P. E. (1985). *Management*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Hansen, E. (1980). Global optimization using interval analysis: The multi-dimensional case. *Numerical Mathematics*, 34(3), 247-270.
- Hartmann, S. (1999). *Project scheduling under limited resources: Models, methods and applications*. Springer Verlag.
- Hastings, N. A. J. i Mello, J. M. C. (1978). *Decision networks*. Chichester, New York: Wiley.
- Hau, R., Pleskac, T. J. i Hertwig, R. (2009). Decisions from experience and statistical probabilities: Why they trigger different choices than a priori probabilities? *Journal of Behavioural Decision Making*, 23, 48-68.
- Haugen, R. A. (2001). *Modern investment theory*. Prentice Hall.

- Hayashi, T. (2006). *Regret aversion and opportunity-dependence*. Austin: Mimeo, University of Texas.
- Hayashi, T. (2008). Regret aversion and opportunity dependence. *Journal of Economic Theory*, 139(1), 242-268.
- Heijden, K. van der (1996). *Scenarios: The art of strategic conversation*. Chichester: John Wiley and Sons.
- He, X. D. i Zhou, X. (2011). Portfolio choice under cumulative prospect theory: An analytical treatment. *Management Science*, 57(2), 315-331.
- Hernández, J. G., García, M. J. i Hernández, G. J. (2018). Inventories control, state regulations and The Amplitude Model (TAM). W: N. Shah i M. Mittal (Eds.), *Handbook of research on promoting business process improvement through inventory control techniques* (s. 442-467). Hershey, PA: IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-5225-3232-3.ch023>
- Hindelang, T. J. i Muth J. F. (1979). A dynamic programming algorithm for Decision CPM networks. *Operations Research*, 27(2), 225-241.
- Hopfe, C. J., Augenbroe, G. L. M. i Hensen, J. L. M. (2013). Multi-criteria decision making under uncertainty in building performance assessment. *Building and Environment*, 69, 81-90.
- Hoppe, H.-H. (1989). *A theory of socialism and capitalism*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Hoppe, H.-H. (1997). On certainty and uncertainty, or: How rational can our expectations be? *Review of Austrian Economics*, 10(1), 49-78.
- Huang, C., Kira, D. i Vertinsky, I. (1978). Stochastic dominance rules for multi-attribute utility functions. *Review of Economic Studies*, 41, 611-615.
- Huber, F. i Schmidt-Petri, C. (2009). *Degrees of belief*. Springer.
- Hurwicz, L. (1952). *A criterion for decision making under uncertainty*. Technical Report, 355. Cowles Commission.
- Huynh, V. N., Hu, C., Nakamori, Y. i Kreinovich, V. (2009). On decision making under interval uncertainty: A new justification of Hurwicz optimism-pessimism approach and its use in group decision making. W: *Proceedings of the 39th International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL 2009)*. Naha, Okinawa, Japan, May 21-23 (s. 214-220).
- Hwang, C. L. i Yoon, K. (1981). Multiple attribute decision making methods and applications: A state of the art survey. New York: Springer-Verlag.
- Ignasiak, E. (1996). *Badania operacyjne*. Warszawa: PWE.
- Ingersoll, J. E. Jr. (1987). *Theory of financial decision making*. Totowa: Rowman and Littlefield.
- Ioan, C. i Ioan, G. (2011). A method of choice of the best alternative in the multiple solutions case in the games theory. *Journal of Accounting and Management*, 1(1), 5-8.
- Jagodziński, J. (2014). The extended Hurwicz criterion for decision making in logistic applications. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu*, 1(39), 25-43.
- Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh Lotfi, F. i Izadikhah, M. (2006). Extension of the TOPSIS method for decision-making problems with fuzzy data. *Applied Mathematics and Computation*, 185, 1544-1551.

- Janczura, M. i Kuchta, D. (2012). Harmonogramowanie reaktywne a ryzyko w projekcie. *Studia Ekonomiczne. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 97, 253-269.
- Janjic, A., Andjelkovic, A. i Docic, M. (2013). Multiple criteria decision making under uncertainty based on stochastic dominance. W: *Recent advances in applied mathematics and computational methods in engineering. Proceedings of the 2013 International Conference on Applied Mathematics and Computational Methods in Engineering*, July 2013, Rhodes Island, Greece (s. 86-91).
- Jurek, W. (2001). *Konstrukcja i analiza papierów wartościowych o zmiennym dochodzie*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Kahneman, D. (2011). *Thinking, fast and slow*. Farrar, Straus and Giroux.
- Kahneman, D. i Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263-291.
- Kaliszewski, I. (2006). *Soft computing for complex multiple criteria decision making*. Springer.
- Kaliszewski, I. (2008). *Wielokryterialne podejmowanie decyzji. Obliczenia miękkie dla złożonych problemów decyzyjnych*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Kaliszewski, I. (2010). Multiple criteria decision making: From exact to heuristic optimization. W: T. Trzaskalik, T. Wachowicz (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making '09* (s. 113-120), University of Economics in Katowice.
- Kamburowski, J. (2014). The distribution-free newsboy problem under the worst-case and best-case scenarios. *European Journal of Operational Research*, 237, 106-112.
- Kamiński, B., Jakubczyk, M. i Szufel, P. (2017). A framework for sensitivity analysis of decision trees. *Central European Journal of Operations Research*, 26(4), 135-159. <https://doi.org/10.1007/s10100-017-0479-6>
- Kamiński, B. i Łatek, M. (2016). On asymmetric Bertrand duopoly with price uncertainty: asymmetric Bertrand duopoly. *International Journal of Economic Theory*, 12(4), 303-316.
- Kaplan, P. D. i Knowles, J. A. (2004). Kappa: A generalized downside risk-adjusted performance measure. *Journal of Performance Measurement*, 8, 42-54.
- Kaplan, S. i Barish, N. N. (1967). Decision making allowing for uncertainty of future investment opportunities. *Management Science*, 13(10), B569-B577.
- Kapsos, M., Zymler, S., Christofides, N. i Rustem, B. (2014). Optimizing the Omega ratio using linear programming. *Journal of Computational Finance*, 17, 49-57.
- Karpio, A. i Żebrowska-Suchodolska, D. (2015). Badanie stabilności wyników funduszy inwestycyjnych przy użyciu miar efektywności opartych na współczynniku Sharpe'a. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 862, 221-231
- Karvetski, C. i Lambert, C. W. (2012). Evaluating deep uncertainties in strategic priority-setting with an application to facility energy investments. *Systems Engineering*, 15, 483-493.
- Kaufmann, A. i Faure, R. (1965). *Invitation à la recherche opérationnelle*. Paris: Dunod.
- Kazemi, H., Schneeweis, T. i Gupta, B. (2004). Omega as a performance measure. *Journal of Performance Measurement*, 8, 16-25.
- Keeney, R. i Raiffa, H. (1993). *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Khouja, M. (1999). The single period (news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research. *Omega – International Journal of Management Science*, 27, 537-542.
- Kirkwood, C. (1992). Estimating the impact of uncertainty on deterministic multi-attribute evaluation. *Management Science*, 38(6), 819-826.
- Kitowicz, J. i Sikora, W. (2004). Weryfikacja długoterminowych strategii inwestowania w akcje z możliwością krótkiej sprzedaży. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 389, 133-145.
- Klimczak, B. (2003). *Mikroekonomia*. Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego.
- Kmietowicz, Z. W. i Pearman, A. D. (1984). Decision theory, linear partial information and statistical dominance. *Omega*, 12, 391-399.
- Knight, F. (1921). *Risk, uncertainty, profit*. Boston: Hart, Schaffner & Marx, Houghton Mifflin Co.
- Kocabiyıkoğlu, A. i Popescu, I. (2011). An elasticity approach to the newsvendor with price-sensitive demand. *Operations Research*, 59(2), 301-312.
- Kofler, E. (1968). *O wartości informacji*. Warszawa: PWN.
- Kofler, E. i Menges, G. (1976). *Entscheidungen bei unvollständiger Information*. Springer Verlag.
- Kofler, E. i Zweifel, P. (1993). One-shot decisions under linear partial information. *Theory and Decision*, 34, 1-20.
- Kolisch, R. i Padman, R. (2001). An integrated survey of deterministic project scheduling. *The International Journal of Management Science*, 29, 249-272.
- Kolm, P. N., Tutuncu, R. i Fabozzi, F. J. (2014). 60 years of portfolio optimization: practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 356-371.
- Kolmogorov, A. N. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: Julius Springer.
- Kolmogorov, A. N. (1956). *Foundations of the theory of probability*. New York: Chelsea Publishing Company.
- Konarzewska-Gubała, E. (1987a). Multicriteria decision analysis with Bipolar Reference System: Theoretical model and computer implementation. *Archiwum Automatyki i Telemechaniki*, 32(4), 289-300.
- Konarzewska-Gubała, E. (1987b). On the use of Bipolar Reference Objectives in multiple criteria decision making. W: Y. Sawaragi, K. Inoue, H. Nakayama (Eds.), *Towards interactive and intelligent decision support systems* (s. 132-141). Berlin: Springer-Verlag.
- Konarzewska-Gubała, E. (1989). Bipolar: multiple criteria decision aid using the bipolar reference system, LAMSADE. Université Paris IX, Cahiers et Documents, 56, Paris.
- Konarzewska-Gubała, E. (1991). Wielokryterialne wspomaganie decyzji: system BIPO-LAR. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, 551, Wrocław.
- Konarzewska-Gubała, E. (2001). Multiple criteria benchmarking using the BIPOLAR method. W: T. Trzaskalik, J. Michnik (red.), *Advances in Multiple Objective and Goal Programming*. Berlin: Springer-Verlag.

- Konno, H. i Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37(5), 519-531.
- Kopańska-Bródka, D. (1998). *Wprowadzenie do badań operacyjnych*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- Kopańska-Bródka, D. (2011). Miary awersji do ryzyka na gruncie teorii decyzji. *Badania operacyjne: miary i zastosowania. Studia Ekonomiczne. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 62, 79-90.
- Kopańska-Bródka, D. i Dudzińska-Baryła, R. (2008). The influence of the reference point's changes on the prospect value. W: P. Rehorova, K. Marsikova, Z. Hubinka (Eds.), *Proceedings of 26th International Conference Mathematical Methods in Economics 2008* (s. 274-282). Liberec: Technical University of Liberec. Faculty of Economics. Dokument elektroniczny; ISBN 978-80-7372-387-3.
- Kopańska-Bródka, D. i Dudzińska-Baryła, R. (2009). The value of risky prospect relative to the interval of reference points. W: M. Dlouhý i V. Skočdoplová (Eds.), *Mathematical Methods in Economics 2011: book of abstracts* (s. 188-193). Prague: Professional Publishing.
- Kopańska-Bródka, D., Dudzińska-Baryła, R. i Michalska, E. (2016). Zastosowanie funkcji Omega w ocenie efektywności portfeli dwuskładnikowych. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 446, 106-114.
- Korhonen, A. (2001). Strategic financial management in a multinational financial conglomerate: A multiple goal stochastic programming approach. *European Journal of Operational Research*, 128, 418-434.
- Kosiński, W., Prokopowicz, P. i Ślęzak, D. (2003). Ordered fuzzy numbers. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Mathematics*, 51(3), 327-338.
- Kosko, B. (1994). *Fuzzy thinking: The new science of fuzzy logic*. Hyperion.
- Kotarbiński, T. (1993). *Ontologia, teoria poznania i i metodologia nauk*. Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich.
- Koźmiński A. K. i Piotrowski W. (2013). *Zarządzanie. Teoria i praktyka*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Krzyszowicz, M. (2013). *Analiza składek ubezpieczeniowych w oparciu o teorię skumulowanej perspektywy Kahnemana-Tverskiego*. (Niepublikowana praca doktorska). Warszawa: Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk.
- Kuchta, D. (2010). Generalization of the critical chain method supporting the management of projects with a high degree of uncertainty and imperfect information. *Operations Research and Decisions*, 20(2), 77-90.
- Kundisch, D. (2013). *New strategies for financial services firms: The life-cycle-solution approach*. Heidelberg: Physica-Verlag.
- Kyburg, H. E. (2003). Are there degrees of belief? *Journal of Applied Logic*, 1(3-4), 139-149.
- Lambalgen, M. van (1996). Randomness and foundations of probability: von Mises' axiomatization of random sequences. W: T. S. Ferguson, L. S. Shapley i J. B. MacQueen (Eds.), *Probability, statistics and game theory. Papers in honor of David Blackwell* (s. 347-368). Institute for Mathematical Statistics.
- Laplace, P. S. (1812). *Théorie analytique des probabilités*. Paris: Courcier.

- Larbi, R. B., Konieczny, S. i Marquis, P. (2010). A characterization of optimality criteria for decision making under complete ignorance. W: *Proceedings of the Twelfth International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning* (s. 172-181).
- Larichev, O. I. i Moshkovich, H. M. (1995). ZAPROS-LM – A method and system for ordering multiattribute alternatives. *European Journal of Operational Research*, 82(3), 503-521.
- Lee, C. Y., Li, X. i Yu, M. (2015). The loss-averse newsvendor problem with supply options. *Naval Research Logistics*, 12/2014, 62(1), 46-59.
- Lee, H. L. i Nahmias, S. (1993). Single-product, single-location models. W: S. C. Graves, A. H. G. R. Kan, P. H. Zipkin (Eds.), *Handbook in operations research and management science. Volume on logistics of production and inventory* (s. 3-58). Amsterdam.
- Lee, Y.-H. (2012). A fuzzy analytic network process approach to determining prospective competitive strategy in China: A case study for multinational biotech pharmaceutical enterprises. *Journal of Business Economics and Management*, 13(1), 5-28.
- Lin, G. C. I. i Nagalingam, S. V. (2000). *CIM justification and optimisation*. London: Taylor & Francis.
- Liu, B. (2007). *Uncertainty theory*. Drugie wydanie. Berlin: Springer-Verlag.
- Liu, B. (2009). Some research problems in uncertainty theory. *Journal of Uncertain Systems*, 3(1), 3-10.
- Ljungqvist, L. i Sargent, T. J. (2004). *Recursive Macroeconomic Theory* (2nd ed.). London, Cambridge: MIT Press.
- Longley-Cook, L. H. (1962). An introduction to credibility theory. *PCAS*, 49, 194-221.
- Lootsma, F. (1992). The REMBRANDT system for multi-criteria decision analysis via pairwise comparisons or direct rating. *Reports of the Faculty of Technical Mathematics and Informatics*, 92-105.
- Lopes, L. L. (1996). When time is of the essence: Averaging, aspiration, and the short run. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 65(3), 179-189.
- Lozan, V. i Ungureanu, V. (2013). Computing the Pareto-Nash equilibrium set in finite multi-objective mixed-strategy games. *Computer Science Journal of Moldova*, 21, 2(62), 173-203.
- Luce, R. D. (1996). Commentary on aspects of Lola Lopes' paper. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 65(3), 190-193.
- Luce, R. D. i Raiffa, H. (1957). *Games and decisions*. New York: Wiley.
- Łyczkowska-Hanćkowiak, A. (2017). Behawioralna wartość bieżąca w postaci skierowanych liczb rozmytych. *Optimum. Studia Ekonomiczne*, 3(87), 122-137.
- Łyczkowska-Hanćkowiak, A. i Piasecki, K. (2018a). On representation of Japanese candlesticks by ordered fuzzy numbers. W: W. Szkutnik, A. Sączewska-Piotrowska, M. Hadaś-Dyduch i J. Acedański (Eds.), *IX International Scientific Conference: "Analysis of International Relations 2018. Methods and Models of Regional Development. Winter Edition"* (s. 61-68). Katowice: Publishing House of the University of Economics in Katowice.
- Łyczkowska-Hanćkowiak, A. i Piasecki, K. (2018b). The expected discount factor determined for present value given as ordered fuzzy number. *IX International Scientific*

- Conference: Analysis of International Relations 2018. Methods and Models of Regional Development*. Winter Edition. Katowice.
- Malaga, K. (2012). *Mikroekonomia – oswajanie z matematyką* (wyd. 2). Warszawa: Wydawnictwo C. H. Beck.
- Malcolm, D. G., Rosenboom, J. H., Clark, C. E. i Fazar, W. (1959). Application of a technique for research and development program evaluation. *Operations Research*, 7(5), 646-669.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York: John Wiley & Sons.
- Marler, R. i Arora, J. (2004). Survey of multiobjective methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(6), 369-395.
- Michalska, E. (2012). Podejmowanie decyzji w warunkach niepełnej informacji. *Zeszyty Naukowe, Metody Analizy Danych*, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, 898, 17-26.
- Michalska, E. (2015). Zastosowanie wskaźnika Omega w podejmowaniu decyzji przy niepełnej informacji liniowej. W: J. B. Gajda i R. Jadczyk (red.), *Badania operacyjne. Przykłady zastosowań* (s. 153-165). Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Michalska, E. (2017). Ocena efektywności wariantów decyzyjnych na gruncie teorii perspektywy. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej*, 113, 315-325.
- Michalska, E. i Dudzińska-Baryła, R. (2015). Wskaźnik Omega w ocenie wariantów decyzyjnych o rozkładach ciągłych na przykładzie akcji notowanych na GPW w Warszawie. *Studia Ekonomiczne, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Informatyka i Ekonometria*, 241(3), 112-124.
- Michalska, E. i Kopańska-Bródka, D. (2015). The Omega function for continuous distribution. W: D. Martinčík, J. Ircingová i P. Janeček (Eds.), *Conference Proceedings, 33rd International Conference Mathematical Methods in Economics*. Plzeň: University of West Bohemia.
- Michalska, E. i Pośpiech, E. (2010). Gry z naturą a niepełna informacja liniowa. *Zeszyty Naukowe. Organizacja i Zarządzanie*. Politechnika Śląska, 54, 203-213.
- Michalska, E. i Pośpiech, E. (2011). Niepełna informacja liniowa w zagadnieniach wielokryterialnego wspomaganie decyzji. *Zeszyty Naukowe. Organizacja i Zarządzanie*, Politechnika Śląska, 57, 259-270.
- Michnik, J. (2011). Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 238, 80-92.
- Michnik, J. (2013a). Scenario planning + MCDA procedure for innovation selection problem. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 38(3), 207-220.
- Michnik, J. (2013b). *Wielokryterialne metody wspomaganie decyzji w procesie innowacji*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- Mikhailov, L. i Tsvetinov, P. (2004). Evaluation of services using a fuzzy analytic hierarchy process. *Applied Soft Computing Journal*, 5(1), 23-33.
- Mill, J. S. (1843). *System of logic ratiocinative and inductive*. John W. Parker.
- Millett, S. M. (2009). Should probabilities be used with scenarios? *Journal of Futures Studies*, 13(4), 61-68.

- Milnor, J. (1954). Games against nature. W: R. M. Thrall, C. H. Coombs, R. L. Davis (Eds.), *Decision processes* (s. 49-60). New York: Wiley.
- Mises, L. von (1949). *Human action. A treatise on economics*. Auburn, Alabama: Ludwig von Mises Institute.
- Mises, L. von (1962). *The ultimate foundation of economic science. An essay on method*. Princeton, New Jersey, Toronto, New York, London: D. van Nostrand Company, Inc.
- Mises, R. von (1931). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik*. Leipzig, Vienna: Deuticke.
- Mises, R. von (1957). *Probability, statistics and truth*. New York: The Macmillan Company.
- Miyamoto, J. i Wakker, P. (1996). Multiattribute utility theory without expected utility foundations. *Operations Research*, 44(2), 313-326.
- Mohanty, R. P. (1992). Project selection by a multiple-criteria decision-making method: An example from a developing country. *International Journal of Project Management*, 10(1), 31-38.
- Monkiewicz, J. (red.) (2000). *Podstawy ubezpieczeń*. Warszawa: Poltext.
- Montibeller, G. i Franco, A., (2010). Multi-criteria decision analysis for strategic decision making. W: C. Zopounidis, P. M. Pardalos (red.), *Handbook of Multicriteria Analysis, Applied Optimization* (s. 25-48). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Montibeller, G., Gummer, H. i Tumidei, D. (2006). Combining scenario planning and multi-criteria decision analysis in practice. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, 14, 5-20.
- Moore, R. E. (1962). *Interval arithmetic and automatic error analysis in digital computing*. Stanford, CA, USA.
- Mullins, J., Ling, Y., Mahadevan, S., Sun, L. i Strachan, A. (2016). Separation of aleatory and epistemic uncertainty in probabilistic model validation. *Reliability Engineering and System Safety*, 147, 49-59.
- Nakamura, K. (1986). Preference relations on a set of fuzzy utilities as a basis for decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 20, 147-162.
- Nelyubin, A. P. i Podinovski, V. V. (2017). Multicriteria choice based on criteria importance methods with uncertain preference information. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 57(9), 1475-1483.
- Neumann, J. von i Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behaviour*. Princeton: Princeton University Press.
- Neumann, K. (1990). *Stochastic project networks: Temporal analysis, scheduling, and cost minimization*. Berlin: Springer-Verlag.
- Neyman, J. (1969). *Zasady rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*. Warszawa: PWN.
- Nicholson, W. (1978). *Micro-economic theory* (2nd ed.). Hinsdale: Dryden Press.
- Nijkamp, P. i Spronk, J. (1980). Interactive multiple goal programming: an evaluation and some results. W: G. Fandel, T. Gal (Eds.), *Multiple decision making theory and application*. Berlin: Springer Verlag.
- Nilsson, H., Rieskamp, J. i Wagenmakers, E.-J. (2011). Hierarchical Bayesian parameter estimation for cumulative prospect theory. *Journal of Mathematical Psychology*, 55, 84-93.

- Nowak, M. (2004a). Metody ELECTRE w deterministycznych i stochastycznych problemach decyzyjnych. *Decyzje*, 2, 35-65.
- Nowak, M. (2004b). Preference and veto thresholds in multicriteria analysis based on stochastic dominance. *European Journal of Operational Research*, 158, 339-350.
- Nowak, M. (2005). Investment project evaluation by simulation and multiple criteria decision aiding procedure. *Journal of Civil Engineering and Management*, 11, 193-202.
- Nowak, M. (2006). INSDECM – An interactive procedure for stochastic multicriteria decision problems. *European Journal of Operational Research*, 175, 1413-1430.
- Nowak, M. (2008). *Interaktywne wielokryterialne wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka. Metody i zastosowania*. Katowice: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.
- Nowak, M. (2010). Trade-off analysis in discrete decision making problems under risk. W: D. Jones, M. Tamiz i J. Ries (Eds.), *New developments in multiple objective and goal programming* (s. 103-115). Berlin: Springer Verlag.
- Novak, V., Perfilieva, I. i Mockor, J. (1999). *Mathematical principles of fuzzy logic*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Officer, R. R. i Anderson, J. R. (1968). Risk, uncertainty and farm management decisions. *Review of Marketing and Agricultural Economics*, 36(1), 3-19.
- Ogryczak, W. (2006). *Problemy i modele decyzyjne*. Warszawa: Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego.
- Ogryczak, W. i Śliwiński, T. (2009). On efficient WOWA optimization for decision support under risk. *International Journal of Approximate Reasoning*, 50(6), 915-928.
- Opricovic, S. (1998). *Multicriteria optimization of civil engineering systems*. Technical Report. Belgrade: Faculty of Civil Engineering.
- Pacuit, E. i Roy, O. (2012). Epistemic foundations of game theory. Stanford Encyclopedia of Philosophy.
- Patkowski, T. (2012). *Wstęp do teorii gier*. Warszawa: Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego.
- Pawlak, Z. (1982). Rough sets. *International Journal of Parallel Programming*, 11(5), 341-356.
- Pazek, K. i Rozman, C. (2009). Decision making under conditions of uncertainty in agriculture: A case study of oil crops. *Poljoprivreda (Osijek)*, 15(1), 45-50.
- Pedrycz, W. i Song, M. (2011). Analytic Hierarchy Process (AHP) in group decision making and its optimization with an allocation of information granularity. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 19(3), 527-539.
- Perez, D. E., Hernández, J. G., García, M. J. i Hernández, G. J. (2015). Hurwicz method modified and The Amplitude Model (TAM). W: N. J. Delener, L. Fuxman, F. V. Lu, S. Rodrigues (Eds.), *Exploring the possibilities for sustainable future growth in business and technology management. Global Business and Technology Association Seventeenth Annual International Conference readings book, Peniche/Lisbon, Portugal, July 7th–11th, 2015* (s. 559-566).
- Petruzzi, N. C., Wee, K. E. i Dada, M. (2009). The newsvendor model with consumer search costs. *Production and Operations Management*, 18(6), 693-704.
- Pfeffer, I. (1956). *Insurance and economic theory*. Homewood, Illinois: Irwin Inc.

- Piasecki, K. (1990). Decyzje i wiarygodne prognozy. *Zeszyty Naukowe*, 106. Poznań: Akademia Ekonomiczna w Poznaniu.
- Piasecki K. (red.) (2002). *Matematyka wspomagająca zarządzanie*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Piasecki, K. (2017a). Expected return rate determined as oriented fuzzy number. W: P. Praszak (Ed.), *35th International Conference Mathematical Methods in Economics 2017* (s. 561-565). Gaudeamus, University of Hradec Králové.
- Piasecki, K. (2017b). Oczekiwana stopa zwrotu wyznaczona jako skierowana liczba rozmyta. *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, 331, 71-84.
- Piasecki, K., Anholcer, M. i Echaust, K. (2013). *e-matematyka wspomagająca ekonomię*. Warszawa: Wydawnictwo C. H. Beck.
- Piasecki, K. i Świtalski, Z. (1998). Rozmyte relacje preferencji w systemach wspomagania decyzji wraz z analizą statystyczną. *Zeszyty Naukowe. Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*, 258, 49-59.
- Pichura, M. (2013). Miernik Omega jako wszechstronna miara efektywności inwestycji. *Studia Ekonomiczne. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, 146, 89-99.
- Piegat, A. (2010). Uncertainty of probability. *Workshop on Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets*. Pobrane z <http://www.ibspan.waw.pl/ifs2010>
- Phillips, L. D. (1986). Decision analysis and its application in the industry. W: G. Mitra (Ed.), *Computer assisted decision making* (s.189-197). North-Holland: Elsevier.
- Phillips, S. J. i Dessouky, M. I. (1977). Solving the time/cost tradeoff problem using the minimum cut concept. *Management Science*, 244, 393-400.
- Pirvu, T. A. i Schulze, K. (2012). Multi-stock portfolio optimization under prospect theory. *Mathematics and Financial Economics*, 6(4), 337-362.
- Pogorzelski, K. (2015). *Rozwój teorii ryzyka finansowego. Interpretacje prawdopodobieństwa a pojęcie ryzyka i niepewności*. (Niepublikowana rozprawa doktorska). Warszawa: Uniwersytet Warszawski.
- Pollack-Johnson, B. i Liberatore, M. J. (2005). Project planning under uncertainty using scenario analysis. *Project Management Journal*, 36(1), 15-26.
- Pomerol, J. C. (2001). Scenario development and practical decision making under uncertainty. *Decision Support Systems*, 31(2), 197-204.
- Popper, K. R. (1988). *The open Universe: An argument for indeterminism*. Psychology Press.
- Porter, M. E. (1985). *Competitive Advantage*. New York: The Free Press.
- Porteus, E. L. (1990). Stochastic inventory model. W: S. C. Graves, A. H. G. R. Kan, P. H. Zipkin (Eds.), *Handbook in operations research and management science. Volume on stochastic models* (s. 605-652). Amsterdam.
- Potocki, T. i Opolski, K. (2015). Decyzje w obliczu „niepewnych ryzyk” – rola heurystyk i nurtu racjonalności adaptacyjnej. *Finanse*, 1(8), 43-70.
- Pra, P. D., Rudari, C. i Runggaldier, W. J. (1994). On dynamic programming for multistage decision problems under uncertainty. W: U. Derigs, A. Bachem, A. Drexl (Eds.), *Operations Research Proceedings (GOR (Gesellschaft für Operations Research e.V.))*, vol. 1994 (s. 70-75). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Pritsker, A. A. B. (1979). *Modeling and analysis using Q-GERT Networks* (2nd ed.). Wiley.

- Pritsker, A. A. B. i Happ, W. W. (1966). GERT: graphical evaluation and review technique – Part 1. Fundamentals. *Journal of Industrial Engineering*, 17, 267-274.
- Puppe, C. i Schlag, K. (2009). Choice under complete uncertainty when outcome spaces are state dependent. *Theory and Decision*, 66, 1-16.
- Qin, Y., Wang, R., Vakharia, A. J., Chen, Y. i Seref, M. M. H. (2011). The newsvendor problem: review and directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 213, 361-374.
- Quiggin, J., (1982). A theory of anticipated utility. *Journal of Economic Behaviour and Organization*, 3, 323-343.
- Quiggin, J. (1993). *Generalized expected utility theory. The rank-dependent model*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Ram, C., Montibeller, G. i Morton, A. (2010). Extending the use of scenario planning and MCDA for the evaluation of strategic options. *Journal of Operational Research Society*, 62(5), 817-829.
- Ramsey, F. (1931). Truth and probability (1926). W: F. Ramsey (Ed.), *The Foundations of mathematics and other logical essays* (s. 156-198). London: Routledge, Kegan Paul.
- Ravindran, A. R., Phillips, D. T. i Solberg, J. J. (1987). *Operations research: principles and practice*, 2nd ed. Wiley.
- Ravindran, A. R. (2008). *Operations research and management science handbook*. Boca Raton, London, New York: CRS Press.
- Rekowski, M. (2002). *Wprowadzenie do mikroekonomii*. Poznań: Wydawnictwo Polsoft – Akademia.
- Render, B., Stair, R. M. i Hanna, M. E. (2006). *Quantitative analysis for management*. New Jersey, Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall.
- Reshetukha, O. (2003). Wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka w wykorzystaniem bi-referencyjnej procedury optymalizacji wielokryterialnej. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '03. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach*, 515-530.
- Ross, D. (2010). *Game theory and philosophy*. Taylor & Francis Group.
- Roszkowska, E. i Kacprzak, D. (2016). The fuzzy SAW and fuzzy TOPSIS procedures based on ordered fuzzy numbers. *Information Sciences*, 369(C), 564-584.
- Roszkowska, E. i Wachowicz, T. (2015a). Application of fuzzy TOPSIS to scoring the negotiation offers in ill-structured negotiation problems. *European Journal of Operational Research*, 242(3), 920-932.
- Roszkowska, E. i Wachowicz, T. (2015b). Inaccuracy in defining preferences by the Electronic Negotiation System Users. *Lecture Notes in Business Information Processing*, 218, 131-143.
- Roy, B. i Bouyssou, D. (1993). *Aide multicritère à la décision: méthodes at cas*. Paris: Economica.
- Rykaczewski, K. (2006). *Systemy rozmyte i ich zastosowania*. Łódź: Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Łódzkiego.
- Saaty, T. L. (1980). *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill.
- Saaty, T. L. (1996). *Decision making with dependence and feedback: Analytic Network Process*. Pittsburgh: RWS Publications.
- Sadowski, W. (1977). *Decyzje i prognozy*. Warszawa: PWE.

- Sadowski, W. (1980). Forecasting and decision making. W: R. Henn, B. Schips, P. Stähly (Eds.), *Quantitative Wirtschafts- und Unternehmensforschung* (s. 92-102). Berlin, Heidelberg: Springer.
- San Cristobal, M. J. R. (2015). *Management science, operations research and project management: Modeling, evaluation, scheduling, monitoring*. Gower Applied Business Research.
- Sari, I. D. i Kuchta, D. (2012). Fuzzy global sensitivity analysis of fuzzy net present value. *Control and Cybernetics*, 41(2), 481-496.
- Savage, L. J. (1954). *The foundations of statistics*. I. New York: John Wiley and Sons.
- Savage, L. J. (1961). The foundations of statistics reconsidered. W: H. E. Kyburg i H. E. Smokler (Eds.). *Studies in Subjective Probability* (s. 173-188). New York: Wiley.
- Schmeidler, D. (1986). Integral representation without additivity. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 97, 255-261.
- Schmeidler, D. (1989). Subjective probability and expected utility without additivity. *Econometrica*, 57(3), 571-587.
- Schoemaker, P. J. H. (1993). Multiple scenario development: Its conceptual and behavioral foundation. *Strategic Management Journal*, 14(3), 193-213.
- Schoemaker, P. J. H. (1995). Scenario planning: A tool for strategic thinking. *Sloan Management Review*, 36(2), 25-40.
- Schroeder, M. J. i Lambert, J. H. (2011). Scenario-based multiple criteria analysis for infrastructure policy impacts and planning. *Journal of Risk Research*, 14(2), 191-214.
- Schwartz, P. (1991). *The art of the long view*. New York: Doubleday.
- Schwartz, A., Goldberg, J. i Hazen, G. (2008). Prospect theory, reference points and health decisions. *Judgment and Decision Making*, 3(2), 174-180.
- Seker, S. i Zavadskas, E. K. (2017). Application of fuzzy DEMATEL method for analyzing occupational risks on construction sites. *Sustainability*, 9(11), 2083.
- Sentz, K. i Ferson, S. (2002). *Combination of evidence in Dempster-Shafer theory*. Sandia Report SAND2002-0835. Albuquerque: Sandia National Laboratories.
- Shadwick, W. i Keating, C. (2002a). *A universal performance measure* (Working Paper). London: The Finance Development Centre.
- Shadwick, W. i Keating, C. (2002b). A universal performance measure. *Journal of Performance Measurement*, 6(3), 59-84.
- Shafer, G. (1976). *A mathematical theory of evidence*. Princeton: Princeton University Press.
- Shafer, G. i Vovk, V. (2003). Kolmogorov's contributions to the foundations of probability. *Problems of Information Transmission*, 39, 21-31.
- Shang, J. S., Tjader, Y. i Ding, Y. (2004). A unified framework of multicriteria evaluation of transportation projects. *IEEE Transactions of Engineering Management*, 51(3), 300-313.
- Shashikhin, V. N. (2004). Antagonistic game with interval payoff functions. *Cybernetics and Systems Analysis*, 40(4), 556-564.
- Siemens, M. (1971). A simple CPM time-cost tradeoff algorithm. *Management Science*, 17(6).
- Sikora, W. (red.). (2008). *Badania operacyjne*. Warszawa: PWE.

- Sikora, W. (2012). Metoda wydłużania czynności w analizie czasowo-kosztowej przedsięwzięć. W: W. Sikora (red.), *Z prac Katedry Badań Operacyjnych*. Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Sikora, W. i Urbaniak, M. (2013). Sprawność metod ogólnych i wyspecjalizowanych w analizie czasowo-kosztowej przedsięwzięć. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '2013 . Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*. Katowice, 191-208.
- Simon, H. (1955). A behavioral model of rational choice. *Quarterly Journal of Economics*, 69(1), 99-118
- Simon, H. (1957). *Models of man, social and rational: mathematical essays on rational human behavior in a social setting*. New York: Wiley.
- Simon, H. (1991). Bounded rationality and organizational learning. *Organization Science*, 2(1), 125-134.
- Skelboe, S. (1974). Computation of rational interval functions. *BIT*, 14(1), 8-95.
- Słowiński, R., Kadziński, M. i Greco, S. (2014). Robust ordinal regression for dominance-based approach under uncertainty. W: M. Kryszkiewicz, C. Cornelis, D. Ciucci, J. Medina-Moreno, H. Motoda i Z. W. Raś (Eds.), *Rough Sets and Intelligent Systems Paradigms. Second International Conference, RSEISP 2014, Granada and Madrid, Spain, July 9-13, 2014. Proceedings*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 8537. Cham: Springer.
- Smoluk, A. (2007). Matematyka, ekonomia, probabilistyka. *Mathematical Economics*, 4(11), 5-36
- Sokołowska, J. (2005). *Psychologia decyzji ryzykownych. Ocena prawdopodobieństwa i modele wyboru w sytuacji ryzykownej*. Warszawa: Academica.
- Solek, A. (2010). Ekonomia behawioralna a ekonomia neoklasyczna. *Zeszyty Naukowe. Polskie Towarzystwo Ekonomiczne*, (8), 21-34.
- Springer, M. D. (1979). *The algebra of random variables (probability and mathematical statistics)*. New York: Wiley.
- Stewart, T. J. (1997). Scenario analysis and multicriteria decision making. W: J. Climaco (Ed.), *Multicriteria Analysis* (s. 519-528). Berlin: Springer.
- Stewart, T. J. (2005). Dealing with uncertainties in MCDA. W: J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott (Eds.), *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys* (s. 445-466), New York: Springer-Verlag.
- Stewart, T. J., French, S. i Rios, J. (2013). Integrating multicriteria decision analysis and scenario planning – review and extension. *Omega*, 41(4), 679-688.
- Stirling, W. C. (2003). *Satisficing games and decision-making. With applications to engineering and computer science*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Stoner, J. A. F. i Wankel, Ch. (1996). *Kierowanie*. Warszawa: Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Stott, H. P. (2006). Cumulative prospect theory's functional manager. *Journal of Risk and Uncertainty*, 32, 101-130.
- Straffin, P. D. (1996). *Game theory and strategy*. Mathematical Association of America.
- Suhobokov, A. (2007). Application of Monte Carlo simulation methods in risk management. *Journal of Business Economics and Management*, 8(3), 165-168.

- Suo, M. Q., Li, Y. P. i Huang, G. H. (2012). Multi-criteria decision making under uncertainty: An advanced ordered weighted averaging operator for planning electric power systems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(1), 72-81.
- Supernat, J. (2005). *Zarządzanie*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Świtalski, Z. (1981). Relacje rozmyte optymalizacji wielokryteriowej. *Zeszyty Naukowe. Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*, 94, 179-186.
- Świtalski, Z. (1988). Choice functions associated with fuzzy preference relations. W: J. Kacprzyk i M. Roubens (Eds.), *Non-conventional Preference Relations in Decision Making*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 301 (s. 106-118). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Świtalski, Z. (1998). Wieloetapowe procesy decyzyjne w warunkach niepewności. *Badania Operacyjne i Decyzje*, 4, 59-70.
- Świtalski, Z. (2002a). *Miękkie modele preferencji i ich zastosowania w ekonomii*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Świtalski, Z. (2002b). Preferencje przedziałowe i ich zastosowanie w analizie decyzyjnej. *Zeszyty Naukowe. Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*, 21, 7-18.
- Talbot, F. B. (1982). Resource-constrained project scheduling with time-resource trade offs: The nonpreemptive case. *Management Science*, 28(10), 1197-1210.
- Tannert, C., Elvers, H. D. i Jandrig, B. (2007). The ethics of uncertainty. In the light of possible dangers, research becomes a moral duty. *EMBO Rep*, 8(10), 892-896.
- Tarczyński, W. i Łuniewska, M. (2004). *Dywersyfikacja ryzyka na polskim rynku kapitałowym*. Warszawa: Placet.
- Targiel, K. S., Nowak, M. i Trzaskalik, T. (2018). Scheduling non-critical activities using multicriteria approach. *Central European Journal of Operations Research*. <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0542-y>
- The Center for Innovative Leadership (1995). *Strategic management: introduction to scenario thinking public workshop*. Rivonia, South Africa.
- Thompson, G. L. (1968). CPM and DCPM under risk. *Naval Research Logistics*, 15(2), 233-239.
- Triantaphyllou, E. i Lin, C. (1996). Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods. *International Journal of Approximate Reasoning*, 14(4), 281-310.
- Troutt, M. D. i Pettypool, M. D. (1989). On the role of mixed strategies in elementary decision analysis and related decision-support-system treatments. *Journal of Operational Research Society*, 40(6), 571-579.
- Trzaskalik, T. (red.). (2008). *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem* (wyd. 2). Warszawa: Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Trzaskalik, T. (red.). (2014a). *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*. Warszawa: PWE.
- Trzaskalik, T. (2014b). Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Przegląd metod i zastosowań. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria: Organizacja i Zarządzanie*, 74, 239-263.
- Trzaskalik, T. i Wachowicz, T. (2017). Wielokryterialne wspomaganie decyzji jako przykład współczesnej optyki postrzegania problemów decyzyjnych przez badania operacyjne. *Prace Naukowe. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Nauki o zarządzaniu: dokonania, trendy, wyzwania*, 165-187.

- Trzpiot, G. (2006a). *Dominacje w modelowaniu i analizie ryzyka na rynku finansowym*. Katowice: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.
- Trzpiot, G. (2006b). Measuring financial risks under uncertainty. *Operations Research and Decisions*, 2, 81-88.
- Tsaur, S., Chang, T. i Yen, C. (2002). The evaluation of airline service quality by fuzzy MCDM. *Tourism Management*, 23(2), 107-115.
- Tversky, A. i Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representations of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5(4), 297-323.
- Tyszka, T. (2010). *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Scholar.
- Tzeng, G. H. i Huang, J. J. (2011). *Multiple attribute decision making. Methods and applications*. London: CRC Press.
- Ungureanu, V. (2018). *Pareto-Nash-Stackelberg Game and Control Theory* (s. 217-244). Springer International Publishing.
- Urbaniak, M. (2012a). Zastosowanie algorytmu mrówkowego do optymalizacji czasowo-kosztowej projektów informatycznych. *Ekonometria*, 4(38), 343-355.
- Urbaniak, M. (2012b). Zastosowanie wielokryterialnego algorytmu ewolucyjnego do optymalizacji czasowo-kosztowej projektów informatycznych. W: W. Jurek (red.), *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii: informatyka ekonomiczna. Zeszyty Naukowe. Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu*, 239, 137-147.
- Urbaniak, M. (2017). *Optymalizacja czasowo-zasobowa projektów informatycznych*. (Niepublikowana praca doktorska). Poznań: Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu.
- Urli, B. i Nadeau, R. (2004). PROMISE/scenarios: An interactive method for multiobjective stochastic linear programming under partial uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 155(2), 361-372.
- Varian, H. (2002). *Mikroekonomia. Kurs średni – ujęcie nowoczesne*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Vilkancas, R. (2014). Characteristics of Omega-optimized portfolios at different levels of threshold returns. *Business, Management and Education*, 12(2), 245-265.
- Ville, J. (1939). *Etude critique de la notion collectif*. Paris: Librairie Gauthier-Villars.
- Vorneveld, M., Grahn, S. i Dufwenberg, M. (2000). Ideal equilibria in noncooperative multicriteria games. *Mathematical Methods of Operations Research*, 52, 65-77.
- Vorneveld, M., Vermeulen, D. i Borm, P. (1999). Axiomatizations of Pareto equilibria in multicriteria games. *Games and Economic Behavior*, 28, 146-154.
- Voropayev, V. I., Gelrud, Y. D. i Golenko-Ginzburg, D. (2013). Decision making in controlled cyclic alternative network projects with deterministic branching outcomes. *PM World Journal II*(IX).
- Wachowicz, T. (2015). Metody wielokryterialnej analizy decyzyjnej w ilościowych badaniach naukowych. W: W. Czakon (red.), *Podstawy metodologii badań w naukach o zarządzaniu* (s. 402-423). Warszawa: Wolters Kluwer.
- Wakker, P. (2010). *Prospect theory for risk and ambiguity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wakker, P. i Deneffe, D. (1996). Eliciting von Neumann–Morgenstern utilities when probabilities are distorted or unknown. *Management Science*, 42(8), 1131-1150.

- Walczak, D. i Rutkowska, A. E. (2016). Project rankings for participatory budget based on the fuzzy TOPSIS method. *European Journal of Operational Research*, 260(2), 706-714.
- Wald, A. (1950a). Basic ideas of a general theory of statistical decisions rules. W: *Selected Papers in Statistics and Probability* (s. 656-668), New York: McGraw-Hill.
- Wald, A. (1950b). *Statistical decision functions*. New York: Wiley.
- Walker, W. E., Harremoës, P., Rotmans, J., van der Sluijs, J. P., van Asselt, M. B. A, Janssen, P. i Kreyer von Krauss, M. P. (2003). Defining uncertainty: A conceptual basis for uncertainty management in model-based decision support. *Integrated Assessment*, 4(1), 5-17.
- Walley, P. (1991). *Statistical reasoning with imprecise probabilities*. Chapman and Hall.
- Wang, Y. i Elhag, T. (2006). Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment. *Expert Systems with Applications*, 31(2), 309-319.
- Wang, Y., Luo, Y. i Hua, Z. (2008). On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications. *European Journal of Operational Research*, 186(2), 735-747.
- Wang, Y. i Parkan, C. (2005). Multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives: ranking and weighting. *Fuzzy Sets and Systems*, 153(3), 331-346.
- Wang, C. X. i Webster, S. (2009). The loss-averse newsvendor problem. *Omega*, 37, 93-105.
- Wang, C. X., Webster, S. i Suresh, N. C. (2009). Would a risk-averse newsvendor order less at a higher selling price? *European Journal of Operational Research*, 196, 544-553.
- Wang, C. X., Webster, S. i Zhang, S. (2012). Newsvendor models with alternative risk preferences within expected utility theory and prospect theory frameworks. W: T. M. Choi (Ed.), *Handbook of newsvendor problems: Models, extensions and applications* (s. 177-196). New York; London: Springer.
- Waters, D. (2011). *Supply chain risk management. Vulnerability and resilience in logistics* (2nd ed.). London: Kogan Page.
- Watkins, D. W. Jr., McKinney, D. C., Lasdon, L. S., Nielsen, S. S. i Martin, Q. W. (2000). A scenario-based stochastic programming model for water supplies from the Highland Lakes. *International Transactions in Operational Research*, 7, 221-230.
- Weber, M. (1987). Decision making with incomplete information. *European Journal of Operational Research*, 28(1), 44-57.
- Wiest, J. D. i Levy, F. K. (1977). *A management guide to PERT/CPM with GERT/PDM/DCPM and other networks* (2nd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Wojewnik, P. i Szapiro, T. (2010). Bireference procedure FBI for interactive multicriteria optimization with fuzzy coefficients. *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, 2(3), 169-193.
- Wright, G. i Goodwin, P. (1999). Future-focussed thinking: combining scenario planning with decision analysis. *Journal of multi-criteria decision analysis*, 8, 311-321.
- Wu, Z., St-Pierre, D. L. i Abdul-Nour, G. (2017). Decision making under strict uncertainty: case study in sewer network planning. Pobrane z <http://waset.org/publications/10007498/decision-making-under-strict-uncertainty-case-study-in-sewer-network-planning>

- Wu, M., Zhu, S. X. i Teunter, R. H. (2013). The risk-averse newsvendor problem with random capacity. *European Journal of Operational Research*, 231, 328-336.
- Xu, R. (2000). Fuzzy least-squares priority method in the analytic hierarchy process. *Fuzzy Sets and Systems*, 112(3), 395-404.
- Yang, Z. i Wang, Z. (2010). Comparison between AON and AOA network diagrams. W: *2010 IEEE 17th Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, Xiamen (s. 1507-1509). doi: 10.1109/ICIEEM.2010.5646036
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338-353.
- Zadeh, L. A. (1999). Fuzzy sets as the basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 100(1), 9-34.
- Zaleśkiewicz, T. (2011). *Psychologia ekonomiczna*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Załoski, W. (2002). O Karla R. Poppera skłonnościowej interpretacji prawdopodobieństwa. *Scientiarum*, 1, 24-33.
- Zank, H. (2001). Cumulative prospect theory for parametric and multiattribute utilities. *Mathematics of Operations Research*, 26(1), 67-81.
- Zapata, A., Caraballo, M. A., Monroy, L. i Marmol, A. M. (2017). Hurwicz's criterion and the equilibria of duopoly models. *Central European Journal of Operations Research*, 1-16. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10100-017-0517-4>
- Zaraś, K. (2001). Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic evaluation problems. *European Journal of Operational Research*, 130, 305-314.
- Zaraś, K. i Martel, J. M. (1994). Multiattribute analysis based on stochastic dominance. W: B. Munier, M. J. Machina (Eds.), *Models and Experiments in Risk and Rationality*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Zhang, Y., Fan, Z. i Liu, Y. (2010). A method based on stochastic dominance degrees for stochastic multiple criteria decision making. *Computers and Industrial Engineering*, 58(4), 544-552.
- Ziomba, P. i Budziński, R. (2011). Metody grupowego podejmowania decyzji Promethee GDSS i AHP – analiza porównawcza. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 12(2), 428-438.
- Ziębicki, B. (2013). Efektywność w naukach ekonomicznych. *Biuletyn Ekonomii Społecznej*, 2, 20-24.
- Zio, E. i Pedroni, N. (2013). Literature review of methods for representing uncertainty. *Cahiers de la Sécurité Industrielle*, 2013-03, FONCSI. Toulouse, France. Pobrane z <http://www.FonCSI.org/en/>

SPIS TABEL

1.1. Macierz wypłat (gra z drugim graczem).....	24
1.2. Macierz wypłat (gra z naturą).....	24
1.3. Macierze wypłat (gra z naturą) – wspólne scenariusze*.....	29
1.4. Macierz wypłat (gra z naturą) – różne scenariusze.....	30
2.1. Przykład 1 – macierz wypłat.....	44
2.2. Przykład 2 – macierz wypłat.....	44
2.3. Przykład 3 – macierz wypłat.....	44
2.4. Przykład 4 – macierz wypłat.....	45
2.5. Przykład 5 – macierz wypłat.....	47
2.6. Przykład 6 – macierz wypłat.....	48
2.7. Przykład 7 – macierz wypłat.....	48
2.8. Przykład 8 – macierz wypłat.....	49
2.9. Przykład 9 – macierz wypłat.....	51
2.10. Przykład 9 – wartości wskaźnika Hurwicza	52
2.11. Przykład 10 – macierz wypłat.....	54
2.12. Przykład 10 – macierz względnych strat.....	54
2.13. Przykład 10 – macierz względnych zysków	54
2.14. Przykład 11 – macierz wypłat.....	55
2.15. Przykład 11 – macierz względnych strat.....	55
2.16. Przykład 12 – macierz wypłat.....	56
2.17. Przykład 12 – macierz względnych strat.....	56
2.18. Przykład 13 – macierz wypłat.....	56
2.19. Przykład 13 – macierz względnych zysków	57
2.20. Przykład 14 – macierz wypłat	57
2.21. Przykład 14 – macierz względnych zysków	57
2.22. Przykład 15 – macierz wypłat.....	58
2.23. Przykład 15 – macierz względnych zysków	58
2.24. Przykład 16 – macierz wypłat.....	59
2.25. Przykład 16 – macierz względnych strat.....	59
2.26. Przykład 17 – macierz wypłat.....	60
2.27. Przykład 17 – macierz względnych zysków	60
2.28. Przykład 18 – macierz wypłat.....	61
2.29. Przykład 18 – macierz względnych zysków	61
2.30. Przykład 19 – macierz wypłat i rozkład prawdopodobieństwa.....	63
2.31. Przykład 20 – macierz wypłat i rozkład prawdopodobieństwa.....	63
2.32. Przykład 22 – macierz wypłat.....	74

2.33. Przykład 22 – obliczenia dla wskaźników hb_j ($\alpha = 0,3$ i $\alpha = 0,7$).....	74
2.34. Przykład 22 – wskaźniki hb_j dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła H+B)	75
2.35. Przykład 22 – wskaźniki h_j dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła Hurwicza).....	76
2.36. Przykład 22 – obliczenia dla wskaźników H_j^I ($\alpha = 0,3$ i $\alpha = 0,7$)	79
2.37. Przykład 22 – wskaźniki H_j^I dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła APO).....	80
2.38. Przykład 22 – podciągi dobrych i złych wyników dla wybranych wartości parametru α , $d^{\max} = 0,2$, $d^{\min} = 0,3$ (reguła SAPO).....	85
2.39. Przykład 22 – wskaźniki H_j^{II} dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła SAPO)	86
2.40. Przykład 22 – przypadki dominacji i ich suma	95
2.41. Przykład 22 – typowane scenariusze oraz wartości v_j i p dla $\beta \in [0, 1]$ (reguła SF+AS(p)).....	96
2.42. Przykład 23 – macierz wypłat.....	97
2.43. Przykład 22 – rozwiązania optymalne dla $\beta \in [0, 1]$ (reguła SF+AS(m)).....	104
2.44. Przykład 15 – macierz sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (reguła CMJ).....	109
2.45. Przykład 24 – macierz wypłat.....	109
2.46. Przykład 24 – macierz sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (reguła CMJ)	109
2.47. Przykład 25 – macierz wypłat.....	110
2.48. Przykład 25 – macierz sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (reguła CMJ)	110
2.49. Przykład 22 – macierz wypłat i sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) (hybryda CMJ i H+B)	113
2.50. Przykład 22 – wskaźniki $hb(C)_j$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (hybryda CMJ i H+B).....	113
2.51. Przykład 26 – macierz wypłat i sum względnych zysków ($t_{i,j}^C$) – (hybryda CMJ i H+B)	114
2.52. Przykład 26 – wskaźniki $hb(C)_j$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (hybryda CMJ i H+B).....	114
2.53. Przykład 22 – macierz wypłat i wskaźników normalizacji ($N_{i,j}$) (reguła APO(norm)).....	118
2.54. Przykład 22 – wskaźniki $H(N)_j^I$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła APO(norm)).....	119
2.55. Przykład 26 – macierz wypłat i wskaźników normalizacji ($N_{i,j}$) – (reguła APO(norm)).....	120
2.56. Przykład 26 – wskaźniki $H(N)_j^I$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła APO(norm)).....	120
2.57. Przykład 24 – wskaźniki normalizacji ($N_{i,j}$) (reguła APO(norm))	121
2.58. Przykład 27 – macierz wypłat oraz względnych zysków i strat ($a_{i,j}^r$) – (reguła H+B(ref))	122
2.59. Przykład 27 – wskaźniki $hb(r)_j$ dla $\alpha \in [0, 1]$ (reguła H+B(ref)).....	123
2.60. Przykład 28 – macierz strat ujętych w wartościach bezwzględnych (zagadnienie optymalnej liczby części zamiennych).....	127
2.61. Przykład 28 – macierz strat przedstawionych jako wartości ujemne (zagadnienie optymalnej liczby części zamiennych).....	127
3.1. Przykład 29 – macierz wypłat – kryterium K_1	138
3.2. Przykład 29 – macierz wypłat – kryterium K_2	138
3.3. Przykład 29 – macierz wypłat – kryterium K_3	138
3.4. Przykład 29 – porównanie wielokryterialne (minimalne wypłaty).....	139
3.5. Przykład 29 – pośrednie obliczenia i wartości funkcji odległości.....	140
3.6. Przykład 30 – porównanie wielokryterialne (minimalne wypłaty).....	140
3.7. Przykład 29 – porównanie wielokryterialne (maksymalne wypłaty).....	141

3.8. Przykład 29 – porównanie wielokryterialne (wskaźniki Hurwicza, $\alpha = 0,7$)	143
3.9. Porównanie oznaczeń dla reguł SAPO i SAPO(CS)	147
3.10. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wypłat – kryterium K_1	148
3.11. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wypłat – kryterium K_2	148
3.12. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wypłat – kryterium K_3	149
3.13. Przykład 29 – macierz znormalizowanych wskaźników syntetycznych $(A(n)_{i,j})$	149
4.1. Przykład 31 – macierz wypłat (w milionach złotych).....	166
4.2. Przykład 31 – macierz względnych wypłat (w milionach złotych)	166
4.3. Przykład 31 – obliczenia – wskaźnik Omega(H+B).....	166
4.4. Scenariuszowa macierz przepływów pieniężnych.....	169
4.5. Przykład 32 – scenariuszowa macierz przepływów pieniężnych (w tysiącach dolarów)	172
4.6. Przykład 32 – wskaźniki $hb_{i,j}^p$ (w tysiącach dolarów).....	172
4.7. Przykład 32 – wskaźniki $NPV(hb)_j$ dla różnych stóp dyskontowych ($\alpha = 0,7$) (w tysiącach dolarów)	173
4.8. Przykład 32 – wskaźniki $NPV(hb)_j$ dla różnych współczynników pesymizmu ($r^d = 9\%$) (w tysiącach dolarów)	174
4.9. Macierz zysków dla klasycznego zagadnienia gazeciarza – przypadek ogólny..	177
4.10. Macierz wypłat dla zagadnienia gazeciarza w warunkach niepewności z nieznanymi prawdopodobieństwami – przypadek ogólny.....	178
4.11. Przykład 33 – macierze wypłat ($q_{\min} = D_{\min} = 1$; $q_{\max} = D_{\max} = 4$).....	179
4.12. Przykład 33c – typowane scenariusze oraz wartości v_j i p dla $\beta \in [0, 1]$ – reguła SF+AS(p)	180
4.13. Przykład 33c – macierz wypłat, suma przypadków dominacji i przedział dla współczynnika optymizmu ($b = 1, s = 5$).....	181
4.14. Przykład 34 – macierz stóp zwrotu (w %).....	183
4.15. Przykład 34 – sumy przypadków dominacji.....	184
4.16. Przykład 35 – parametry czynności wchodzące w skład projektu.....	189
4.17. Przykład 36 – roczny zysk (w milionach euro) i udział w rynku (w %) oraz wartości znormalizowane $a(n)_{i,j}^k$	198
4.18. Przykład 36 – zagregowane wartości znormalizowane $A(n)_{i,j}$	199
4.19. Przykład 36 – obliczenia według reguły SAPO(CS)	199

SPIS RYSUNKÓW

2.1. Ważenie wypłat w regule H+B	70
2.2. Zbiór wypłat dla decyzji A i B (przykład 21).....	72
4.1. Sieć alternatywno-decyzyjna (AON).....	187
4.2. Przykład 35 – sieć alternatywno-decyzyjna (AOA)	190

DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTY – SCENARIO PLANNING, DECISION RULES AND SELECTED ECONOMIC APPLICATIONS

Summary

The book is concerned with economic decision making under uncertainty. The author of the contribution presents various definitions of uncertainty and terms related to it, i.e. risk and probability. The thesis deals mainly with games against nature based on scenario planning (SP). SP allows to show the decision problem in the form of one or more payoff matrices containing information on potential states of nature, possible alternatives and estimated results. In the dissertation the advantages and drawbacks of existing decision rules are analyzed. It is revealed that in some specific cases they may lead to illogical solutions and useless rankings. Sometimes they do not reflect decision makers' preferences. That is why the author presents novel one-criterion and multi-criteria procedures for both, passive and active decision makers. She concentrates on new one-shot decisions (e.g. innovative/innovation projects). Therefore it is assumed that the decision maker is not able or does not intend to estimate the probability of particular scenarios. Recommendations generated by the new and modified approaches reflect the decision makers' preferences expressed, among other things, by means of a coefficient of pessimism, weights for each criterion, a reference point, utility and accepted deviations between payoffs and the extreme ones. The rules suggested in the contribution take into consideration the structure of the payoff matrix (i.e. the position of a given payoff against the remaining criterion performances within a concrete scenario or alternative), the asymmetry of payoffs and different outcome dispersions. The author's methods are illustrated for chosen economic problems: investment project performance and profitability assessment, newsvendor problem, time-resource project optimization, portfolio optimization.

Keywords: uncertainty, decision making, scenario planning, decision rules, payoff matrix, preferences, one-criterion optimization, multi-criteria optimization, pure and mixed strategies, optimization model, attitude towards risk, coefficient of pessimism (optimism), probability, Omega ratio, Net Present Value, newsvendor problem, time-resource project optimization, portfolio optimization, innovation (innovative) project.

SPIS TREŚCI

Wstęp	5
Rozdział 1	
Specyfika problemów decyzyjnych obciążonych niepewnością	9
1.1. Wprowadzenie	9
1.2. Istotne pojęcia	9
1.2.1. Niepewność a ryzyko	9
1.2.2. Prawdopodobieństwo	15
1.3. Opis problemu decyzyjnego	22
1.3.1. Gry z naturą i gry z drugim graczem	23
1.3.2. Macierz wypłat i planowanie scenariuszowe	23
1.3.3. Strategie czyste i mieszane	27
1.3.4. Decyzje realizowane jedno- i wielokrotnie	28
1.3.5. Problemy jedno- i wielokryterialne	28
1.3.6. Nastawienie decydenta do problemu decyzyjnego	30
1.3.7. Indywidualne i grupowe podejmowanie decyzji	33
1.4. Przyjęte założenia i zakres tematyczny pracy	34
Rozdział 2	
Jednokryterialne podejmowanie decyzji ekonomicznych	38
2.1. Wprowadzenie	38
2.2. Przegląd i ocena istniejących jednokryterialnych reguł decyzyjnych	38
2.2.1. Klasyczne reguły decyzyjne	38
2.2.2. Pozostałe reguły decyzyjne	63
2.3. Asymetryczne rozkłady wypłat	67
2.3.1. Reguła H+B	68
2.3.2. Reguła APO	77
2.3.3. Reguła SAPO	81
2.3.4. Konkluzje	86
2.4. „Personalizacja” natury i „problem pojedynczego zdarzenia”	88
2.4.1. Reguła SF+AS(p)	89
2.4.2. Reguła SF+AS(m)	98
2.4.3. Konkluzje	105

2.5. Wrażliwość rankingów na strukturę macierzy wypłat.....	106
2.5.1. Reguła CMJ	107
2.5.2. Hybrydy uwzględniające regułę CMJ i współczynnik pesymizmu	111
2.5.3. Hybrydy uwzględniające normalizację wypłat i współczynnik pesymizmu	115
2.5.4. Hybrydy uwzględniające punkty referencyjne i współczynnik pesymizmu	121
2.5.5. Konkluzje	124
2.6. Zróznicowane rozstępy wypłat i zerowe wartości ekstremalne.....	125
2.7. Użyteczność	128
2.8. Podsumowanie	130
Rozdział 3	
Wielokryterialne podejmowanie decyzji ekonomicznych	131
3.1. Wprowadzenie	131
3.2. Przegląd i ocena istniejących wielokryterialnych reguł decyzyjnych	133
3.3. Modele jedno- i dwuetapowe a zależne i niezależne macierze wypłat.....	144
3.3.1. Reguła SAPO(CS)	146
3.3.2. Reguła SAPO(SC)	149
3.3.3. Reguła MM(SF+AS)/1	151
3.3.4. Reguła MM(SF+AS)/2(CS).....	154
3.4. Podsumowanie	156
Rozdział 4	
Zastosowania ekonomiczne proponowanych reguł decyzyjnych.....	159
4.1. Wprowadzenie	159
4.2. Ocena efektywności projektów innowacyjnych na podstawie wskaźnika Omega(H+B).....	159
4.3. Ocena rentowności projektów innowacyjnych na podstawie wskaźnika NPI(H+B).....	167
4.4. Optymalizacja wielkości zamówienia produktów innowacyjnych.....	175
4.5. Optymalizacja składu portfela papierów wartościowych	181
4.6. Optymalizacja czasowo-zasobowa przedsięwzięć przy wielotrybowości czynności	185
4.7. Dwukryterialna ocena projektów inwestycyjnych.....	197
4.8. Podsumowanie	200
Zakończenie	201
Wykaz skrótów	209
Bibliografia	213
Spis tabel	240
Spis rysunków.....	243
Decision making under uncertainty – scenario planning, decision rules and selected economic applications (Summary)	244